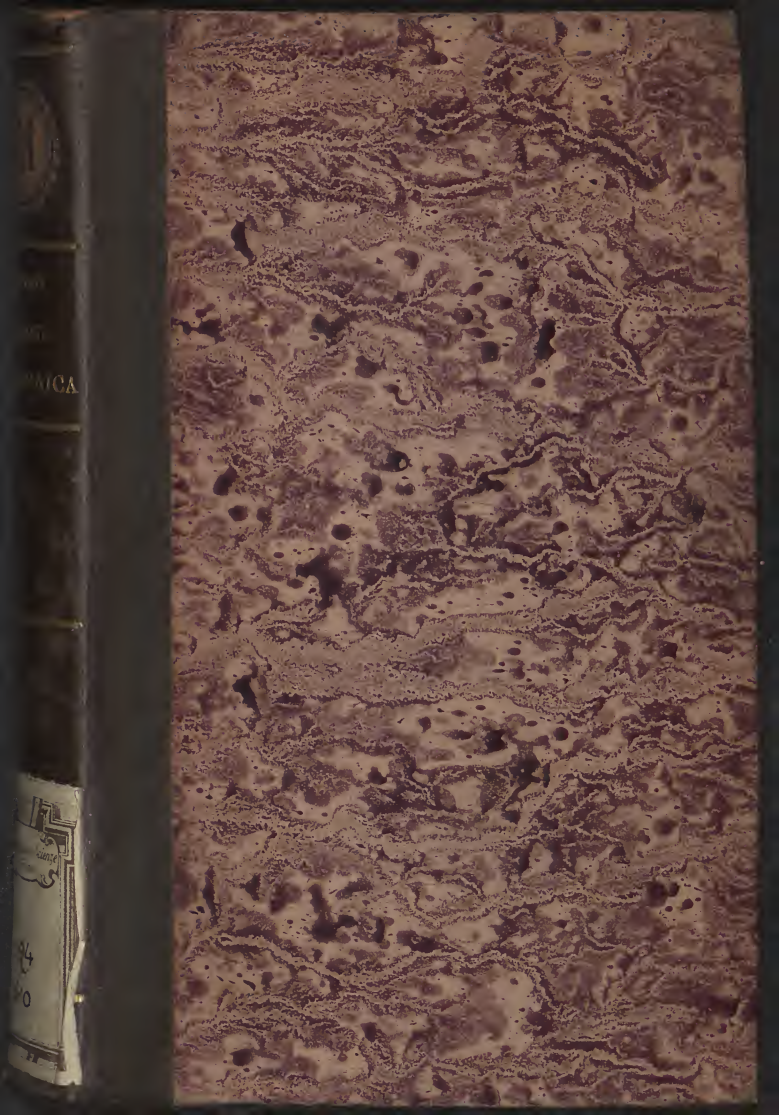


SUNTI

DELLE

LEZIONI DI MECCANICA



SUNTI

DELLE

LEZIONI DI MECCANICA

APPLICATA ALLE ARTI

dette l'anno 1846-47

NELLE REGIE SCUOLE TECNICHE DI TORINO

DA

C. I. GIULIO



TORINO

GIUSEPPE POMBA E COMP.

1846

Torino — STAMPERIA SOCIALE — Con perm.

PREFAZIONE.

Il pubblicar fin d'ora questi sunti delle Lezioni di meccanica applicata alle arti, dette nelle novelle Scuole tecniche di Torino, il pubblicarli cioè prima che la sperienza ne abbia potuto manifestare i difetti e suggerir le correzioni, darebbe segno d'incomportabile temerità, se questa pubblicazione avesse altro scopo che di dare agli alunni il mezzo di ricordarsi le cose udite in iscuola, ai dotti l'occasione di soccorrere alla deficienza del professore col suggerirgli benignamente correzioni ed aggiunte.

Io prego adunque i cortesi lettori di venire in mio aiuto co' loro consigli, ma li prego insieme a non voler al tutto giudicare delle lezioni orali da questi sunti, ne' quali mi sono bensì sforzato di serbare l'ordine stesso delle materie, e press' a poco la medesima indole di

ragionamenti, e di non sopprimer nulla che fosse essenziale alla intelligenza delle cose che seguono, ma da' quali ho dovuto di necessità sbandire le lunghe dimostrazioni, le applicazioni che ad esser ben comprese esigono troppe notizie tecnologiche, o figure troppo complicate, e le digressioni frequenti sovente utili ad agevolare l'intelligenza, sempre opportune a sollevare l'attenzione di chi ascolta.

Nella divisione delle lezioni, quali ora si pubblicano, ho posto mente a non disgiungere cose connesse, a non unir cose remote, piuttostochè a riprodurre fedelmente la partizione seguita nelle lezioni orali: poichè queste consentono ripetizioni e transizioni che un'opera scritta non comporta.

Se altri mi chiedesse ragione dell'essermi dipartito dall'ordine generalmente seguito ne' trattati di meccanica, col far procedere alla esposizione delle leggi dell'equilibrio e del moto, la descrizione e la teorica geometrica degli organi meccanici e della loro varia combinazione; direi che queste mi paiono formare il vero anello che dee connettere lo studio della meccanica con quello della geometria, conducendo gradatamente, dalla pura contemplazion della estensione, a quella del movimento in se stesso, prima d'introdurre la considerazion delle forze che lo producono, lo modificano o lo spengono.

Le opere speciali di Lanz e Bettancourt, di Hachette, e de' signori Borgnis, Poncelet, Flachat e d'altri, per

non parlar d'altre più antiche, sono troppo note, perchè sia necessario il dir qui come io vada ad esse obbligato. Ma peccherei di brutta ingratitudine se non dichiarassi quanto sia grande il mio debito verso un libro men noto, che meriterebbe l'onore e compenserebbe la fatica di una traduzione, dico i *Principles of mechanism* pubblicati nel 1841 dal sig. Rob. Willis professore di filosofia sperimentale nella Università di Cantabrigia; libro nel quale la teorica geometrica degli organi meccanici e della composizione delle macchine è stata, per la prima volta forse, ridotta in corpo di scienza, e di cui io mi sono largamente giovato, e più particolarmente nella compilazione delle lezioni 9ª e 10ª, e di quelle relative alle ruote dentate.

GIULIO.

PARTE PRIMA

DEGLI

ORGANI MECCANICI

E DELLA

COMPOSIZIONE DELLE MACCHINE

SUNTO

DELLA

LEZIONE PRIMA.

Scopo e classificazione delle arti. — Oggetto della meccanica. — Piano di un corso di meccanica applicata alle arti.

Gli animali guidati dal solo istinto trovano nelle cose create di che soddisfare immediatamente tutti i loro bisogni: quelli dell'uomo sono più numerosi e più svariati, ed egli non potrebbe soddisfarli se non avesse ricevuta da Dio la facoltà di modificare le produzioni naturali in modo da adattarle a' suoi usi. Questa facoltà si chiama *industria:* essa procede per via di *osservazioni*, di *raziocinii* e di *sperimenti*.

Il complesso della operazioni necessarie per adattare un oggetto naturale ai nostri bisogni si chiama *arte*, ed *arte* pure si chiama il complesso delle regole, secondo le quali queste operazioni si debbono condurre. L'oggetto naturale sul quale un'arte si esercita si chiama *materia prima* o *materia grezza*, ed esso prende il nome di *prodotto* dopo che è stato modificato dall'arte. Così la *creta* è la materia prima sulla quale si esercita l'arte del *pentolaio*: le *stoviglie* sono i prodotti di quest'arte.

Sovente i prodotti di un'arte sono la materia grezza su cui altre arti si esercitano: il *grano*, per esempio, che è un prodotto dell'*agricoltura*, è la materia grezza dell'arte del *mugnaio*; e la *farina*, prodotta dall'arte del mugnaio, è la materia prima su cui si esercita quella del *fornaio* per farne del *pane*. Sovente ancora per la varietà infinita dei climi, delle produzioni naturali e dei costumi di diversi paesi, i prodotti della industria di un popolo diventano materie prime per quella di un altro popolo: così la seta, prodotto di una delle nostre industrie più principali, va in gran parte a farsi tessere sui telai di Lione e di Spitafields.

L'uomo può modificare un oggetto trasportandolo semplicemente da un luogo ad un altro, come fanno il *carrettiere* ed il *navigatore*: o cangiandone la figura esterna come il *falegname*, che con assi e con travi sa far mobili, macchine, abitazioni: o mutandone l'intima natura come il *saponaio*, che cuocendo insieme ranno ed olio ne fa il sapone che non è più nè olio nè ranno. Egli può finalmente *accelerare*, *regolare* a suo modo lo sviluppamento degli esseri dotati di vita, cioè delle piante e degli animali, come fanno l'agricoltore e l'allevator di bestiami. Quindi le arti sono o *traslocatrici*, o *trasformatrici*, o *trasmutatrici*, od *educatrici*.

L'atto per cui un corpo passa da un luogo ad un altro si chiama *moto* o *movimento*: ogni cagione capace di produr moto, di modificarlo o di distruggerlo, si chiama *forza*. Per spaccare un ceppo è necessario di metter in moto la scure; la cagione che mette in moto la scure è la forza delle braccia dello *spaccalegne*, determinata dalla volontà di lui. Lo stato poi di un corpo che non cangia luogo nello spazio dicesi *quiete* o *riposo*.

Ora ogni cangiamento di figura necessita un *moto* sensibile, un cangiamento di posizione in alcuna delle parti del corpo: il falegname non può in nissun modo lavorare, senza muovere il legno sul quale lavora, e gli strumenti per mezzo de'quali

egli lavora: quindi tutte le arti *traslocatrici* e *trasformatrici* hanno per fine di produrre qualche movimento sensibile, e necessitano l'uso di qualche forza capace di produrre un tal movimento.

Ma l'arte sarebbe troppo limitata se l'uomo potesse disporre delle sole forze del suo corpo; l'industria umana ha saputo trovar modo di impiegare, per venire a' suoi fini, molte altre forze assai più potenti: così l'*aratore* e il *carrettiere* si servono della forza degli *animali*, il *navigante* della forza del *vento*, il *mugnaio* di quella dell'*acqua corrente* o *cadente*. L'uomo, gli animali, il vento, l'acqua corrente, in quanto con la loro forza producono movimento, si dicono *motori*. Gli animali sono il motore più impiegato pei carreggi: il vento e l'acqua corrente sono i motori ordinarii dei mulini.

L'osservazione e la pratica sono state bastanti per insegnare e per perfezionare fino a un certo segno l'uso di questi motori: ma nello stato presente dell'industria, e pel suo miglioramento avvenire è indispensabile che l'osservazione e la pratica sieno guidate e illuminate dalla scienza.

Quel ramo di scienza che ricerca le leggi, secondo le quali i corpi si muovono quando vengono sollecitati da date forze, si chiama *meccanica razionale*: quando essa prende a considerare i mezzi, mercè cui i motori si possono applicare a lavori utili all'uomo, essa prende il nome di *meccanica applicata alle arti*, o semplicemente di *meccanica applicata*. Quindi le arti traslocatrici e le arti trasformatrici si chiamano complessivamente *arti meccaniche*.

Le trasmutazioni intime che le arti chimiche tendono a produrre ne' corpi, debbono provenire da certi cangiamenti di posizione, cioè da certi movimenti insensibili delle minutissime particelle o *molecole*, di cui tutti i corpi sono formati: e questi movimenti molecolari non possono avvenire senza che esistano delle cagioni o forze capaci di produrli, e che si chiamano forze di *affinità*, o forze *chimiche*. Quel

ramo di scienza che ricerca il modo di operare di queste forze e gli effetti ch'esse producono, si chiama *chimica razionale*; e prende il nome di *chimica applicata* quand'essa si propone d'investigare i mezzi, mercè cui esse ponno esercitarsi in modo utile all'uomo. Le arti trasformatrici, il cui retto esercizio dipende dalla giusta applicazione delle cognizioni chimiche, diconsi perciò *arti chimiche*.

L'ultimo scopo delle arti chimiche è dunque di mettere in gioco le forze di affinità, in modo che ne risultino nelle molecole de' corpi certe nuove disposizioni, per cui la natura de' corpi medesimi si trovi utilmente trasmutata. Ora le affinità non si posson mettere in gioco senza che si siano esercitate prima sui corpi certe azioni puramente meccaniche, destinate a prepararli a quelle alterazioni chimiche cui essi sono destinati, a dividerli, a sminuzzarli, a mescerli, in modo che le loro molecole possano efficacemente operare le une sulle altre. Quindi il chimico fa uso continuo di operazioni meccaniche, scernere, lavare, rompere, fiaccare, pestare, stacciare e via discorrendo. Tutti gli strumenti ch'egli impiega ne'suoi laboratorii, le lime, le raspe, i pestelli, i cilindratoi, i vetri d'ogni maniera, i forni, i crogiuoli, e dite pur così tutti gli altri, sono prodotti di arti in tutto o in parte meccaniche: ond'è da conchiudere che senza di queste le arti chimiche non potrebbero esistere per nissun modo. Ma se per una parte le azioni chimiche non si posson determinare e promuovere altrimenti che per mezzo di azioni meccaniche, queste a vicenda non si possono il più delle volte esercitare senza l'uso di corpi e di strumenti che sono prodotti di qualche azione chimica. In quale stato sarebbe la nostra industria se non possedessimo i metalli, e particolarmente il ferro? Noi saremmo come i selvaggi del mar del Sud, ridotti a lavorare il legno servendoci per iscuri e per ceselli di pietre dure ingegnosamente ma penosamente aguzzate: ora il ferro è un prodotto di arte chimica. Ogni gara, ogni pretesa di primato

dee dunque essere sbandita fra queste due grandi generazioni di arti, poichè non vi ha arte chimica che non sia in grandissima parte arte meccanica, nè arte meccanica cui le arti chimiche non dieno efficacissimo soccorso. Dopo di aver insegnato, nelle lezioni di geometria date l'anno scorso, a conoscere le varie figure de' corpi, delle superficie e delle linee che li limitano: dopo di avere spiegate le proprietà di queste figure, ed i principali usi loro nelle arti: dopo di aver sommariamente indicati i metodi che si seguono per rappresentare in disegno queste figure, in modo da fare che chi vede il disegno abbia una idea tanto giusta del corpo rappresentato, quanto se avesse veduto il corpo stesso, io passo ora a trattare dei movimenti che noi possiamo produrre per modificare i corpi e ridurli atti a soddisfare i nostri bisogni, e delle forze che possiamo impiegare per produrre questi movimenti.

Io dividerò questo insegnamento in tre parti, esponendone quest'anno quel tanto che il tempo mi concederà. — Nella prima parte tratterò del moto considerato in se stesso, senza badare alle forze che lo producono: dirò quante sono le specie di moto, e come esso si trasmetta da un corpo all'altro e si trasformi d'una in altra specie. — Questa prima parte della meccanica si può chiamare *Chinematica*, o trattato della trasformazione del moto.

Nella seconda parte ragionerò della misura delle forze, senza occuparmi tuttavia della particolar natura dei motori dai quali esse procedono, ed insegnerò il modo di determinare i movimenti che esse sono capaci di produrre o di impedire: e questa chiameremo *Dinamica*.

La terza parte finalmente si aggirerà nel ricercare quali sieno i motori che la natura ci presenta, e di cui le arti possono far uso, e come possano essi impiegarsi nel modo più vantaggioso; ed a quest'ultima parte del corso daremo il nome di *Dinamotecnia*.

[illegible]

SUNTO

DELLA

LEZIONE SECONDA.

Distinzione delle varie specie di moto rispetto alle linee descritte.

Il primo argomento che noi prenderemo a considerare, secondo il piano di studio che ci siamo proposto nella prima lezione, sarà il moto in se stesso, indipendentemente dalle cagioni o forze che lo producono; cioè noi esamineremo minutamente in quanti e quali modi possa un corpo passare dalla posizione che esso occupa, ad un'altra posizione più o meno lontana da quella, e distingueremo così le diverse specie di moto, che è necessario di ben conoscere, tanto per lo studio della meccanica razionale, quanto per l'applicazione di essa ai bisogni delle arti.

Un corpo considerato in quanto esso si muove od è capace di muoversi si chiama un *mobile:* per procedere per gradi noi comincieremo a considerare il movimento di un corpo le cui dimensioni sieno tutte piccolissime; di un corpo cioè che possa senza errore riguardarsi come tutto raccolto in un punto solo: tale sarebbe un granello d'arena, un seme di senapa o di papavero: un tal corpo dicesi dai meccanici *punto fisico, particella, punto od elemento materiale.*

Un punto materiale non può passare da un luogo ad un altro, senza passare per una infinità di posizioni intermedie,

e tutte queste posizioni nelle quali il corpo passa e non si ferma, tutte queste posizioni dico, considerate insieme formano una linea continua, che si stende dalla prima all'ultima posizione, cioè dal punto di partenza al punto d'arrivo e che si chiama la *traiettoria del mobile*. Questa traiettoria può essere una linea retta, come quando una *palla* percossa dalla *stecca* rotola sul *prato* del *biliardo*, e può essere una linea curva, come quando al giuoco del *pallone* noi lo vediamo partire cacciato dall'urto del *bracciale*, alzarsi sino ad un certo punto, e poi ridiscendere per ricevere dal giocatore opposto una novella percossa. — Il moto nel primo caso si dice *rettilineo*, nel secondo caso *curvilineo*, e tante sono le specie di moto curvilineo quante sono le specie di linee curve che un punto può descrivere, cioè infinite: così esso dirassi *circolare*, *ellittico*, *parabolico* ecc., secondochè la traiettoria sarà un circolo, un' ellisse, una parabola ecc.

Quando un punto descrive una linea retta, la posizione di questa retta determina la *direzione* del movimento: quindi diciamo che un punto si muove con direzione *verticale*, *orizzontale* o *inclinata*, quand'esso descrive una retta verticale, orizzontale, od inclinata. Secondo ciascuna retta poi il moto può farsi per due *versi* contrarii: così se un punto va da oriente verso occidente diremo che esso si muove per un *verso*, e se cammina da occidente ad oriente diremo che si muove pel verso *contrario*: due punti che corrono entrambi d'oriente in occidente vanno pel medesimo verso: due punti che camminano l'uno d'oriente in occidente, l'altro d'occidente in oriente vanno per versi contrarii.

Ogni curva si confonde sensibilmente con un poligono inscritto o circoscritto, formato di lati retti e piccolissimi: ciascun lato di questo poligono, prolungato indefinitamente dalla parte verso la quale il mobile cammina, indica la direzione del movimento per quell'istante in cui il mobile si trova sopra quel lato. Dunque nel moto rettilineo la direzione è sempre la medesima, nel moto curvilineo

essa varia continuamente, ed in ciascun istante essa è determinata dalla tangente condotta a quel punto della curva per cui il mobile passa in quell'istante.

Sia che un punto si muova in linea retta od in linea curva, può avvenire ch'esso vada sempre per lo stesso verso, oppure che vada ora per un verso, ed ora pel verso contrario: così, per esempio, le *lancette* degli orologi vanno sempre pel medesimo verso, cioè da sinistra a destra, e la *spuola* del tessitore va ora da destra a sinistra, ora da sinistra a destra. Nel primo caso il moto si dice *continuo*, e nel secondo caso *alternativo*. Egli è d'altronde evidente che in nissuno de'casi che occorre di considerare nell'applicazione della meccanica alle arti, il moto non può continuarsi indefinitamente in linea retta e pel medesimo verso, poichè la retta effettivamente descritta ha necessariamente una lunghezza definita. Lo stesso si dee dire quando la linea secondo la quale il punto si muove è una curva aperta, come la parabola. Ma quando la traiettoria è una curva chiusa o rientrante, come il circolo e l'ellisse, il moto si può continuare indefinitamente per lo stesso verso, tornando indefinitamente il mobile a ripassare per le medesime posizioni: il moto dicesi allora *rivolutivo*, e la traiettoria prende il nome di *orbita*. Le *orbite* che i pianeti descrivono intorno al sole sono ellissi pochissimo allungate, di cui il sole occupa un foco.

Ecco un'altra distinzione importante: nelle macchine vi ha de'pezzi che si muovono costantemente, senza posa, finchè la macchina è in azione, come le lancette dell'orologio, come le macine del molino; ve ne ha degli altri che dopo essersi mossi per un tempo più o men lungo interrompono il loro moto e stanno per qualche tempo in riposo, per entrar poi novellamente in moto con perpetua vicenda; e ne abbiamo un esempio nella *soneria* degli orologi, che si mette in moto soltanto alla fine d'ogni ora, o d'ogni mezza, o d'ogni quarto d'ora, e generalmente in tutte

le macchine a *scatto*. Il moto può dunque essere *permanente* oppure *intermittente*.

In tutto ciò che precede noi abbiamo sempre considerato il moto di un punto solo, o per dir meglio di un corpo di dimensioni insensibili, od almeno tanto piccole, che il corpo si potesse senza error notabile considerare come tutto raccolto in un solo punto geometrico. Quand'esso avrà dimensioni sensibili, il suo moto non si potrà dir conosciuto, se non quando si conoscerà quello di ciascuno de'suoi punti: ma vi ha dei casi, che sono quelli che più frequentemente occorrono nelle arti, ne'quali, conosciuto il movimento di un punto solo di un corpo solido e rigido, si conosce pur quello di qualsivoglia altro punto di esso, e quindi anche il moto di tutto il corpo.

Il primo caso è quello in cui tutti i punti del corpo descrivono linee rette tra di loro parallele, come quando una *treggia* o *lesina* si strascina sopra una strada dritta: questa specie di moto, la più semplice che possa avvenire in un corpo esteso, chiamasi *moto progressivo* e *rettilineo*. Il moto sarà poi *progressivo*, ma *curvilineo* quando tutti i punti del corpo descriveranno linee curve, in modo tale però, che ciascuna faccia del corpo sia sempre volta precisamente verso la stessa parte di cielo. Sopra una tavola orizzontale posiamo un parallelepipedo rettangolo, o un dado, in modo che una delle sue facce guardi all'ingiù posando sulla tavola, un'altra all'insù, e le altre quattro, che saranno in piani verticali, guardino una a levante, l'altra a meriggio, la terza a ponente, la quarta a tramontana. Facciamo poi muovere con la mano il dado, in modo che la sua faccia inferiore combaci sempre perfettamente con la tavola, e che le sue quattro faccie verticali continuino sempre a star voltate direttamente verso i quattro punti cardinali. Qualunque sia la curva che faremo descrivere al dado, noi gli avremo fatto prendere un moto *progressivo*.

Un altro caso è quello di un corpo ritenuto da un asse

fisso intorno al quale può girare, ma dal quale non si può staccare: tali sono la *mola* dell'arrotino e i pezzi che si lavorano sul *tornio*, che girano intorno ad assi orizzontali, la *macina corrente* del mulino, e la *ruota del vasaio* che girano intorno ad assi verticali. In ciascuno di questi casi è facile comprendere che tutti i punti del corpo che gira descrivono tanti circoli, e che il circolo descritto da ciascun punto è in un piano perpendicolare all'asse, ed ha il raggio eguale alla lunghezza della perpendicolare abbassata dal punto medesimo sull'asse. Un tal moto dicesi *moto rotatorio*, ed è quello di cui si fa il più grande uso nelle arti.

Egli avviene spesso che un corpo solido sia animato nello stesso tempo da moto progressivo e da moto rotatorio: così per esempio le ruote de' carri si avanzano lungo la strada e intanto esse girano intorno alla *sala*, che è l'asse di rotazione: così ancora mentre la terra sulla quale noi viviamo descrive in un anno con moto progressivo la sua grande orbita intorno al sole, la quale può riguardarsi come un circolo di 153383970 chilometri di raggio, essa fa ogni giorno una rotazione compiuta intorno al proprio asse, cioè intorno ad una linea retta che passa pel suo centro, e che taglia la sua superficie in due punti che si chiamano i *poli della terra*. Ciascun punto della superficie terrestre descrive dunque ogni giorno un circolo in un piano perpendicolare all'asse; questi circoli si chiamano *paralleli*, e sono tanto più piccoli quanto più vicini ai poli: i punti che sono a egual distanza dai due poli descrivono un gran circolo che dicesi *equatore*, ed il cui raggio è di 6378481 metri.

[illegible]

SUNTO

DELLA

LEZIONE TERZA.

Distinzione delle varie specie di moto rispetto alla velocità.

Nella seconda lezione noi abbiamo ragionato di quelle varietà che nascono nel movimento dalla varietà delle linee secondo le quali il mobile può camminare, dal verso per cui cammina, e dalla permanenza o dalle interruzioni del suo camminare. Nella presente lezione noi dobbiamo far entrare in considerazione anche il *tempo* che il mobile impiega a passare da una ad altra posizione.

La durata di un giorno, cioè l'intervallo di tempo che corre tra' due passaggi successivi del sole pel meridiano dello stesso luogo, ossia da mezzogiorno a mezzogiorno, o da mezzanotte a mezzanotte, è l'unità di tempo la più naturale e la più conveniente che possiamo scegliere, purchè essa venga divisa e suddivisa in parti eguali e tanto piccole, che possano comodamente servire per la misura di ogni menomo intervallo sensibile di tempo : egli è ben noto a tutti che il giorno si suol dividere in ventiquattro ore, l'ora in sessanta minuti primi, il minuto primo in sessanta minuti secondi : con questa divisione sessagesimale il giorno è dunque composto di 86400 minuti secondi. Per indicare che un numero esprime ore, minuti o secondi, si segna a

destra e al disopra di esso uno zero, oppure uno o due accenti: così scrivendo 8°, 23′, 54″ si vogliono significare otto ore, ventitre minuti, e cinquantaquattro secondi.

È stata pure proposta, e si usa qualche volta, un'altra maniera di dividere il giorno, più conforme al nostro sistema decimale di numerazione, chiamando *ora* la decima parte del giorno, *minuto* la centesima parte di un'ora, e *secondo* la centesima parte di un minuto. Con questa divisione centesimale il giorno sarebbe di 100000 secondi: quindi 100000 secondi centesimali equivalgono ad 86400 secondi sessagesimali, ed un minuto centesimale equivale a 0,864, ossia a $\frac{108}{125}$ di un minuto secondo sessagesimale: siccome però la durata del giorno *vero*, *naturale* od *apparente*, cioè dell' intervallo tra' due passaggi del sole pel meridiano varia alquanto da una stagione all'altra dell'anno, così per aver una misura del tempo perfettamente uniforme, cioè sempre eguale, invece del giorno *vero* si prende per unità il giorno *medio*, la cui durata si ottiene dividendo la durata intiera di tutti i giorni dell'anno, pel numero de' giorni medesimi. Così dunque il tempo *vero* è quello che viene indicato dagli *orologi* o *quadranti solari*, il tempo medio è quello che sarebbe segnato da un *orologio a ruote* perfettamente costrutto e regolato.

Il parlar qui degli stromenti cronometrici, cioè che servono alla misura del tempo, o degli orologi, sarebbe prematuro. Supporrò dunque che noi possediamo un orologio ben regolato, per mezzo del quale possiamo misurare con tutta accuratezza gl'intervalli grandi o piccoli di tempo, che ci occorrerà di dover confrontare. Aggiungerò solo, e dimostrerò a suo tempo, che sospendendo una piccola palla di metallo, come una palla da fucile, all'estremità di un filo sottilissimo, in modo che la lunghezza del filo, o meglio la distanza tra il centro della palla e il punto fisso al quale è attaccato il filo, sia di

novecento novantatre millimetri e mezzo, e facendo poi dondolare liberamente questa palla a destra e a sinistra della verticale, essa impiegherà precisamente un minuto secondo sessagesimale in ciascuna andata e in ciascuna venuta, o come dicono i meccanici in ciascuna *oscillazione*. Noi avremo fatto così un *pendolo a minuti secondi sessagesimali*. Se volessimo che il pendolo battesse i minuti secondi centesimali la sua lunghezza dovrebbe essere di 741 millimetri e $\frac{6}{10}$.

La lunghezza della linea retta o curva descritta in un dato tempo da un punto che si muove, chiamasi lo *spazio* percorso in questo tempo. Se due punti muovendosi per egual tempo percorrono spazi diseguali, quello che percorre spazio maggiore si dirà che si muove più *presto*, o più *velocemente*, o che è più *veloce*, o che ha *maggior velocità*, e l'altro si dirà che si muove più *adagio*, o più *lentamente*, o che è più *lento*, più *tardo*, o finalmente che ha *meno velocità*. Se poi avremo osservato che due punti impiegano tempi diseguali a percorrere lo stesso spazio, è chiaro che il più *veloce*, quello che ha velocità maggiore è quello che impiega meno tempo. Quindi, esprimendoci con linguaggio geometrico, noi possiamo dire, che

1° Se due punti descrivono spazi diseguali in tempi eguali, le loro velocità sono direttamente proporzionali agli spazi percorsi.

2° Se due punti impiegano tempi diseguali a percorrere spazi eguali, le loro velocità sono inversamente proporzionali ai tempi impiegati.

E per conseguenza

3° La velocità di un punto è direttamente proporzionale allo spazio percorso, ed inversamente proporzionale al tempo impiegato a percorrerlo; oppure la velocità sta in ragion diretta degli spazi, ed in ragion inversa dei tempi.

La prima di queste tre proposizioni ci dà subito il mezzo di confrontare tra di loro le velocità di due punti. Infatti

sapendo per esempio che il primo percorre 50 metri in 10″, e l'altro 15 metri in 5″, ci sarà facile scoprire che in un minuto secondo il primo percorre 5 metri, e l'altro 3 metri. Le velocità di questi due punti staranno dunque tra loro come 5 al 3, cioè la velocità del primo sarà eguale ad una volta e due terzi quella del secondo.

Quindi si vede che per confrontare le velocità di due punti basta cercare qual'è lo spazio che ciascuno di essi descrive in un minuto secondo; e questo spazio si trova dividendo lo spazio intero descritto in qualunque tempo, pel numero di minuti secondi contenuti in questo tempo. Epperò d'or innanzi noi chiameremo *velocità* di un punto, la lunghezza dello spazio che questo punto descrive in una unità di tempo; e prendendo per unità di spazio il metro, e per unità di tempo il minuto secondo, stabiliremo la regola seguente:

Per trovare la velocità con cui un punto si muove, bisogna dividere il numero dei metri da esso percorsi in qualsivoglia tempo, pel numero di minuti secondi contenuti in quel tempo.

La natura e l'arte ci presentano esempi di velocità impercettibili, ed altri di velocità così grandi da confondere la nostra immaginazione; molte sostanze ridotte in polveri sottilissime e sospese nell'acqua impiegano più ore od anche più giorni a deporsi in fondo al vaso in cui sono contenute: la velocità di questo movimento non eccede alcuni centesimi di millimetro per minuto secondo, mentre la luce non impiegando più di 8 minuti primi e un quarto (o più esattamente 493″,2) a venir dal sole fino alla terra, cioè a percorrere uno spazio di cento e cinquantatrè milioni di chilometri, la sua velocità è di trecento e undici milioni di metri (126000 miglia di Piemonte) per minuto secondo.

La velocità dell'elettricità è forse ancora maggiore, e l'industria diretta dalla scienza ha saputo giovarsene per costruire quei mirabili *telegrafi elettrici*, per mezzo dei quali il pensiero può volare da una parte all'altra della

terra come portato sulle ali del fulmine. Si troverà alla fine di questa lezione una tavola di molte velocità interessanti a conoscersi.

La regola che abbiamo insegnata per determinare la velocità del movimento quando si conosce lo spazio percorso in un certo tempo, suppone che questa velocità non cangi da un istante all'altro, ch'essa non cresca e non diminuisca, od in altre parole che il mobile in eguali e successivi intervalli di tempo descriva spazi eguali. Quando ciò ha luogo il movimento si chiama *equabile* od *uniforme*: tale è il movimento dell'acqua in un lungo canale perfettamente regolare e tutto di eguale declivio, e tale si procura che sia il moto di quasi tutte le macchine adoprate nelle manifatture.

Il moto equabile di un punto è perfettamente conosciuto, quando si conoscono la sua direzione e la sua velocità. Rappresenti AB (*fig.* 1ª) quella linea che si vuol prendere per unità di spazio o di lunghezza, per esempio un metro: sia HI la linea secondo la quale il punto H si muove da sinistra a destra con velocità data, per esempio di 4 metri; partendo dal punto H portiamo verso destra quattro volte la lunghezza AB che giungerà fino in I: potremo dire allora che la retta definita HI rappresenta in grandezza e direzione la velocità del movimento di H, e ci fa pienamente conoscere questo movimento.

Ma egli avviene sovente che nella continuazione del moto la velocità vada continuamente crescendo, o continuamente calando, cosicchè gli spazi successivamente descritti in eguali intervalli di tempo, siano di più in più grandi, o di più in più piccoli. Se per esempio, noi lascieremo cadere una grossa palla di ferro da un'altissima torre, osserveremo che nel primo minuto secondo della sua caduta essa discenderà per un altezza di un po' meno che cinque metri: ma lo spazio descritto nel minuto secondo seguente sarà tre volte maggiore, cioè quasi di 15 metri, e nel terzo minuto secondo lo spazio percorso sarà di 25

metri circa: la velocità o celerità va dunque continuamente crescendo, e per ciò il moto dicesi *accelerato*. Se all'incontro noi getteremo con tutta la forza del braccio una palla da gioco sopra un piano orizzontale, essa percorrerà nel primo minuto secondo una spazio che potrà essere per esempio di sei metri: ma a motivo del fregamento sul piano e della resistenza dell'aria, nel minuto secondo seguente la palla descriverà una spazio minore, per esempio di soli cinque metri e mezzo; nel terzo minuto secondo lo spazio descritto sarà di cinque metri soltanto, ed alla fine di dodici secondi e mezzo la palla si arresterà dopo di aver percorso in tutto una distanza di poco più che trentanove metri: in questo secondo esempio, la velocità va continuamente diminuendo, il moto si rallenta, si ritarda continuamente, e dicesi perciò *moto ritardato*. Noi ci tratterremo altre volte più lungamente sopra queste due specie di movimento, che si chiamano con nome comune movimenti *varii o variati*, e che per oggi ci basta di avere definiti.

Nel moto progressivo di un corpo di qualsivoglia grandezza tutti i punti del corpo descrivono linee eguali nello stesso tempo; essi hanno tutti per conseguenza la medesima velocità (V. lezione seconda). Ma così non avviene nel moto rotatorio: noi abbiamo veduto infatti che in questa specie di moto ciascun punto del corpo descrive la circonferenza di un circolo che ha per raggio la distanza di quel punto dall'asse: ora le circonferenze dei circoli essendo proporzionali ai loro raggi, ne segue che mentre un punto situato alla distanza di un decimetro dall'asse percorrerà una circonferenza intera cioè uno spazio di $\frac{44}{7}$ di un decimetro, un punto posto a distanza dieci volte maggiore dall'asse descriverà esso pure una circonferenza, ma questa sarà dieci volte maggiore della prima; essa sarà dunque lunga $\frac{44}{7}$ di un metro ossia 6 metri e $\frac{4}{7}$.

Nel moto rotatorio adunque la velocità di ciascun punto è proporzionale alla sua distanza dall'asse: cioè la velocità di un punto situato alla distanza di due, di tre, di quattro unità, è doppia, tripla o quadrupla della velocità di un punto situato alla distanza di un'unità sola dall'asse. Quest'ultima velocità si chiama la *velocità angolare* del movimento. Quindi allorchè si conoscerà la velocità angolare con cui un corpo gira intorno un asse fisso, la velocità assoluta di un punto qualunque si otterrà moltiplicando la velocità angolare per la distanza di questo punto dall'asse. E viceversa conoscendo la velocità di un punto e la sua distanza dall'asse, la *velocità angolare* del movimento si troverà dividendo la velocità assoluta per la distanza. È facile il vedere che la velocità angolare è proporzionale al numero dei giri che il corpo fa in un dato tempo, per esempio in un minuto secondo: questo numero di giri infatti si trova dividendo la velocità angolare per la ragione costante della circonferenza al raggio, cioè per $\frac{44}{7}$ prossimamente, o ciò che torna allo stesso moltiplicando la velocità angolare per $\frac{7}{44}$.

TAVOLA

DELLE VELOCITÀ DI DIVERSI MOVIMENTI.

(*Lezione terza*)

	Metri per 1″
Velocità della luce. — La luce impiega 8 minuti, 13 secondi e un quinto di secondo a venire dal sole alla terra: questa distanza essendo di 62120309 miglia di Piemonte, ossia di 153383970 chilometri, la velocità della luce è di 125954 miglia piemontesi per minuto secondo, o di	310998000^{metri}
Velocità media del centro della terra nel suo moto annuo intorno al sole — 12 miglia e $^1/_3$ di Piemonte, o meglio .	30538^m,3
Velocità del moto diurno all'equatore .	465^m,1
— del moto diurno a Torino . .	329
— del suono nell'aria a temperatura del ghiaccio fondente .	333
Velocità iniziale delle palle da fucile di fanteria	370
— iniziale delle palle da moschettone di cavalleria	315
— iniziale delle palle da pistola di cavalleria	250
— iniziale delle palle da cannone	da 540^m a 630^m
— di un vento de' più terribili .	45^m
— — fortissimo . . .	15^m
— — debole	2^m
— di un cavallo di corsa . . .	da 12 a 15^m

	Metri per 1″
Velocità della cavalleria al galoppo . .	5ᵐ,3
— — al trotto . .	3ᵐ,3
— — al passo . . .	1ᵐ,66
— delle diligenze e vetture pubbliche	da 3ᵐ a 4ᵐ
— delle locomotive sulle strade ferrate orizzontali	da 4ᵐ fino a 30ᵐ
— de' battelli a vapore	da 3ᵐ a 7ᵐ
— della fanteria al passo di carica	1ᵐ,66
— — accelerato	1,10
— — ordinario .	0,80
— media dell'acqua ne' fiumi . .	da 0ᵐ,3 a 2ᵐ,0
— dell'estremità della lancetta dei minuti, supponendola della lunghezza di 20 millimetri .	0ᵐ,000035
— dell'estremità della lancetta delle ore, supponendola della lunghezza di 15 millimetri . .	0ᵐ,0000022



SUNTO

DELLE

LEZIONI QUARTA E QUINTA.

Del moto comune e del moto proprio:
del moto assoluto e del moto relativo:
della composizione e della scomposizione del moto.

Rappresentiamoci col pensiero una nave, la quale con moto equabile e rettilineo scorra da levante a ponente sulla superficie tranquilla del mare o di un lago, e supponiamo che la sua velocità sia di cinque metri per minuto secondo. Un uomo seduto in qualunque parte del vascello parteciperà al moto di esso, cioè si muoverà egli pure equabilmente in linea retta da levante a ponente e con velocità di cinque metri: questo moto sarà dunque *comune* alla nave ed all'uomo. Supponiamo adesso che l'uomo prenda a camminare sulla nave andando da levante verso ponente, cioè pel medesimo verso di essa, e ne percorra in quindici secondi la lunghezza, che fingeremo di quindici metri: oltre al moto comune con la nave egli avrà allora un moto *proprio*, in virtù del quale egli percorrerà sulla nave, in ogni minuto secondo, una distanza di un metro: così, in ogni minuto secondo, egli sarà trasportato innanzi di cinque metri insieme con la nave, e si avanzerà di più di un metro pel suo moto proprio: egli avanzerà dunque in tutto di sei metri per minuto secondo, cioè avrà una velocità *assoluta* eguale alla somma della velocità comune e della sua velocità propria.

Che se, invece di camminare da levante a ponente, l'uomo camminasse da ponente a levante, cioè pel verso contrario a quello della nave, mentre questa lo porta innanzi di cinque metri, il suo moto proprio lo riporterebbe indietro di un metro, e il suo cangiamento di luogo assoluto sarebbe di quattro metri soltanto, epperò la sua velocità assoluta sarebbe di quattro metri per minuto secondo, cioè eguale alla differenza tra la velocità del moto comune e quella del moto proprio. Se poi queste due velocità fossero eguali, e l'uom camminasse sulla nave con velocità di cinque metri, allora tanto egli avanzerebbe pel moto comune, quanto indietreggerebbe pel moto proprio, e l'effetto di questo doppio movimento, sarebbe che l'uomo non cangerebbe luogo assoluto, cioè starebbe fermo.

Da questo solo esempio noi possiamo dedurre queste tre conseguenze:

1° Quando un corpo è animato nello stesso tempo da due movimenti diretti dalla stessa parte secondo la medesima retta, la sua velocità assoluta è eguale alla somma delle velocità dei due movimenti.

2° Quando un corpo è animato da due movimenti diretti in parti contrarie, la sua velocità assoluta è eguale alla differenza delle velocità dei due movimenti e diretta pel verso della velocità maggiore.

3° Quando un corpo è animato da due movimenti contrarii ed egualmente veloci, esso rimane in riposo assoluto.

Sarebbe facile il mostrare con esempli acconciamente scelti che queste conseguenze si ponno generalizzare dicendo, che « quando un corpo è animato nello stesso tempo « da molti movimenti diretti secondo la medesima linea, ma « gli uni per un verso, gli altri pel verso contrario, fatta la « somma di tutte le velocità dirette da una parte, e la somma « di tutte le velocità dirette dall'altra parte, la velocità asso- « luta del corpo è volta dalla parte della somma maggiore, « ed eguale alla differenza delle due somme ».

Veggiamo ora che cosa debba avvenire qualora un corpo abbia un movimento proprio, e partecipi intanto al movimento di altri corpi secondo una direzione differente. Lungo un lato di una tavola orizzontale sia inchiodata una riga o sponda AB (*fig.* 2), contro la quale si appoggi uno de' lati della tavoletta EFGH, semplicemente posata sulla tavola. Facciamo scorrere questa tavoletta in modo, che appoggiandosi sempre contro la sponda AB ed avanzandosi con moto equabile per un minuto secondo, essa passi dalla posizione EFGH alla posizione *efgh*: tutti i suoi punti in questo movimento descriveranno rette parallele ed eguali ad E*e*, cioè alla distanza percorsa dalla tavoletta: cosicchè una pallina posata in M, partecipando al moto della tavoletta, si troverà in *m* alla fine di un minuto secondo. Supponiamo adesso che mentre la tavoletta viene da EG in *eg*, la pallina invece di star sempre nello stesso punto della tavoletta, percorra con moto equabile la lunghezza del canaletto MN scolpito nella superficie di essa. Se la tavoletta intanto non si muovesse, il mobile alla fine di un minuto secondo si troverebbe in N; ma a cagione del moto della tavoletta, alla fine di quel tempo il punto N sarà passato in *n*: dunque in virtù del doppio movimento da cui la pallina si trova animata, essa si troverà in *n* alla fine di un minuto secondo.

Le due linee M*m*, N*n* essendo eguali e parallele, la figura M*mn*N è un parallelogramma: tiriamone la diagonale M*n*, e non sarà difficile il vedere che a cagione della uniformità dei movimenti della tavoletta e della pallina, e in grazia delle note proprietà dei triangoli simili, la pallina dopo un quarto di minuto secondo sarà al quarto della diagonale M*n*; che dopo un mezzo secondo sarà alla metà di essa, e dopo tre quarti di secondo sarà ai tre quarti di M*n*, cosicchè insomma essa descriverà la linea M*n* con moto equabile, epperò la sua velocità assoluta sarà rappresentata in grandezza e in direzione dalla diagonale M*n*. Da questo ragionamento ci è permesso di concludere, che:

« Quando un punto A (*fig.* 3) è animato nello stesso tempo « da due movimenti equabili e tali che nella unità di tempo « il primo moto gli farebbe descrivere la retta AB, ed il se- « condo moto gli farebbe descrivere la retta AC, il mobile « descriverà effettivamente nell'unità di tempo la diagonale « AD del parallelogramma costrutto sui lati AB, AC ».

Oppure in altri termini:

« Quando un punto materiale è animato nello stesso tempo « da due velocità rappresentate dai lati AB, AC di un paral- « lelogramma, la diagonale AD di questo parallelogramma « rappresenta in grandezza e in direzione la velocità effet- « tiva con cui quel punto si muove ».

In ciò consiste il principio della *composizione del moto*, del quale si fa uso continuo in tutta la meccanica: ne risultano molte immediate conseguenze che noi esporremo qui brevemente.

Quando un punto è sollecitato da due velocità che fanno tra di loro un angolo retto, il quadrato della velocità con cui il punto si muove, o della velocità *risultante*, è eguale alla somma dei quadrati delle due velocità date o *componenti*. Infatti allora la diagonale è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo ABD, di cui i lati AB, BD sono eguali alle due velocità del corpo.

Se un punto A (*fig.* 4) sarà animato nello stesso tempo da quante velocità vorremo, AB, AC, AD, AE, AF, il moto unico, o composto, o risultante che esso prenderà, potrà determinarsi con questa facile costruzione. Dal punto B si conduca B*c* eguale e parallela ad AC: poi dal punto *c*, si conduca *cd* eguale e parallela ad AD: poi dal punto *d*, *de* eguale e parallela ad AE, e finalmente dal punto *e* si conduca *ef* eguale e parallela ad AF. Tirando la linea A*f*, sarà questa la direzione e la velocità del movimento del punto A.

Quando le velocità date sono tre sole, AB, AC, AD, comunque dirette (*fig.* 5) la costruzione ora insegnata fa vedere che la velocità del moto risultante è rappresentata in

grandezza e in direzione dalla diagonale AG del parallelepipedo fatto sulle tre velocità date come lati. Quando questo parallelepipedo sarà rettangolo, il quadrato della velocità *risultante* sarà eguale alla somma dei quadrati delle tre velocità *componenti*.

Una osservazione assai semplice gioverà per imprimerci bene nella memoria le cose dette fin qui. Se mentre la tavoletta cammina da EG in *eg* (*fig.* 2), la pallina non avesse nissun moto proprio, in un minuto secondo essa verrebbe da M in *m*. Se allora la tavoletta si arrestasse, e la pallina cominciasse a muoversi nel suo canaletto, alla fine di un altro minuto secondo essa verrebbe in *n*. Ma abbiamo veduto che essa viene appunto in *n* in un minuto secondo, quando i due movimenti della tavoletta e della pallina hanno luogo nel medesimo tempo. Dunque tanto fa pel cangiamento di luogo della pallina che i due movimenti *comune* e *proprio*, sieno *contemporanei* oppure *successivi*, cioè che si facciano nello stesso tempo, oppure l'uno dopo l'altro. Ragionando nello stesso modo in tutti gli altri casi, il principio della composizione del movimento potrà esprimersi dicendo: « Quando un punto riceve nello stesso tempo di« versi movimenti secondo direzioni qualunque, il suo can« giamento di luogo alla fine di un minuto secondo è il me« desimo, come se esso avesse prima avuto uno solo dei « movimenti di cui è animato per un minuto secondo; poi « un altro dei movimenti per un altro minuto secondo, « poi un altro per un altro minuto secondo, e così fino « alla fine.

Poichè due moti contemporanei secondo i lati di un parallelogramma producono un moto unico secondo la diagonale, viceversa un moto unico secondo una data linea, sarà sempre permesso di considerarlo come prodotto dal concorso di due moti secondo i lati di un parallelogramma di cui quella linea sia la diagonale: così alla velocità rappresentata dalla linea AD (*fig.* 6) si potranno sostituire col pensiero le

velocità rappresentate dalle due linee AB, AC, oppure dalle due Ab, Ac, o dalle Ab', Ac' ecc.

E similmente, poichè tre moti contemporanei secondo i tre lati contigui di un parallelepipedo equivalgono ad un moto unico secondo la diagonale, un moto unico secondo una retta qualunque potrà sempre riguardarsi come risultante da tre moti secondo i tre lati di qualsivoglia parallelepipedo che abbia per diagonale la linea data.

In ciò consiste il principio della scomposizione del moto che agevola mirabilmente la soluzione di quasi tutte le quistioni di meccanica.

Quando due punti si muovono pel medesimo verso sulla medesima linea, cosicchè uno preceda e l'altro segua, se quello che va innanzi cammina più presto che l'altro, i due punti si allontaneranno sempre più. Se il primo, per esempio, fa cinque metri per minuto secondo e l'altro fa solamente due metri, l'effetto, quanto alla loro distanza scambievole, sarà il medesimo, come se il secondo punto stesse fermo, e l'altro camminasse con velocità di soli tre metri: quindi si dirà che quando un punto va innanzi con velocità di cinque metri, e l'altro lo segue con velocità di due metri soltanto, la loro velocità *relativa*, cioè la velocità del primo, rispetto al secondo, è eguale a tre metri, cioè è eguale alla differenza delle due velocità assolute. Quindi se le due velocità assolute fossero eguali, cioè se i due punti andassero egualmente presto, la loro velocità relativa sarebbe nulla; essi infatti starebbero sempre alla medesima distanza l'uno dall'altro, precisamente come se nè l'uno, nè l'altro non si muovessero.

Se al contrario i due punti andassero uno da levante a ponente, facendo cinque metri per minuto secondo, e l'altro da ponente a levante, facendo tre metri per minuto secondo, è chiaro che essi si allontanerebbero o si avvicinerebbero fra loro precisamente, come se uno di essi stesse fermo, e l'altro avesse una velocità eguale ad otto metri; quindi si conchiude che quando due punti si muovono sulla

medesima retta con direzioni contrarie, la loro *velocità relativa* è eguale alla somma delle loro velocità assolute.

Quando un punto sta fermo e l'altro si muove avvicinandosi a lui, o scostandosene, l'avvicinamento o lo scostamento è il medesimo come se il primo punto si movesse e l'altro stesse fermo. Da ciò nasce l'illusione che si prova passando un fiume sopra una *chiatta*: che pare che la chiatta stia ferma, e che una delle rive si avvicini a noi, e l'altra si allontani.

Supponiamo ora che due punti A, B (*fig.* 7) si muovano con le velocità rappresentate in grandezza e in direzione dalle rette AM, BN (*fig.* 7), e si voglia trovare quale sia la velocità relativa di B rispetto ad A. Pel punto B si conducano le rette BH parallela e BI perpendicolare ad AM: e intorno a BN come diagonale si faccia il rettangolo BHNI: alla velocità unica BN potremo sostituire le due velocità componenti BH, BI: se ora dalla BH si toglie la parte H*m* eguale ad AM, ciò che avanza, cioè B*m*, sarà la velocità relativa di B secondo la direzione parallela ad AM. Siccome poi il punto A non ha nissun movimento perpendicolarmente ad AM, cioè parallelamente a BI, ne segue che in questa direzione la velocità relativa del punto B sarà eguale alla sua velocità assoluta BI: dunque finalmente la velocità relativa totale di B sarà quella che risulta dalle due B*m*, BI, cioè sarà BQ, diagonale del rettangolo fatto sui lati B*m*, BI. Da ciò concluderemo che un uomo navigando secondo la linea AM, ed osservando un'altra nave la quale andasse per la linea BN, attribuirebbe a questa un movimento diverso da quello che essa ha veramente, e giudicherebbe il suo cammino diretto secondo BQ.

Segue dalla natura stessa del moto relativo che esso non viene alterato, aggiungendo ai due mobili una stessa velocità secondo direzioni parallele: così nell'esempio precedente il moto relativo delle due navi non cambierebbe, se esse fossero entrambe trasportate dalla corrente con eguale velocità secondo le direzioni parallele AV, BU. Per

are qualche applicazione di questa osservazione, supponiamo che la ruota C rotoli sul suolo rasente la faccia del muro ABEF: un pennello P attaccato alla circonferenza della ruota descriverà sul muro la cicloide AMPB. Ora se noi imprimiamo alla ruota ed al muro un moto comune progressivo secondo la direzione BA, il loro moto relativo non sarà punto alterato, e il pennello seguiterà a descrivere sul muro la medesima curva: da ciò noi possiamo dedurre che descrivendo a mano alzata un circolo sopra un foglio di carta, il quale intanto si muova in linea retta con velocità eguale a quella della mano, la curva che si descriverà così sarà una cicloide che avrà per circolo generatore il circolo percorso dalla mano. Noi avremo in seguito occasione di far uso di questo principio.

SUNTO
DELLA
LEZIONE SESTA.

Definizione delle macchine. — Trasmissione e trasformazione del moto. — Meccanismo.

In ogni operazione d'arte meccanica concorrono necessariamente quattro cose, cioè una intelligenza che presiede al lavoro, un agente o motore che vi impiega la sua forza, uno strumento che opera ed un oggetto che riceve quella modificazione che è lo scopo del lavoro. Così nella trebbiatura delle messi il contadino guida l'azione de' buoi che sono i *motori*, e questi per mezzo dello strumento chiamato *ruzzolone* o *ritolo* sprigionano i grani dalle spighe: così ancora nella macinatura l'intelligenza del mugnaio regola il motore, che è l'impulso dell'acqua contro le palmette della ruota maestra, e la *macina* che è lo strumento, schiaccia il grano e lo riduce in farina. Molte volte però l'essere intelligente che dirige il lavoro e il motore che lo eseguisce si confondono nella persona dell'operaio, come si vede nella maggior parte de' mestieri: sovente ancora l'operaio non impiega altro strumento che le sue mani, come il panattiere che con esse sole governa la pasta e la foggia in pani. La mano dell'uomo infatti è così maravigliosamente organizzata e disposta, ch'essa si piega a tutti i movimenti, a tutti i bisogni, ed è ugualmente atta a brandir la scure del legnaiuolo ed a guidare il pennello del pittore.

Col perfezionarsi però delle arti l'uomo già più non si contenta di saper *fare*, egli vuole *fabbricare* cioè, cerca i mezzi di ottenere rapidamente lavorii *copiosi*, *uniformi*, a *buon mercato*, e si trova così condotto ad impiegare altri motori che la forza delle proprie braccia, e motori i quali, per esser privi d'intelligenza, e per la loro particolare organizzazione e natura non si possono immediatamente applicare al lavoro, cioè non sono capaci di guidar per se stessi lo strumento che debbono mettere in moto. Un animale, per esempio, non è capace per se stesso di tessere, nè una corrente d'acqua di macinare. Che fa l'uomo allora? Egli imagina e costruisce un qualche congegno, il quale per una parte ricevendo dal *motore* quel movimento che esso è per sua natura atto a produrre, lo comunica, lo trasmette, per altra parte, fino allo strumento, così che questo si trovi costretto a muoversi in quel modo precisamente che conviene per la specie particolare di lavoro che si debbe eseguire. Per la macinatura de' grani, per esempio, che fa l'uomo? Egli dispone quel congegno che noi chiamiamo mulino, componendolo di tre parti principali, cioè:

1° Di una ruota a *pale*, o d'altra ruota idraulica destinata a ricevere il moto da una corrente o caduta d'acqua.

2° Di due o più ruote dentate destinate a trasmettere alla macina corsoia il movimento della ruota idraulica ed a modificarlo, facendo che la macina giri più presto o più adagio che la ruota, e ch'essa giri in un piano orizzontale, anche quando la ruota idraulica gira in un piano verticale.

3° Finalmente, di due macine, l'una *giacente* o ferma, l'altra *corsoia* o mobile, che sono lo strumento che eseguisce il lavoro, riducendo il grano in farina.

« Ogni congegno destinato a ricevere l'azione di un mo-« tore ed a modificare la velocità e la direzione del movi-« mento prodotto, trasmettendolo allo strumento che dee « eseguire un lavoro qualunque, si chiama *macchina* ».

In ogni macchina si possono dunque, come nel mulino, distinguere:

1° Una parte destinata a ricevere l'azione diretta del motore, e questa parte si può chiamare generalmente il *primo mobile.*

2° Un numero più o men grande di parti, varie di natura e di forma, destinate a ricevere il moto dal primo mobile e trasmetterselo dall' una all'altra, cambiandone la direzione e la velocità, ed a comunicarlo finalmente allo *strumento.* Tutte queste parti insieme si chiamano il *meccanismo.*

3° Finalmente, una o più parti destinate ad operare direttamente sulla materia che si vuol trasformare, cioè ad eseguire l'operazione che è lo scopo del lavoro, e a queste parti noi abbiamo dato finora e seguiteremo a dare il nome di *strumento.*

Ho detto che le macchine servono ad applicare a' lavori dell'industria motori privi d'intelligenza e di senso. Ciò non toglie ch'esse non possan essere sovente mosse vantaggiosamente dalla forza dell'uomo stesso. La mano dell'uomo è per verità, come dicevamo pur ora, una maravigliosa prova della sapienza infinita del Creatore, ma l'intelligenza umana, che è pur opera di Dio, è ancor più maravigliosa: e l'uomo impiegando le macchine sostituisce l'azione della intelligenza a quella della mano. Quando l'orologiere taglia uno a uno con una lima i denticini d'una ruota, quando lo scrivano muove leggermente la penna sulla carta, tutte le loro facoltà sono assorbite in una operazione che non consuma la centesima parte della lor forza; date all'orologiere una macchina conveniente, date allo scrivano un *torchio da stampatore*, ed essi faranno in una giornata mila volte più lavoro, e lavoro migliore di quel che avrebber fatto con l'uso diretto della mano. Ma non è tempo ancora di trattenerci sui vantaggi delle macchine; torniamo allo studio delle loro parti.

Ogni macchina dunque è composta di tre specie di parti: di un *primo mobile*, di un *meccanismo* e di uno *strumento*. Le condizioni da adempiere rispetto al primo mobile, a fine di applicare il motore nel modo più vantaggioso, più economico, appartengono alla *dinamica applicata* o *dinamotecnia* e saranno da noi esposte e dimostrate nell'ultima parte del nostro corso. Quelle che riguardano la scelta, la disposizione dello strumento appartengono alla *tecnologia*, cioè non possono essere suggerite che dalla pratica, dalla conoscenza di ciascun'arte, delle materie che essa impiega, dei fini ch'essa si propone. Ma lo studio del *meccanismo*, cioè di quelle parti della macchina, che servono a trasmettere il movimento dal primo mobile allo strumento, ed a modificare la velocità e la direzione di questo movimento, dipende unicamente dalla geometria, e può darci fin d'ora utile argomento di studio. Per ben comprenderne l'oggetto ricorriamo ancora ad alcuni esempli famigliari.

L'arrotino (*fig.* 9), premendo col piede una *calcola* o *pedale* AB, mette in giro una *mola* M, e questa girando contro la lama del coltello o d'altro ferro che l'arrotino vi tiene contro appoggiata, la morde, la rode, l'assottiglia, la affila.

Il motore è qui manifestamente il piede dell'operaio; il primo mobile è la *calcola*: lo strumento è la mola. Ma dov'è il *meccanismo*? Esso è semplice, ma necessario; esso consiste in quella corda o *tirante* BD che si lega di sotto al capo della calcola, e di sopra alla manovella DC fermata all'asse della mola. Ora che cosa fa questo meccanismo? Manifestamente esso comunica alla mola il movimento della calcola, ma non lo comunica senza modificarlo: il movimento della calcola è *alternativo*, quello della ruota è *continuo*: il movimento della calcola è lento, quello della circonferenza della ruota è veloce. Qui dunque il meccanismo serve a trasmettere il movimento, cambiandone la direzione e la velocità.

Per trar acqua da un pozzo con la secchia si impiega sovente un verricello (*fig.* 10). Il motore è qui la forza dell'uomo: il *primo mobile* è il manubrio AMN: lo *strumento* è l'uncino B al quale è attaccata la secchia: il *meccanismo* è composto di tre parti, cioè del *subbio* o *fuso* CD, della corda HGB e della girella G: questo meccanismo comunica all'uncino il movimento del primo mobile, ed insieme ne cambia la direzione e la velocità, poichè il moto del manubrio è circolare e quello della secchia è rettilineo, il moto del manubrio è celere e quello della secchia è lento.

Qui pure adunque, ed in ogn'altra macchina, lo scopo, l'uso del meccanismo è di trasmettere il moto cambiandone la direzione e la velocità.

Ora ricordandoci le cose che abbiamo dette nella seconda lezione ed osservando che il moto circolare, a cagione dell'uso frequentissimo che se ne fa in meccanica pratica, merita di essere distinto dal moto curvilineo secondo altre curve, e di formare una classe da sè, noi potremo dire in primo luogo che un moto può essere

Rettilineo,
Circolare,
Curvilineo qualunque.

Poi, ricordandoci ancora che ciascuno di questi movimenti è continuo od alternativo, invece di tre classi sole di movimenti, ne avremo sei, cioè

Moto rettilineo — Continuo.
— Alternativo.
Moto circolare — Continuo.
— Alternativo.
Moto curvilineo qualunque — Continuo.
— Alternativo.

Ora il movimento del primo mobile potendo appartenere ad una qualunque di queste classi, e quello dello strumento potendo similmente corrispondere, sia alla medesima classe, sia ad una qualunque delle altre, ne segue che l'uso di qualsivoglia meccanismo è sempre di produrre una delle trasformazioni indicate nel quadro seguente.

Il moto rettilineo continuo si trasforma in . . .	Rettilineo	Continuo	(1)
		Alternativo	(2)
	Circolare	Continuo	(3)
		Alternativo	(4)
	Curvilineo	Continuo	(5)
		Alternativo	(6)
Il moto circolare continuo si trasforma in . . .	Rettilineo	. Alternativo	(7)
	Circolare	Continuo	(8)
		Alternativo	(9)
	Curvilineo	Continuo	(10)
		Alternativo	(11)
Il moto curvilineo continuo si trasforma in . . .	Rettilineo	. Alternativo	(12)
	Circolare	. Alternativo	(13)
	Curvilineo	Continuo	(14)
		Alternativo	(15)
Il moto rettilineo alternativo si trasforma in . . .	Rettilineo	. Alternativo	(16)
	Circolare	. Alternativo	(17)
	Curvilineo	. Alternativo	(18)
Il moto circolare alternativo si trasforma in . . .	Circolare	. Alternativo	(19)
	Curvilineo	. Alternativo	(20)
Il moto curvilineo alternativo si trasforma in	Curvilineo	. Alternativo	(21)

In questo quadro noi abbiamo tenuto conto soltanto di quella varietà di movimenti che nasce dalla natura delle linee descritte e dalla direzione del moto: ma se si porrà mente che tanto il movimento del primo mobile, quanto quello dello strumento può essere equabile, oppure vario secondo qualunque legge, si vedrà che il numero delle quistioni che la scienza del meccanismo si propone di risolvere è infinito. — Noi procureremo nelle prossime lezioni di ridurre a certe regole questa infinita varietà di soluzioni e di fare l'applicazione di queste regole ai meccanismi di uso più frequente e più importante.



[illegible]

SUNTO

DELLE

LEZIONI SETTIMA E OTTAVA.

Organi meccanici.

L'immensa varietà delle macchine usate nelle arti e nelle manifatture, il numero loro ogni giorno crescente, il numero più grande ancora di quelle che si trovano descritte nei libri di meccanica pratica, potrebbero far credere che sia impossibile il passare a rassegna tutti i mezzi conosciuti di trasformare e di trasmettere il movimento, o per dir meglio, che questi mezzi sieno infinitamente varii. Ma se si prende a considerar più da vicino la composizione di questo gran numero di macchine, si trova che esse differiscono invero tutte le une dalle altre pel fine cui sono destinate, per la materia di cui sono costrutte, pel numero e per la disposizione delle parti di cui sono composte, ma che queste parti sono presso a poco le stesse in tutte le macchine, e ponno ridursi ad un numero assai limitato. Qualunque sia il meccanismo che noi prendiamo ad esaminare, noi troviamo sempre che esso consiste in ruote, in manovelle, in tiranti, in puleggie, in cordoni, in viti ecc.: onde segue che per poter comprendere e saper descrivere il gioco di qualsivoglia macchina basta conoscere e ben comprendere il gioco di ciascuna di queste parti: e che l'invenzione di una macchina nuova non è altro che una ingegnosa combinazione di parti conosciute, ma

disposte in un nuovo modo atto a produrre quell'effetto che l'inventore si propone. Queste parti di cui ogni meccanismo è composto, questi meccanismi semplici, che sono come i materiali comuni con cui tutte le macchine sono costrutte, si chiamano *Organi meccanici* od *Elementi delle macchine*. Essi sono stati diligentemente ricercati e raccolti ne' musei o conservatorii d'arti e mestieri, e trovansi descritti e rappresentati con figure ne' libri di meccanica applicata, e in quelli specialmente che trattano della composizione delle macchine: si sono compilati de' grandi quadri in cui essi veggonsi ordinatamente disposti e disegnati, in modo da metterli tutti insieme innanzi agli occhi, e da suggerire ai meccanici l'uso ch'essi ne possono fare. La brevità di questo corso non mi permette di tutti annoverarli e descriverli: ma io farò conoscere i più importanti e più frequentemente usati, e conosciuti questi, i miei uditori e i leggitori non avranno difficoltà di comprendere il gioco di tutti gli altri: tanto più, che dopo di averli mostrati, e per così dire, fatti toccar con mano ai primi, ed indicati almeno ai secondi, io procurerò di ridurne lo studio a pochi e semplici principii generali, di cui darò poi numerose e ben sviluppate applicazioni.

Classi 1ª e 16ª. — *Trasformazione del moto rettilineo continuo in rettilineo continuo e del moto rettilineo alternativo in rettilineo alternativo.*

Queste trasformazioni si fanno in modo semplicissimo per mezzo di una corda ACB ripiegata sopra uno spigolo smussato C (*fig.* 11), o meglio sopra una *girella fissa* o *calcese* C (*figg.* 12 e 13). Se al capo B della corda è attaccato un peso, esso prenderà un moto rettilineo della stessa specie e della stessa velocità di quello dell'altro capo A: ma le direzioni dei movimenti di A e B saranno differenti, e potranno essere parallele come nella *fig.* 13, o fare tra di loro

un angolo qualunque come nella *fig.* 12. Quando s'impiega una girella sola le due direzioni sono contenute nello stesso piano: ma con due o più girelle convenientemente disposte (*fig.* 14) il primo tratto AC e l'ultimo DB ponno condursi in piani comunque differenti. Finalmente se si vorrà che la velocità di B sia differente da quella di A, ciò pure si potrà ottenere mercè una conveniente disposizione di calcesi con girelle mobili o *bozzelli*: nella *fig.* 15, per es., combinando il calcese C col bozzello D, la velocità di B riesce la metà solamente di quella di A.

Un altro meccanismo che è stato utilmente applicato per la trasformazione di cui parliamo, è rappresentato nella *fig.* 50 *bis* Tav. 6ª. AD, EF, sono due tubi perfettamente cilindrici che comunicano inferiormente col recipiente chiuso S. Questo recipiente, ed i due tubi sono pieni d'acqua o d'altro liquido fino in GH ed in I: due stantuffi che compiono esattamente le sezioni dei due tubi, si appoggiano sulla superficie del liquido. Allora è chiaro, che se lo stantuffo GH si abbassa in *gh*, l'acqua contenuta nello spazio G*gh*H è costretta a passare nel recipiente S, ed un egual volume di acqua è forzato a passare dal recipiente S nel tubo EF, ed a sollevare lo stantuffo I da I in *i*. Se i due tubi fossero di egual calibro, la salita I*i* sarebbe precisamente eguale alla distanza G*g*, ma se il tubo EF è minore del tubo AD, allora la salita supera la discesa; e viceversa la discesa supera la salita se il tubo EF è maggiore del tubo AD.

Se invece di uno stantuffo si mettesse un *galleggiante* (1) nel tubo EF, a questo tubo si potrebbe dare una figura curvilinea qualunque, e scendendo lo stantuffo GI in linea retta, il galleggiante I salirebbe descrivendo la curva del tubo:

(1) Chiamasi *galleggiante* un corpo leggiero che sta a galla sull'acqua od altro fluido, come sarebbe un turacciolo di sovero, od una palla vuota di latta, perfettamente chiusa da ogni parte, cosicchè l'acqua non vi possa entrare.

così il moto rettilineo si troverebbe trasformato in un moto secondo una curva qualunque.

Classi 3ª e 17ª. — *Trasformazione del moto rettilineo continuo in circolare continuo e del moto rettilineo alternativo in circolare alternativo.*

La dentiera rettilinea BC (*fig.* 16) spinge i denti della ruota A e la fa girare con moto continuo o con moto alternativo, secondochè la dentiera medesima va con moto continuo od alternativo: in tutti i casi la velocità della circonferenza della ruota è eguale alla velocità della dentiera. Quando il moto della ruota dee mutar frequentemente direzione, cioè quando in ciascuna andata e in ciascuna venuta la ruota dee descrivere un arco minore della circonferenza, invece di una ruota intiera si può pure impiegare un settore dentato, come si vede nella *fig.* 17.

Alla dentiera rigida si sostituisce talvolta una dentiera articolata o catena dentata come quella rappresentata nelle *figg.* 18 e 135: la ruota dentata si muta allora in una carrucola intorno alla quale sono scolpite le tacche *a*, *b*, *c*, *d*... che fanno incastro coi denti della catena. Si può anche impiegare una catena ordinaria, armando la circonferenza della carrucola con cavicchie o uncinetti sporgenti che sieno aggrappati dagli anelli della catena (*fig.* 19).

Classe 4ª. — *Trasformazione del moto rettilineo continuo in circolare alternativo.*

AB, CD (*fig.* 20) sono due corde, cinghie o catene formate di parti alternativamente nodose e liscie; esse sono tese parallelamente e camminano con eguale velocità e per

lo stesso verso. La ruota o tamburo EF che si vede disegnata per profilo in *ef*, è armata di un doppio ordine di caviglie sporgenti, fra le quali passano liberamente le porzioni liscie delle corde, ma non i gruppi o grani H, H, H, H..: finalmente le due corde sono così disposte che mentre i grani dell'una AB sono impegnati tra le caviglie della ruota e la sospingono innanzi, passa attraverso alla ruota una porzione liscia dell'altra corda CD. Le due corde operanò dunque a vicenda sulla ruota, e questa riceve per conseguenza un movimento alternativo. Questo meccanismo, che può modificarsi in molte maniere, non è a mia notizia che sia mai stato impiegato o descritto.

Classe 7ª. — *Trasformazione del moto circolare continuo in rettilineo alternativo.*

Qui gli esempli sovrabbondano. Supponiamo in primo luogo che un disco circolare A (*fig.* 21) giri intorno al suo centro O: una stanghetta rettilinea BC, messa a contatto con la sua circonferenza e diretta secondo il prolungamento di un raggio, non riceverà dalla rotazione del disco verun movimento a motivo della perfetta eguaglianza di tutti i raggi del circolo. Ma se il disco invece di essere circolare fosse tagliato secondo un'altra curva, come nelle *fig.* 22 e 23, oppure fosse bensì circolare, ma girasse intorno ad un punto O differente dal suo centro di figura, come nella *fig.* 24, allora è chiaro che supponendo la stanghetta caricata di un peso, o sospinta contro al disco dall'azione di una molla elastica, essa sarebbe costretta ora ad allontanarsi, ora ad avvicinarsi al centro di rotazione del disco, secondo che i raggi di questo vanno crescendo o diminuendo. Un tal meccanismo chiamasi un *eccentrico*, e noi vedremo a suo tempo che con una scelta conveniente della curva del disco è sempre possibile di fare che girando questo equabilmente,

la stanghetta si muova essa pure equabilmente, oppure con moto accelerato o ritardato secondo qualsivoglia legge data. Io mi contenterò di osservare per ora che col circolo eccentrico della *fig.* 24 e col cuore della *fig.* 22 la stanghetta ad ogni giro farebbe una sola andata ed una sola venuta: mentre con la rosetta a tre foglie della *fig.* 23 si avrebbero tre andate e tre venute della stanghetta per ogni giro dell'eccentrico.

La *fig.* 25 rappresenta il meccanismo comunemente usato per muovere i pestoni dei mulini da polvere, de' brillatoi da riso ecc. Un albero orizontale KH porta infitti intorno intorno i *bocciuoli* P, P′, P″, i quali, mentre l'albero gira, vengono successivamente ad incontrarsi nello *sperone* TM, impiantato orizontalmente nel pestello EF, e lo sollevano sino ad una certa altezza, poi abbandonandolo, lo lasciano ricadere sulla materia contenuta nella *pila* R; ad ogni giro dell'albero tante sono le salite del pestello, quanti sono i bocciuoli distribuiti sulla circonferenza.

Se invece di un pestello verticale si dovesse muovere un *andivieni* orizontale, questo dovrebbe essere sospinto dai bocciuoli tanto nell'andata come nella venuta: si potrebbe allora impiegare la disposizione rappresentata nella *fig.* 26.

Merita ancora di essere qui descritto l'ingegnosissimo meccanismo della *fig.* 27. L'eccentrico ABC è un triangolo curvilineo equilatero: i suoi tre lati sono tre archi di circolo di 60°, descritti dai centri A, B, C: e questo eccentrico gira intorno al suo vertice C. Il telaio EF ha la sua altezza interna precisamente eguale al raggio con cui i lati dell'eccentrico sono stati descritti. Nella posizione rappresentata in figura, se si suppone che l'eccentrico giri pel verso della saetta, l'arco CB sospingerà il lato superiore del telaio, e questo moto continuerà finchè il punto B sia venuto sulla verticale del punto C: allora il telaio si fermerà e starà immobile finchè il punto A sia venuto esso nella verticale di C, nel quale istante l'arco CB comincierà a sospingere il lato inferiore del

telaio e questo prenderà a discendere. Continuando lo stesso ragionamento, si vedrà, che se si intende una rivoluzione dell'eccentrico divisa in sei parti eguali, nella prima parte il telaio monterà, nella seconda starà fermo, nella terza discenderà, nella quarta tornerà a star fermo; poi risalirà nella quinta e starà fermo nuovamente nella sesta, e così senza fine.

Classi 8ª e 19ª.—*Trasformazione del moto circolare continuo in circolare continuo, e del moto circolare alternativo in circolare alternativo.*

Queste trasformazioni, usate più che niun'altra in meccanica pratica, si fanno semplicissimamente per mezzo di due ruote, sulle quali si avvolge una coreggia o corda senza fine, disposta in uno dei modi espressi nelle *figg.* 28 e 29: con la prima disposizione le due ruote girano pel medesimo verso, con la seconda esse girano per versi contrarii. — Si può ancora sopprimere la corda o coreggia e avvicinare le due ruote finchè le loro circonferenze si tocchino, cosicchè il moto si trasmetta dall'una all'altra per lo scambievole attrito (*fig.* 30). Quando l'attrito non basta a trasmettere il movimento, le circonferenze delle due ruote si fanno dentate, come si vede nella *fig.* 31. Delle varie specie di ruote dentate e della forma che si dee dare ai loro denti, parleremo lungamente a suo tempo. Quando esse debbono servire a trasmettere un moto alternativo, invece di ruote intere si posson pure impiegare dei settori dentati, come quello della *fig.* 17.

Il tornio comune a pertica ci somministra un esempio famigliare della trasformazione di un moto circolare alternativo in altro moto circolare alternativo: la corda BCD (*fig.* 32), attaccata da una parte al pedale AB, e dall'altra alla pertica DE, dà un giro morto intorno al pezzo C che si ha da

tornire, se il tornio è *a due punte*, od intorno al *fuso* se il tornio è *a coppaia*. Il tornitore spingendo il pedale all'ingiù, gli fa descrivere un arco di circolo intorno al suo punto d'appoggio A, e la corda discendendo fa girare il pezzo C pel verso della saetta: poi quando l'uomo solleva il piede, l'elasticità della pertica ritira la corda all'insù, il pedale si alza, e il pezzo torna indietro girando a rovescio del suo moto precedente, e così di seguito con perpetua vicenda: il ferro fermamente appoggiato sulla *gruccia*, intacca il lavorío nel moto diretto, e si rimane ozioso nel moto retrogrado.

Classe 9ª. — *Trasformazione del moto circolare continuo in circolare alternativo.*

I bocciuoli B, B′, B″ dell'albero A (*fig.* 33) sospingono all'ingiù la coda CD del *maglio* o *distendino* MCD, poi lo lasciano ricadere sull'incudine o tasso I, e così il moto continuo dell'albero produce nel maglio un moto alternativo intorno al punto C.

Nella *fig.* 34, A, B sono due ruote eguali, i cui denti s'incastrano, cosicchè girando A con moto continuo da destra a sinistra, girerà B con simil moto da sinistra a destra: la ruota A porta la mezza ruota dentata C, e la B porta la mezza ruota D così disposta, che quando la C incastra con la ruota E, la D rimane oziosa e viceversa. Risulta manifestamente da questa disposizione, che girando le ruote A, B con moto continuo, la ruota E girerà con moto alternativo. Questo meccanismo è una modificazione di quello rappresentato nella *fig.* 20.

Classe 17ª. — *Trasformazione del moto rettilineo alternativo in circolare alternativo e viceversa.*

Il trapano a mano (*fig.* 35) e l'archetto del tornio (*fig.* 36) ci somministrano due esempli famigliari della trasformazione del moto rettilineo alternativo in circolare alternativo. I due meccanismi delle figure 37 e 38 servono così bene a questa trasformazione come alla trasformazione inversa. Nella *fig.* 37 AB è uno sdrucciolo, il quale andando innanzi e indietro, apre e chiude i parallelogrammi articolati BCC'DEE'FGG', ritenuti da un perno fisso in F: quindi le branche FG, FG' prendono intorno a questo perno un movimento circolare alternativo.

Nella *fig.* 38 AB è un bilanciere mobile intorno all'asse C, e terminato da una parte da un arco di circolo DE descritto dal centro C: FG è una stanga verticale scorrevole contro a guide fisse: due coreggie o catene si attaccano, una nei punti D, G, l'altra nei punti E, F: quando l'arco DE s'innalza, la coreggia DG solleva la stanga, l'altra coreggia rimane inoperosa: viceversa, quando l'arco si abbassa, la coreggia EF tira la stanga all'ingiù e l'altra si riposa. Questo meccanismo è stato sovente impiegato per dar movimento agli stantuffi delle trombe idrauliche.

Classe 9ª. — *Trasformazione del moto circolare alternativo in circolare continuo.*

Di questa trasformazione abbiamo già addotto un esempio nella mola dell'arrotino, nella quale abbiam fatto notare (*figg.* 9 e 39) che il moto alternativo del pedale o saliscendolo AB, per via del tirante BD, il quale può essere flessibile o rigido, si trasmette alla manovella DC, trasformandosi

in moto circolare continuo: noi torneremo più tardi su questo meccanismo utilissimo, per dimostrarne le proprietà.

In questo esempio, come in tutti quelli che precedono, il moto prodotto è *permanente*, cioè non soffre interruzione veruna: la *fig.* 40 rappresenta un meccanismo, per mezzo del quale un moto circolare alternativo permanente si cambia in moto circolare continuo intermittente.

Nel termine B della leva AB è unito a snodo l'*arpione* BD: muovendosi il punto A verso *a* ed il punto B verso *b*, l'arpione sospinge il dente D della ruota a sega G con cui s'aggrappa: tornando poi il punto A verso *a'*, ed il punto B verso *b'*, l'arpione dà indietro e va a mordere un altro dente per sospingerlo poi alla sua volta. Da ciò si vede che la ruota G si muove mentre il punto A cammina verso *a*, e rimane immobile mentre il punto A ritorna verso *a'*, epperò il suo moto è intermittente: anzi, per impedire che durante il ritorno dal punto A la ruota non indietreggi, si aggiunge il *nottolino* HI, il quale permette il movimento diretto della ruota, ma si oppone ad ogni moto retrogrado.

Disponendo il meccanismo, come si vede nella *fig.* 41, il nottolino è inutile, e la macchina gira, tanto nell'andata, come nella venuta della leva: infatti, mentre uno dei due arpioni va in cerca di un dente da aggrappare, l'altro spinge quello cui s'è appigliato, e la ruota non può mai dare indietro.

Io qui pongo fine a questa descrizione degli elementi delle macchine: il prolungarla di più sarebbe non meno inutile che fastidioso. Le cose vedute sono bastanti a dare un'idea de' mezzi di cui il meccanico pratico può disporre nella combinazione delle macchine, e per rendere intelligibili i principii generali e le regole che mi propongo di esporre nelle prossime lezioni.

SUNTO

DELLA

LEZIONE NONA.

Vario modo di azione degli organi meccanici.

Poichè ogni organo meccanico, ogni elemento di macchina ha per uffizio essenziale di modificare il movimento trasmettendolo da una parte all'altra, di necessità esso dee contenere almeno due parti, due pezzi mobili, uno che dia il moto, l'altro che lo riceva: così nell'esempio della *fig.* 16 la ruota A girando, mette in moto la dentiera BC, così nella *fig.* 22 il *cuore* AB sospinge l'andivieni, o saliscendolo, o stanghetta CD: per brevità di discorsi in tutto ciò che segue, noi designeremo coi nomi di *pezzo conduttore*, o di *movente* quella parte del meccanismo da cui procede il movimento, e con quelli di *pezzo condotto*, o di *cedente* quella parte cui il moto si trasmette: così, per aggiungere un terzo esempio, nella *fig.* 27 il triangolo ABC è il *movente* o *pezzo conduttore*, il telaio DE è il *cedente* o *pezzo condotto*.

In questi tre esempli, e in quelli similmente delle *figg.* 17. 18. 19. 21. 22. 23. 24. 25 ecc., il pezzo conduttore e il pezzo condotto si toccano l'un l'altro, sono in contatto tra loro, e il movimento si trasmette immediatamente dall'uno all'altro. Ma se prendiamo invece a considerare le due puleggie della *fig.* 28, o quelle della *fig.* 29, o il pedale AB e il cilindro C della *fig.* 32, noi vedremo che questi pezzi

non sono in contatto immediato, ma si tramandano il movimento per mezzo di una corda o coreggia: e similmente nella *fig.* 37 il moto è trasmesso dal pezzo conduttore AB ai pezzi condotti FG, FG′ per via di una serie di spranghe rigide. Noi possiamo dunque stabilire una prima distinzione circa alla maniera con cui il moto si trasmette, dicendo che ciò può avvenire:

1° Per azione immediata.
2° Per azione mediata.

Esaminando poi attentamente le varie specie di parti intermedie di cui i meccanismi descritti nelle lezioni precedenti ci offrono esempli, noi le ridurremo a quattro generi, cioè: 1° i *tiranti*, 2° i *baltei* o *cingoli*, 3° i *fili duplicati* o *cappii*, 4° i *fluidi*.

Noi chiamiamo *tirante* ogni verga o spranga dritta o curva, unita a snodo nelle due estremità coi due pezzi tra i quali dee comunicare il movimento: l'arpione BD della *fig.* 40; le verghe BC, CE′, E′G, BC′, C′E, EG′ della *fig.* 37 sono tiranti: daremo lo stesso nome ai fili ed alle corde flessibili, quando essi opereranno al modo delle verghe rigide, cioè quando essi staranno tesi in linea retta in tutta la loro lunghezza, come la corda BD della *fig.* 9.

Quando all'incontro le corde, le treccie, le cinghie, le coreggie, le catene si piegano inviluppando la circonferenza di entrambi i pezzi che esse uniscono o di uno di essi soltanto, noi le chiamiamo *baltei* o *cingoli*: se ne hanno esempli nelle *figg.* 28. 29. 32 e 38.

Che se uno dei pezzi che si vogliono congiungere sarà attaccato ad una estremità di un filo o di una corda, e l'altro pezzo si troverà tirato da uno o da più cappii del filo medesimo, diremo che la comunicazione del moto si fa per *cappii* o per *raddoppiamento*. Così nella *fig.* 15 il *movente* o pezzo conduttore debbe intendersi attaccato in A, mentre l'uncino B che è il pezzo condotto o cedente, è tirato

da una corda raddoppiata o cappio. Finalmente, per quel che è dei fluidi, già abbiamo spiegato nella lezione precedente, e dimostrato nella *fig.* 50 *bis*, in qual modo essi possano servire a trasmettere il movimento da uno stantuffo ad un altro stantuffo, o ad un galleggiante.

Tornando ora al caso dell'azione immediata, cioè a quei meccanismi ne' quali il movente e il cedente si toccano senz'alcun pezzo interposto, osserveremo, che quando due corpi si muovono toccandosi o appoggiandosi l'un contro l'altro, può avvenire, o che i due corpi si tocchino sempre nei medesimi punti, o che i punti di contatto si vadano variando sull'uno dei due corpi, o sopra entrambi. Nella prima supposizione uno dei due corpi fa ufficio di movente, l'altro di tirante; ma la seconda supposizione merita di essere particolarmente esaminata.

Quando la ruota C (*fig.* 8) gira appoggiandosi sul suolo, il punto di contatto varia continuamente e sulla circonferenza della ruota e sul terreno, cioè i due punti che nella posizione rappresentata in figura si confondono in O, col girar della ruota tosto si separano, e un altro punto q della circonferenza viene ad applicarsi ad un nuovo punto Q del suolo. In questa specie di movimento l'arco Oq di cui tutti i punti sono venuti successivamente ad appoggiarsi sui punti corrispondenti della retta OQ, è di lunghezza precisamente eguale a questa retta, cosicchè la ruota tocca continuamente il suolo e rotola sopra di esso, senza che mai vi sia scorrimento o strisciamento. Si dice allora che la circonferenza della ruota si *sviluppa* sul suolo; onde questa specie di contatto sarà da noi designata sotto il nome di *contatto di sviluppo*. Se ne ha un altro esempio nelle due ruote della *fig.* 30: qui pure girando le ruote, i due punti che ora sono in contatto in T si separano, e vengono a toccarsi i due punti M, m, e gli archi TM, Tm, di cui tutti i punti sono successivamente venuti a combaciare, sono della stessa lunghezza, onde l'uno non ha punto strisciato sull'altro, e le

due circonferenze si sono semplicemente sviluppate l'una sull'altra.

La cosa succede ben diversamente negli *eccentrici* delle *figg.* 22. 23. 24. Mentre infatti si fa girare il cuore della *fig.* 22, il contatto si trasporta sulla sua circonferenza da B in E, ma esso non cangia luogo mai sulla punta della stanghetta, cioè questa punta medesima viene successivamente a toccare l'arco BE in diversi luoghi, il che non può avvenire senza che siavi *strisciamento*, *scorrimento* della punta sulla circonferenza del cuore: questa maniera di contatto noi la chiameremo dunque *contatto di scorrimento.* E notate di grazia ch'essa non suppone già che il punto di contatto sia rimasto assolutamente immobile sopra uno dei due corpi, ma solamente ch'esso siasi allontanato dalla sua prima posizione, meno sopra uno dei corpi che sull'altro. Supponiamo per esempio che il braccio curvo AOH (*fig.* 42) girando intorno al centro A, sospinga innanzi un braccio retto BI mobile intorno al centro B. Quando il primo sarà passato nella posizione AQ, il secondo sarà venuto in BQ; il contatto che prima aveva luogo in O si farà adesso in Q: e siccome i due punti che prima coincidevano in O saranno venuti uno in O′ descrivendo l'arco OO′ intorno al centro A, l'altro in O″, descrivendo l'arco OO″ intorno al centro B, si vede che il contatto si sarà trasportato della quantità QO′ sul braccio curvo, e della quantità QO″ sul braccio retto, e che tutti i punti compresi tra Q ed O′, debbono essersi successivamente applicati sopra i punti compresi tra Q ed O″. Ora essendo QO′ maggiore di QO″, ciò non può essere avvenuto senza che vi sia stato scorrimento di uno dei due bracci sull'altro.

Nei meccanismi ne' quali la trasmissione si fa per azione immediata, noi siamo dunque in grado di distinguere due casi differenti, cioè la trasmissione per *contatto di sviluppo*, quando il contatto si trasporta egualmente sul *movente* e sul *cedente*: e la trasmissione per *contatto di scorrimento*,

quando il punto di contatto si trasporta inegualmente sopra questi due pezzi.

Conchiudiamo adunque che i varii modi di azione dei meccanismi semplici, ossia degli organi meccanici si ponno ordinare come si vede nel seguente quadro:

La trasmissione del movimento si fa	Per contatto immediato	di sviluppo
		di scorrimento
	Per azione mediata .	con tiranti
		con baltei
		con cappii
		con fluidi.

Nella precedente lezione, seguendo le traccie di Lanz e Bettancourt, e della maggior parte degli scrittori di chinematica applicata, noi abbiamo distinti gli organi meccanici in vent'una classe, secondo la varietà delle trasformazioni di movimenti ch'essi sono atti a produrre. Nella lezione presente abbiamo preso per guida il sig. Roberto Willis, aggiungendo solo ai modi d'azione da lui considerati quello in cui il moto si trasmette per mezzo di un fluido. Si vedrà nella seguente lezione quale vantaggio e quanta semplicità risultino da questa maniera di ordinare gli organi meccanici secondo il loro vario modo di operare.

SUNTO

DELLE

LEZIONI DECIMA ED UNDICESIMA.

Teoremi fondamentali sulla trasmissione del movimento.

Quando si esamina con un po' di attenzione un meccanismo semplice, egli è per lo più assai facile di scorgere qual linea dovrà descrivere un punto qualunque del pezzo condotto, quando s'imprimerà un certo movimento al pezzo conduttore, e tutti gli esempli addotti nelle lezioni antecedenti ne posson porgere la prova. Più difficile riesce molte volte il conoscere con quale *velocità* camminerà il pezzo condotto, quando il pezzo conduttore si muoverà con velocità nota, od in altre parole, l'assegnare la relazione che passerà tra la velocità del pezzo conduttore e quella del pezzo condotto. Ora questa conoscenza è indispensabile tanto a chi si propone di congegnare un meccanismo atto ad un determinato uso, quanto a chi vuole intendere perfettamente il gioco de' meccanismi immaginati da altri: noi darem dunque in queste lezioni le regole generali che conducono a determinare la velocità di qualunque punto di un meccanismo dato, quando si conosca quella di un altro punto determinato: le lezioni seguenti poi ci porgeranno continue occasioni di applicare queste regole ai casi particolari.

Osserviamo anzi tutto che la velocità assoluta di qualunque meccanismo è di sua natura indeterminata, arbitraria,

poichè sta sempre in nostra facoltà il far camminar presto o adagio il suo pezzo conduttore, e quindi anche tutti gli altri pezzi ai quali esso comunica il movimento; ma determinata che sia la velocità del pezzo conduttore, quella di qualsivoglia altra parte della macchina sarà pure assolutamente determinata, e non dipenderà più che dalla particolar natura e disposizione del meccanismo. Quando noi caviamo acqua dal pozzo per mezzo del verricello della *fig.* 10, è in nostro arbitrio il far che la manovella dia un giro in dieci minuti secondi, o in due, o in un solo. Ma qualunque sia il tempo che la manovella impiegherà a dar un giro, il fuso darà pure un giro nel medesimo tempo, e raccoglierà una lunghezza di corda eguale allo sviluppo della sua circonferenza, e tanta pure sarà l'altezza alla quale la secchia si solleverà. Se noi faremo girare la manovella due volte più presto o più adagio, e la secchia pure si muoverà due volte più presto o più adagio, che è quanto dire che la velocità della secchia sarà proporzionale a quella della manovella: od ancora, la ragione tra la velocità della secchia e quella della manovella sarà la stessa, sia che la macchina cammini adagio o presto.

Supponiamo per esempio che la circonferenza descritta dalla manovella sia di un metro, e quella del fuso di quattro decimetri soltanto: ad ogni giro di manovella la secchia si alzerà di quattro decimetri, e la manovella percorrerà un metro, ossia dieci decimetri: questi due spazii stanno tra loro come dieci al quattro, o come cinque al due, e siccome le velocità stanno fra loro come gli spazi descritti nel medesimo tempo, la velocità della secchia sarà sempre i due quinti di quella della manovella, qualunque sia il tempo impiegato a fare un giro, e per conseguenza in questo semplicissimo meccanismo la ragione delle velocità sarà eguale a due quinti. Noi ci proponiamo di ricercare quale sia la *ragione delle velocità* in qualunque meccanismo immaginabile.

Osserviamo ancora che un meccanismo può essere così congegnato che la ragione delle velocità sia sempre la medesima in tutte le posizioni dei pezzi che lo compongono; oppure può esser tale che da una posizione all'altra la ragione delle velocità venga variando: un esempio schiarirà questa distinzione.

Il fuso del verricello, di cui ragionavamo testè, essendo cilindrico, la sua circonferenza è dappertutto della stessa lunghezza, e ad ogni giro la secchia si solleva egualmente, sia che la corda si raccolga sulla estremità C del fuso, o sulla sua estremità D. Ma se noi facessimo fare un verricello col fuso conico, cioè rastremato da una parte (come quelli che s'impiegano in molte miniere, per una ragione che vedremo a suo tempo), se, dico, il fuso fosse conico (*fig.* 43), è chiaro che la circonferenza di esso crescendo dall'estremo C sino in D, quando la secchia è in fondo al pozzo un giro di manovella la farà montar meno, che quando essa sarà giunta presso alla bocca del pozzo: cioè, girando sempre la manovella egualmente presto, la secchia da principio si muoverà più lentamente, e poi sempre più velocemente. Conchiudiamo: la ragione delle velocità della secchia e della manovella verrà continuamente crescendo; essa sarà *variabile*: mentre col fuso cilindrico questa ragione stava sempre la stessa; era *costante*.

Si suol supporre, quando si esamina un meccanismo qualunque, che il suo pezzo conduttore si muova equabilmente: risulta allora che il moto del pezzo condotto sarà equabile, oppure vario, secondochè il meccanismo avrà una *ragion di velocità* costante, oppure variabile. Se questa ragione andrà crescendo, il moto del pezzo condotto sarà accelerato: se essa andrà diminuendo, il moto sarà ritardato, e sarà periodico quando la ragione delle velocità andrà ora crescendo, ora calando periodicamente, cioè in modo regolare ad eguali intervalli di tempo: quest'ultimo caso avverrebbe per esempio con un verricello, il cui fuso fosse un cilindro ellittico.

Veniamo ora alle proposizioni generali che abbiamo annunziate.

Supponiamo in primo luogo che il braccio AP, girando intorno al punto A (*fig.* 43 *bis*) comunichi il suo movimento al braccio BQ mobile intorno al punto B, per mezzo del tirante PQ, perpendicolare così all'uno come all'altro braccio. Supponiamo ancora che in un minuto secondo il braccio AP venga nella posizione A*p* vicinissima alla prima, cioè che il punto P descriva l'arco piccolissimo P*p*, il quale potrà riguardarsi come una linea retta perpendicolare ad AP, e sarà la misura della velocità assoluta del punto P. Nello stesso tempo il braccio BQ verrà in B*q*, descrivendo il punto Q l'archetto Q*q*, che ne esprimerà la velocità assoluta, e dovrà riguardarsi come una retta perpendicolare a BQ. Il tirante prenderà dunque la posizione *pq*, e siccome la sua lunghezza si suppone invariabile, gli archetti P*p*, Q*q* saranno eguali, e per conseguenza i punti P, Q avranno la stessa velocità assoluta. Le velocità angolari dei due bracci AP, BQ trovandosi col dividere le velocità assolute dei punti P, Q per le rispettive loro distanze dai centri A, B, e qui essendo eguali le velocità assolute, ne segue che le velocità angolari saranno inversamente proporzionali alle lunghezze dei bracci AP, BQ: cioè che l'angolo PA*p* descritto dal braccio AP sarà tanto più piccolo dell'angolo QB*q* descritto dal braccio BQ, quanto il secondo braccio è più corto che il primo.

Finalmente se si tira la linea AB che unisce i centri A, B intorno ai quali girano i due bracci, si avranno due triangoli simili APT, BQT, nei quali i lati AP e BQ staranno tra loro come i lati AT e BT: onde potremo concludere che le velocità angolari dei bracci AP, BQ staranno tra di loro in ragione inversa delle due parti o segmenti AT, BT in cui il tirante PQ divide la linea dei centri AB.

Se i bracci AP, BQ non fossero perpendicolari al tirante PQ (*fig.* 44), gli archetti P*p*, Q*q*, cioè le velocità assolute

dei punti P, Q non sarebbero più eguali tra di loro, e tuttavia si dimostra, come può vedersi nella nota (1) qui sotto,

(1) Siano Pp, Qq gli archi piccolissimi descritti nello stesso tempo dai punti P, Q intorno ai centri A, B, cosicchè PQ, pq siano due posizioni successive e vicinissime del tirante che unisce i bracci AP, BQ: l'angolo compreso tra queste due posizioni sarà affatto insensibile, e siccome la lunghezza del tirante sta sempre la stessa, abbassando dai punti p, q le perpendicolari pr, qs sopra PQ, le lineette Pr, Qs saranno uguali tra di loro.

Abbassiamo ancora dai punti A, B le perpendicolari AH, BI sulla stessa PQ, e tiriamo la linea dei centri AB.

I due triangoli rettangoli Ppr, APH avranno i loro lati rispettivamente perpendicolari, e per conseguenza saranno simili. Per la stessa ragione i due triangoli rettangoli Qqs, BQI saranno pur simili, e quindi avremo le due proporzioni

$$Pr : AH :: Pp : AP,$$

$$Qs : BI :: Qq : BQ;$$

ora, Pp, Qq sono le velocità assolute dei punti P, Q; AP, BQ sono le distanze di questi punti medesimi dai centri A, B intorno ai quali essi muovonsi: le ragioni $\frac{Pp}{AP}$, e $\frac{Qq}{BQ}$ sono dunque le velocità angolari delle braccia AP, BQ, ed in virtù delle precedenti proporzioni sono rispettivamente eguali alle ragioni $\frac{Pr}{AH}$, e $\frac{Qs}{BI}$. Ma abbiamo veduto un momento fa che Pr è eguale a Bs, e per conseguenza $\frac{Pr}{AH}$, e $\frac{Qs}{BI}$ sono inversamente proporzionali ad AH, BI: dunque anche le velocità angolari di AP e BQ saranno inversamente proporzionali ad AH, BI. Finalmente a motivo dei due triangoli simili AHT, BIT, le due perpendicolari AH, BI stanno tra loro come i due segmenti AT, BT della linea dei centri: dunque finalmente *le velocità angolari delle due braccia* AP, BQ *saranno inversamente proporzionali ai segmenti* AT, BT, *in cui il tirante* PQ *divide la linea dei centri* AB.

Veniamo adesso alle velocità assolute Pp, Qq. Se dal punto K in cui concorrono le direzioni prolungate dei due bracci AP, BQ si abbassa la perpendicolare KL, i triangoli PKL, Ppr saranno simili, perchè hanno i loro lati rispettivamente perpendicolari, e per la

che sussiste sempre la relazione ora trovata tra le velocità angolari delle due braccia, cioè che si verifica sempre la seguente

Proposizione prima. Quando il moto si trasmette da un braccio AP ad un braccio BQ per mezzo di un tirante PQ, le velocità angolari dei due bracci stanno tra loro in ragione inversa dei due segmenti AT, BT in cui il tirante PQ divide la retta che unisce i due centri A, B.

Nella *fig.* 44 i due bracci AP, BQ sono uno da una parte l'altro dall'altra del tirante PQ: se essi fossero entrambi dalla medesima parte, come si vede espresso nella *fig.* 45, le linee PQ, AB non si taglierebbero: ma prolungandole sufficientemente esse verrebbero ad incontrarsi in un punto T, e sarebbe sempre vero che le velocità angolari delle braccia AP e BQ starebbero tra loro reciprocamente come le distanze AT e BT.

Quanto alle velocità assolute de' punti P e Q si dimostra nella nota citata, che prolungando le direzioni dei bracci sinchè concorrano in K (*fig.* 44) la velocità assoluta di P sta alla velocità assoluta di Q, ossia l'arco Pp sta all'arco Qq, come la distanza KP alla distanza KQ.

stessa ragione saranno simili i triangoli QKL, Qqs, epperò si avranno le due proporzioni

$$Pp : KP :: Pr : KL\,,$$
$$Qq : KQ :: Qs : KL\,;$$

ma Pr è uguale a Qs: dunque le seconde ragioni sono le stesse in queste due proporzioni, e per conseguenza

$$Pp : Qq :: KP : KQ\,,$$

che è ciò che si voleva dimostrare.

Finalmente dagli stessi triangoli simili si deduce nello stesso modo

$$pr : qs :: PL : QL\,,$$

ed a motivo della estrema piccolezza di Pr e di Qs,

$$pr : qs :: rL : Ls\,;$$

dunque tirando pq, sarà L il suo punto d'intersezione con PQ.

Si dimostra ancora che abbassando dal punto K la perpendicolare KL sulla direzione PQ del tirante, il piede L di questa perpendicolare è il punto in cui si tagliano due posizioni successive e vicinissime PQ, *pq* del tirante medesimo.

L'enunciata proposizione e le conseguenze che se ne deducono sono pure applicabili alla comunicazione del moto per via di cingoli, ed alla comunicazione del moto per contatto immediato. Sieno AEPF, BLQM (*fig.* 46) due pezzi mobili intorno ai centri A, B, e connessi dal cingolo EPQM, fermato al primo pezzo in E, al secondo in M. Nella posizione rappresentata in figura il cingolo si applica sul lembo curvo EPF da E fino in P e sull'altro lembo curvo LQM da M fino in Q: tra i punti P e Q esso è disteso in linea retta tangente alle due curve. Or se il pezzo conduttore AP si muove descrivendo un piccolissimo angolo intorno al punto A, il pezzo condotto BQ gli vien dietro descrivendo similmente un angolo piccolissimo intorno al punto B, e la trasmissione del moto si fa precisamente, per un istante, come se ne' punti P, Q il cingolo fosse fermato sui due pezzi mobili, per via di due chiodi: cioè, tutto il meccanismo si muove per un istante come se consistesse in due braccia AP, BQ, connesse da un tirante PQ, e resta così dimostrata la

Proposizione seconda. Quando due pezzi AEPF, BLQM (*fig.* 46) si trasmettono il movimento per via di un cingolo o balteo che ne abbraccia le circonferenze, le velocità angolari dei due pezzi in ciascuna posizione del meccanismo sono inversamente proporzionali ai due segmenti AT, BT, in cui la parte rettilinea PQ del balteo divide la linea dei centri AB.

Finalmente, siano AMF, BMG (*fig.* 47) due bracci curvi mobili intorno ai centri A, B, i quali bracci toccandosi nel punto M si trasmettano il movimento. Poichè le due curve si toccano, esse avranno la stessa tangente LL', e per conseguenza la retta NN' perpendicolare ad LL' sarà

perpendicolare, o come dicono i geometri *normale* ad entrambe le curve: due archetti piccolissimi *mm'*, *nn'* presi sulle due curve intorno al punto di contatto M, si possono considerare come due archi circolari, i cui centri saranno l'uno in P, l'altro in Q sulla comune normale NN': e facendo muovere pochissimo le due braccia, il nuovo contatto si farà ancora in qualche punto dei medesimi archetti *mm'*, *nn'*, e per conseguenza la distanza PQ non cangerà e sarà sempre eguale alla somma dei due raggi di curvatura PM, QM. Il moto si trasmetterà dunque tra le due braccia curve, precisamente come si trasmetterebbe per mezzo di un tirante PQ tra le due braccia rette AP, BQ, e la proposizione prima darà luogo alla seguente

Proposizione terza. Quando il moto si trasmette per via di contatto immediato (*fig.* 47), le velocità angolari del movente A e del cedente B stanno fra loro in ragione inversa dei segmenti AT, BT, in cui la linea PQ, cioè la comune normale NN' alle due curve che si toccano, divide la linea dei centri AB.

Un solo principio serve adunque egualmente per determinare la ragione delle velocità, sia che il moto si trasmetta per mezzo di un tirante, di un cingolo o per immediato contatto. Se noi chiameremo *linea d'azione*, la direzione del tirante, del cingolo, o della comune normale (nel caso del contatto), questo principio potrà generalizzarsi dicendo:

In tutti i meccanismi nei quali la comunicazione del moto si fa per tiranti, per cingoli o per contatto, le velocità angolari di due pezzi consecutivi stanno fra loro in ragione inversa dei segmenti in cui la LINEA D'AZIONE *divide la* LINEA DEI CENTRI.

Da questo principio si deduce una importante conseguenza, che è poi il fondamento della teorica delle ruote dentate e de' bocciuòli. *La ragione delle velocità è costante ogniqualvolta la linea d'azione incontra costantemente la linea dei centri*

nello stesso punto, qualunque sia la posizione della macchina: oppure, *girando il movente con moto equabile, il moto del cedente è equabile, accelerato o ritardato, secondochè il punto in cui la linea de' centri è incontrata dalla linea d'azione, sta immobile, o s'avvicina al movente, o se ne scosta.*

Passiamo a ricercare la ragione delle velocità in que'meccanismi, in cui il moto si trasmette per via di *cappii*: nella qual ricerca io mi restringerò solo a' casi in cui tutti i tratti di filo che formano i cappii sono paralleli tra' loro, riserbandomi a trattar degli altri casi di mano in mano che ne scadrà il bisogno.

Sia in primo luogo un filo ABCF (*fig.* 48) legato in una delle sue estremità al punto fisso F: formi esso un cappio coi due tratti paralleli e verticali AB, FC, sostenendo il peso P per mezzo della carrucoletta CB. Se tireremo verticalmente all'insù l'estremità libera A del filo, la carrucola ed il peso saranno sollevati: supponiamo che il diametro orizzontale BC si sia così trasportato in *bc*, e pel punto F conduciamo l'orizzontale FE. Egli è manifesto che mentre la carrucola è venuta di BC in *bc*, i due tratti EB, FC si sono accorciati entrambi di una quantità eguale a B*b*, cioè di tanto, quanto si è sollevato il peso. Ora la lunghezza intera del filo ABCF essendo invariabile, tutta quella parte di filo che non è più compresa fra le orizzontali *bc*, FE dee essere passata al di sopra di quest'ultima, trasportandosi il punto A in *a* col descrivere uno spazio A*a* eguale alla somma degli accorciamenti B*b*, C*c* dei due tratti, cioè doppio della salita del peso P. La velocità del punto A è dunque doppia di quella del peso P.

La velocità del punto A sarebbe ancora la stessa, se il tratto BA invece di stendersi in linea retta si piegasse in qualunque luogo sopra una girella fissa D, prendendo una direzione qualunque DA'.

Applicando lo stesso ragionamento alla disposizione della figura 49, nella quale i tratti paralleli che tirano la carru-

cola ed il peso P sono tre, ed a quella della *fig.* 50, in cui i tratti sono quattro, si comprenderà facilmente che nella *fig.* 49 la velocità del punto A sarà tripla di quella del peso P, e che nella *fig.* 50 essa sarà quadrupla: onde noi conchiuderemo in generale con questa:

Proposizione quarta. Quando un punto P è tirato da qualsivoglia numero di cappii, i cui tratti sieno tutti paralleli, la velocità del tratto libero è tante volte maggiore di quella del punto P, quanti sono i tratti che formano i cappii.

La trasmissione del moto per mezzo di fluidi ha molta analogia con quella che si fa per via di cappii. Quando lo stantuffo GH (*fig.* 50 *bis*) si abbassa in *gh*, e caccia nel recipiente S il liquido che era contenuto nello spazio GH*hg*, un egual volume di liquido è costretto ad uscire dal recipiente e ad entrare nel tubo EF sollevando lo stantuffo I fino in *i*: quindi la capacità del tubo EF tra i punti I, *i* debb'essere eguale alla capacità del tubo AD tra le sezioni GH, *gh*. Se i due tubi sono prismatici o cilindrici, affinchè sieno eguali i due volumi I*i*, GH*hg*, è necessario che le loro altezze sieno inversamente proporzionali alle loro basi, cioè alle sezioni dei due tubi: se, per es., la sezione del tubo AB è nove volte più grande in superficie che quella del tubo EF, la salita I*i* sarà nove volte maggiore della discesa G*g*, e la velocità dello stantuffo cedente I, nove volte più grande che la velocità dello stantuffo movente GH: così succederebbe se i due tubi fossero cilindri circolari e il diametro GH fosse tre volte maggiore del diametro I.

Conchiudiamo dunque con lo stabilire un'ultima proposizione, cioè:

Proposizione quinta. Quando il moto si trasmette per mezzo di un liquido contenuto in due tubi prismatici o cilindrici, le velocità assolute dello stantuffo movente e dello stantuffo cedente, o del galleggiante che tiene il luogo di questo, sono inversamente proporzionali alle sezioni dei due tubi in cui essi si muovono.

Non sarà inutile l'osservare che, se il tubo EF non fosse tutto d'egual sezione, ma venisse da un luogo all'altro allargandosi e stringendosi, mentre lo stantuffo GH discende equabilmente, il galleggiante I non salirebbe con moto equabile, ma che ad ogni istante la sua velocità sarebbe inversamente proporzionale all'area della sezione ove si troverebbe in quell'istante la superficie superiore del liquido.





SUNTO

DELLE

LEZIONI DODICESIMA E TREDICESIMA.

Dei cunei e della rappresentazione geometrica o grafica del movimento.

La disposizione ed il gioco de' meccanismi che noi stiam per prender ora in considerazione sono così semplici, che potrà per avventura parer tempo gettato quello che metteremo nello studio di essi: e tuttavia io mi persuado ch'esso non sarà senza frutto, nè posso risolvermi di lasciarlo da parte, sia per l'uso che si può fare, e si fa veramente in molti casi di questi meccanismi, sia perchè essi mi sembrano atti, e più che nissun altro forse, a dare una giusta idea delle diverse specie di movimento, considerate rispetto alla legge con cui varia la velocità; e più ancora, perchè essi ci condurranno a trovare un mezzo comodo quanto facile di rappresentare per via di figure, con rigor geometrico, e con perfetta chiarezza, tutte le particolarità del movimento rettilineo di un punto, quali che sieno la sua durata e le vicende della sua velocità.

Chiamasi ordinariamente *cuneo*, *conio* o *bietta* un prisma triangolare, per lo più assai aguzzo (*fig.* 51), i cui spigoli Aa, Bb, Cc, hanno poca lunghezza rispetto ai lati della base ABC: noi daremo alla parola *cuneo* un significato assai più esteso, chiamando con questo nome ogni solido prismatico

retto BaC (*fig.* 52) che abbia per base il triangolo rettilineo o mistilineo ABC rettangolo in B, qualunque sia la linea AC retta o curva: anzi in tutto ciò che segue faremo sempre astrazione dalla spessezza Aa del cuneo, che si troverà così ridotto al semplice piano triangolare ABC; noi supporremo sempre questo piano collocato verticalmente col lato AB orizzontale; chiameremo questo lato *la base*, ed il lato BC *l'altezza del cuneo*: la linea AC poi, retta o curva che sia, la diremo il *filo* del cuneo.

Ciò posto consideriamo in primo luogo il cuneo di filo retto ABC (*fig.* 53), appoggiato con la sua base sulla guida orizzontale HH' sulla quale può scorrere liberamente: e sia MN una *stanghetta* o *andivieni* verticale, mobile entro ai *piegatelli p*, *p*, cosicchè in virtù del proprio peso essa continuamente s'appoggi con la sua punta M sul filo del cuneo.

Quando si sospingerà il cuneo equabilmente sulla sua guida da destra a sinistra, la stanghetta MN verrà sollevata, ed il moto rettilineo orizzontale del cuneo si troverà così trasformato in un moto rettilineo verticale della stanghetta.

Sulla base del cuneo AB, e partendo dal punto A, portiamo le lunghezze AQ, QQ', Q'Q''. . . , eguali tra loro, ed eguali allo spazio descritto dal cuneo nella unità di tempo, che sarà per es. il minuto secondo: e nei punti Q, Q', Q''.... innalziamo le verticali QM, Q'M', Q''M''. . . sino all'incontro della linea del filo AC: finalmente pei punti M, M', ... conduciamo le orizzontali Mq', M'q'' . . . . Egli è evidente che se al principio del movimento la punta A del cuneo e quella della stanghetta si trovavano entrambe in Q, avanzandosi il cuneo in un minuto secondo della quantità AQ, la stanghetta si sarà innalzata della quantità QM: e che similmente nel secondo, nel terzo minuto essa avrà percorse verticalmente altezze eguali alle linee q'M', q''M''. Ora i triangoletti AQM, Mq'M', M'q''M'' sono tutti eguali tra loro, epperò le loro altezze QM, q'M', q''M'' sono anche tutte eguali: la stan-

ghetta avrà dunque descritti spazii eguali in eguali e successivi intervalli di tempo, cioè il suo movimento sarà stato equabile: e poichè le velocità di due corpi stanno fra loro come gli spazi da essi descritti nello stesso intervallo di tempo, la velocità della stanghetta starà a quella del cuneo, come MQ sta ad AQ, o come l'altezza BC del cuneo sta alla sua base AB. Alla sola vista del filo rettilineo AC del cuneo e della sua inclinazione sulla base AB, noi possiam dunque immediatamente giudicare che il moto della stanghetta sarà equabile, e possiamo anche determinare la ragione della sua velocità a quella del cuneo (1).

Egli è egualmente chiaro che il cuneo percorrendo in

(1) Per non interrompere il filo de' ragionamenti, io colloco qui in forma di nota una osservazione, che non parrà inutile a coloro che vorranno vedere in qual modo le generali proposizioni dimostrate nelle lezioni antecedenti si possano applicare al caso del cuneo.

Una linea retta definita potendosi riguardare come parte di una circonferenza di circolo di raggio infinitamente grande, il moto rettilineo del cuneo ABC (*fig.* 53) può considerarsi come un moto circolare fatto intorno ad un centro collocato a distanza infinita sul prolungamento della retta M'Q'O perpendicolare alla direzione H'H di quel moto: e per egual ragione il moto rettilineo della stanghetta MN si può avere per un moto circolare fatto intorno ad un centro collocato a distanza infinita sul prolungamento della retta orizzontale q'ML. Tirando dal punto M la retta MO perpendicolare al filo del cuneo, sarà dessa la *linea d'azione* del cuneo sulla stanghetta, e quindi a questo meccanismo si potrà col pensiero sostituirne un altro formato di due bracci infinitamente lunghi, l'uno verticale, l'altro orizzontale, e connessi tra loro per via di un tirante MO: le direzioni prolungate di questi due bracci s'incontrano in q', e quindi, in virtù di una delle citate proposizioni, le velocità assolute dei punti O ed M, cioè del cuneo e della stanghetta, stanno fra loro come le distanze q'O e q'M. Ma il triangolo Mq'O è simile al triangolo M'q'M, perchè i due triangoli hanno i loro lati rispettivamente perpendicolari: dunque finalmente la velocità assoluta del cuneo sta a quella della stanghetta come Mq' : M'q', oppure come AB : BC.

ogni minuto secondo la lunghezza di una delle divisioni eguali AQ, QQ′, Q′Q″.... , il tempo trascorso dopo il principio del movimento ci sarà indicato dal numero di queste divisioni che saranno passate sotto alla punta M della stanghetta: onde la base del cuneo sarà per noi come un quadrante d'orologio , sul quale il prolungamento della stanghetta farà da lancetta e ci indicherà il tempo; per questa ragione la base del cuneo potrà da noi chiamarsi la *linea dei tempi*. Nella *fig.* 53 la posizione della stanghetta c'indica che il movimento non ha durato ancora che un solo minuto secondo: mentre nella *fig.* 58 noi tosto vediamo che la sua durata è stata già di due secondi e mezzo.

In tutto ciò che segue ci sarà assai comodo il supporre che lo spazio AQ percorso dal cuneo nella unità di tempo sia eguale alla linea che si prende per unità di lunghezza, per esempio, al decimetro; poichè allora la velocità del cuneo sarà eguale alla unità di velocità , e quella della stanghetta si avrà dividendo l'altezza del cuneo per la sua base, oppure misurando l'altezza M′*q*′ di cui essa sollevasi mentre il cuneo descrive uno spazio eguale a QQ′.

Se al cuneo semplice della *fig.* 53 si sostituisce adesso quello rappresentato nella *fig.* 54 , si comprende senza difficoltà che partendo dall'istante in cui il punto A si trova sotto la stanghetta, questa sale equabilmente per tutto il tempo indicato dalla lunghezza AA′, e sale con velocità eguale ad $\frac{A'C'}{AA'}$. Poi la stanghetta comincia a discendere con la velocità $\frac{C'D}{A'A''}$, e discende per tutto il tempo indicato dalla lunghezza della base A′A″; poi finalmente risale per tutto il tempo A″B con velocità $\frac{CD'}{A''B}$

Che se una porzione del filo del cuneo fosse orizzontale, come nelle *figg.* 55 , 56 e 57 , la stanghetta avrebbe un

tempo di riposo: così col cuneo della *fig.* 56, essa comincerebbe a salire, poi starebbe ferma pel tempo corrispondente alla lunghezza A'A'', poi prenderebbe a discendere, cioè vi sarebbe un riposo fra una salita e una discesa: col cuneo della *fig.* 57 all'incontro, la fermata si farebbe fra una discesa e una salita, e con quello della *fig.* 55, fra due salite.

Ogni volta dunque che il filo del cuneo sarà composto di linee rette, il movimento della stanghetta sarà composto di una serie di movimenti equabili, fatti per versi e con velocità differenti: vi sarà cangiamento di velocità tutte le volte che il filo del cuneo farà un angolo: vi sarà cangiamento di direzione tutte le volte che il filo dopo di essere stato ascendente diverrà discendente o viceversa: e non s'incontrerà mai difficoltà nel determinare la durata e la velocità di ciascuno di questi movimenti.

Vediamo adesso ciò che avverrà quando il filo del cuneo non sarà nè retto nè composto di linee rette, ma curvilineo, e cominciamo dal caso della curva concava della *fig.* 58. Sieno sempre AQ, QQ', Q'Q'' ecc., gli spazi eguali fra loro, ed eguali alla unità di lunghezza descritti dal cuneo nelle successive unità di tempo. Alzando qui pure le verticali QM, Q'M', Q''M'', e tirando le orizontali Mq', M'q'' ecc., saranno QM, q'M', q''M'',... gli spazi descritti dalla stanghetta nella prima, nella seconda, nella terza unità di tempo. Ma questi spazi non sono più eguali tra di loro, anzi vanno manifestamente crescendo: dunque la stanghetta non correrà più con moto equabile, ma sempre più presto, cioè con velocità crescente: in altre parole il suo moto sarà accelerato.

Ragionando allo stesso modo sulla *fig.* 59, si vedrà che quando il filo del cuneo sarà convesso, il moto della stanghetta sarà ritardato; parlo del moto ascendente, poichè è manifesto che se invece di salire su per le curve AC delle *figg.* 58 e 59, la stanghetta discendesse per le curve medesime, il suo moto sarebbe ritardato nel caso della curva concava, ed accelerato nel caso della curva convessa. Se

poi la curva presenterà un *punto culminante*, come O (*fig.* 60), il moto sarà ritardato nella salita, poi accelerato nella discesa: e se la curva avrà un punto d'*avallamento* (*fig.* 61), il moto sarà ritardato nella discesa, poi accelerato nella salita.

Ma una curva può essere in parte concava, ed in parte convessa (*figg.* 62 e 63), e vi ha allora un punto O dove la convessità e la concavità vengono a riunirsi, e in cui non si può dire che la curva sia nè concava, nè convessa: un tal punto dicesi *punto di flesso*, e quivi la tangente, che può essere orizzontale come nella *fig.* 62, oppure inclinata come nella *fig.* 63, s'accosta alla curva più che in nissun altro luogo, e nello stesso tempo la tocca e la taglia. In un tal punto il moto, di accelerato si fa ritardato, o di ritardato accelerato, e può per un brevissimo istante riguardarsi come equabile, precisamente come se la punta della stanghetta, invece di appoggiarsi sulla curva del filo del cuneo, si appoggiasse sulla sua tangente.

Ma in tutti i casi in cui il filo del cuneo è curvilineo, come potrem noi conoscere ad ogni istante il valore della velocità della stanghetta, velocità che all'istante seguente già sarà più grande o più piccola? Un po' di riflessione ce ne farà subito scorgere il mezzo, col condurci a generalizzare l'osservazione ora fatta rispetto alla tangente.

Ogni curva si può riguardare come un poligono formato di una infinità di lati infinitamente piccoli, ciascuno dei quali si confonde con un archetto della curva: la tangente viene allora riguardata come il prolungamento di uno di questi lati, e quindi quando un punto si muove appoggiandosi sempre sopra una data curva, il suo moto in ciascuno istante è precisamente lo stesso, come se per quell'istante esso si appoggiasse, non sulla curva, ma sulla sua tangente. Se dunque la stanghetta sarà pervenuta nella posizione MN (*fig.* 64) e vorremo conoscere la sua velocità in quell'istante, noi condurremo pel punto M la verticale MQ, e alla destra

di questa la verticale indefinita Q'R ad una distanza QQ' eguale alla velocità del cuneo: poscia pel punto M condurremo la tangente MT, e la orizzontale M*q* fino ad incontrare la verticale QR: la parte *qt* intercetta sopra questa verticale tra i due punti d'incontro sarà la giusta misura della velocità della stanghetta all'istante proposto (1).

Così adunque non vi ha vicenda del movimento della stanghetta che non ci sia chiaramente indicata dall'andamento della curva che forma il filo del cuneo, poichè data questa, noi potremo facilmente conoscere quali saranno alla fine di qualunque tempo lo spazio descritto, il verso del movimento e la sua velocità. Questa curva è dunque come una pittura fedele di quel movimento, una descrizione compendiata ed evidente di tutti i suoi accidenti: e per dare una chiara, compiuta e precisa cognizione di un movimento rettilineo, noi non potremmo impiegare un mezzo migliore che di presentare delineata la figura del cuneo che sarebbe capace di produrlo, ancorchè esso sia infatti prodotto in tutt'altro modo. Così per esempio i corpi pesanti gettati verticalmente all'insù, ascendono con moto ritardato, e la legge di questo ritardamento è dipinta nella *fig.* 64, in cui rappresentando la verticale BC l'altezza totale alla quale il corpo si solleva prima di cominciare a cadere verso terra, e la orizzontale AB il tempo che il corpo impiega a salire all'altezza BC, la perpendicolare QM innalzata in qualunque punto Q della AB, rappresenterà l'altezza alla quale il corpo si solleverà nel tempo rappresentato dalla linea AQ. La curva AMC, come vedremo

(1) Ripetendo sulla *fig.* 64 le medesime considerazioni esposte nella nota della pag. 79, si dimostrerà nello stesso modo che condotta la MO perpendicolare alla tangente MT, o, come dicono, la *normale* alla curva, la velocità del cuneo sta a quella della stanghetta, come *q*O : *q*M, oppure come *q*M : *qt*: e, per conseguenza, che essendosi presa la lunghezza *q*M per rappresentare la velocità del cuneo, l'altezza *qt* rappresenterà la velocità della stanghetta.

altra volta, è una porzion di parabola, e se si volesse prolungarla in modo che essa rappresentasse ancora il movimento con cui il corpo, dopo essersi alzato all'altezza BC, ricadrebbe verso terra, basterebbe per ciò ripetere a destra della verticale BC una parte di curva perfettamente simmetrica alla parte CMA.

Per abbreviare i discorsi, i geometri chiamano *ascissa* una distanza qualunque come AQ misurata sulla linea AB, partendo da un punto A che si prende per origine: ed *ordinata* la perpendicolare QM innalzata sulla AB nel punto Q: così si dice che AQ e QM sono l'ascissa e l'ordinata del punto M, e che AQ′ e Q′M′ sono l'ascissa e l'ordinata del punto M′.

Ammettendo queste denominazioni, le cose esposte fin qui ci insegnano a rappresentare geometricamente un movimento rettilineo qualunque per mezzo di una curva, di cui le ascisse sieno proporzionali ai tempi, e le ordinate sieno proporzionali agli spazi descritti, oppure, data una tal curva, ad interpretarne senza rischio d'errore il significato.

Supponiamo, per esempio, che ci si domandi quale è la natura del movimento rappresentato dalla curva di cui si vede disegnato un tratto nella *fig*. 65. Noi osserveremo:

1° Che questa curva ora s'innalza, ora si abbassa, ch'essa ha dei punti culminanti O, O′ ecc. e dei punti di avallamento R, R′ ecc.: onde già possiamo concludere che il moto ch' essa rappresenta è un moto ora ascendente, ora discendente, cioè che è un moto alternativo.

2° Che le altezze o ordinate PO, P′O′, . . . dei diversi punti culminanti sono tutte eguali tra loro: e similmente che le altezze o ordinate SR, S′R′ . . . dei punti di avallamento sono pure tutte eguali tra loro: e da ciò concluderemo che il mobile in tutte le sue salite si solleva egualmente, e che si abbassa egualmente in tutte le sue discese, cioè che tutte le sue corse ascendenti e discendenti sono eguali.

3° Che gl'intervalli PS, SP′, P′S′, ecc. tra un punto culminante, ed il punto d'avallamento consecutivo, o tra un punto d'avallamento e il punto culminante seguente, sono tutti eguali tra di loro: cioè che il tempo impiegato in ciascuna discesa ed in ciascuna salita è sempre il medesimo.

4° Che se partendo dai punti P, P′ corrispondenti ai colmi O, O′, noi portiamo sulla linea dei tempi le distanze eguali PQ, P′Q′ e nei punti Q, Q′ innalziamo le perpendicolari od ordinate QM, Q′M′, queste due ordinate sono eguali, e che di più le tangenti condotte alla curva nei punti M, M′, hanno la medesima inclinazione, cioè sono parallele: il che prova che il moto discendente del corpo, nel tempo rappresentato dall'intervallo PS, è in tutto eguale al moto discendente dello stesso corpo, nel tempo rappresentato dall'intervallo P′S′; od in altre parole ancora, che la legge del movimento è la medesima in tutte le corse discendenti. Lo stesso si potrebbe pur dire per eguale ragione di tutte le corse ascendenti, e si esprime dicendo che il moto è *periodico*, poichè questa parola significa appunto che ad eguali e successivi intervalli o periodi di tempo la velocità torna a riprendere precisamente la stessa direzione e la stessa grandezza.

5° Finalmente potremo osservare, che tra il punto d'avallamento R e il punto culminante O′ la curva è prima concava e poi diventa convessa: e viceversa tra il punto culminante O′ ed il punto di avallamento R′, la curva è prima convessa e poi diventa concava, la qual cosa ci dimostra che il moto ascendente ed il moto discendente sono entrambi accelerati da principio, e ritardati verso il fine.

La brevità che mi sono imposta nella compilazione di questi sunti mi vieta di esaminare con egual minutezza la natura dei movimenti rappresentati nelle *figg.* 66, 67 e 68: e tuttavia io spero che coloro che avranno lette attentamente e ben considerate le cose dette finora e l'esempio

precedente, non peneranno a riconoscere nella curva della *fig.* 66 l'immagine di un movimento *alternativo* ma non *periodico*, nella *fig.* 67 quella di un movimento *periodico*, ma non *alternativo*, e finalmente nella curva della *fig.* 68 la rappresentazione di un movimento alternativo molto più regolare che quello della *fig.* 66, ma nel quale le corse ascendenti e discendenti invece di essere tutte eguali come quelle rappresentate nella *fig.* 65, vanno continuamente crescendo di ampiezza, facendosi tuttavia in tempi eguali, e per conseguenza con velocità sempre maggiori.

Ciò mi sembra poter bastare a dare una idea degli aiuti che la geometria somministra alla meccanica col darle un mezzo facile, comodo, esatto di rappresentare in disegno, e per conseguenza in maniera ben sensibile e permanente, tutte le vicende di movimenti complicatissimi i quali sarebbero spesso difficilissimi, e quasi impossibili a descrivere esattamente con parole. La geometria diviene così come la lingua della meccanica, e lingua, più che nissun'altra concisa, chiara, accurata, e di cui importa di acquistar per tempo, ed a costo di qualche fatica, la conoscenza e l'uso. Non conchiuderò tuttavia questa lezione prima di aver fatto osservare, che noi possiamo ancora, mercè opportune disposizioni, costringere un corpo che si muova in linea retta, ma con una legge comunque complicata rispetto alle variazioni della velocità, che noi possiamo, dico, costringerlo a scrivere egli stesso, o più esattamente, a disegnare la storia particolarizzata e fedele del proprio movimento; del che io recherò per ora un esempio solo.

Tutti conoscono quelle *scale* o linee verticali divise in palmi, i n decimetri, in once, od in altre parti eguali, e che sogliono segnarsi o scolpirsi sulle pile dei ponti o sui muri di sponda, per indicare l'altezza dell'acqua di un fiume sopra il suo livello medio, o sopra quello delle acque magre. Queste scale, a motivo dell'uso loro, si chiamano *fluviometri*, e somministrano indicazioni preziose, ma pur molto imperfette,

sia perchè sono per lo più così collocate che non si possono osservare se non da lontano e grossolanamente, sia perchè ad ogni modo non si potrebbero, senza grave incomodo, osservare continuatamente, ed è forza contentarsi di poche indicazioni raccolte ad intervalli più o men grandi di tempo. Al primo inconveniente si rimedia facendo scelta di un luogo facilmente accessibile, ove l'acqua del fiume abbia libera entrata, e si mantenga sempre allo stesso livello con la corrente, e vada esente da agitazioni tumultuose. Quivi si colloca un grosso tubo verticale aperto di sotto e di sopra, in modo che la sua bocca inferiore stia in ogni tempo sommersa, e la sua bocca superiore sporga in ogni tempo al disopra della superficie dell'acqua: su questa superficie poi, e nell'interno del tubo si fa galleggiare una palla formata di sottil lastra d'ottone, la quale necessariamente si alzerà e si abbasserà insieme col livello della corrente, e per poterne più facilmente osservare le posizioni, si ferma sopra questa palla una sottilissima e leggerissima bacchettina o asticciuola, tanto lunga, che la sua estremità superiore sormonti sempre l'orlo del tubo, e possa così indicare accuratamente sopra una scala fissa, divisa in parti minute, per esempio, in centimetri, l'altezza del livello dell'acqua. Per esimere poi l'osservatore dall'obbligo di rimanersi sempre accanto al suo strumento, ecco come si può operare. Dietro alla bacchettina del galleggiante, e nel luogo dove or ora supponevamo fermata una scala, si faccia disporre una tavoletta verticale la quale possa scorrere orizontalmente fra due guide fisse. Un orologio, per via di un cordone, o meglio di una catenella, o di una dentiera, comunichi alla tavoletta un moto orizontale lento e uniforme, in modo che essa si avanzi, per esempio, di quattro centimetri all'ora, e, per conseguenza, di novantasei centimetri in un giorno intiero. Finalmente alla cima dell'asticciuola del galleggiante si adatti un pennellino orizontale, intriso in un color conveniente, e così disposto, che la sua punta arrivi giusto giusto a sfiorare un

foglio di carta teso sulla tavoletta, e sul quale si saranno anticipatamente segnate tanto rette, parallele e verticali lontane tra loro di un centimetro, e ognuna delle quali verrà di quarto in quarto d'ora a passar dietro all'asticina del galleggiante. Se questo stesse fermo, cioè se il livello dell'acqua nel fiume non variasse, il pennello segnerebbe sulla carta una linea retta orizzontale: ma siccome il livello verrà ora alzandosi, ora abbassandosi, così la traccia del pennello non sarà orizzontale nè retta, ma curva e ondulata a mo' di quella della *fig.* 66, e le sinuosità di questa linea riveleranno a colpo d'occhio tutte le variazioni di livello avvenute in una giornata, e le ore precise in cui esse sono avvenute.

Non ci mancheranno in avvenire, e particolarmente nelle prossime lezioni, ed in quelle in cui tratteremo della misura delle forze, le occasioni di descrivere altri ingegnosissimi meccanismi, destinati ad usi analoghi e fondati sugli stessi principii.

SUNTO

DELLE LEZIONI

QUATTORDICESIMA E QUINDICESIMA.

Eccentrici e manovelle conduttrici.

Se una piastra piana terminata da un contorno curvilineo qualunque ABCD (*fig.* 69) girerà nel proprio piano e pel verso DCBA intorno ad un asse O, l'andivieni o saliscendo o stanghetta AI, costretto dalle guide o piegatelli *pp* a camminar sempre secondo una linea retta che passi per O, e dalla molla LI o dal proprio peso, ad appoggiarsi sempre con la sua punta A contro il perimetro della lastra girante, prenderà un moto rettilineo alternativo, ora scostandosi dal centro del moto O, ora accostandosi ad esso, secondo che i raggi OA, OB, OC andranno crescendo o decrescendo: una tal piastra si chiama un *eccentrico*, e può, in certo qual modo riguardarsi come un cuneo che gira: entrambi i meccanismi sono destinati a produrre un moto rettilineo: entrambi operano per immediato contatto, entrambi possono servire a trasformare un movimento equabile in un altro moto equabile, oppure in un moto vario secondo qualsivoglia legge; ma ne'cunei il movente cammina in linea retta, negli eccentrici ha ùn moto circolare, epperò l'azione dei primi è necessariamente limitata ad un tempo molto breve, quella dei secondi può continuarsi indefinitamente. Gli eccentrici finalmente, come i cunei, conducono ad una

maniera di rappresentare in disegno le vicende di un moto rettilineo qualunque, e di far ch'esso imprima da sè una traccia permanente, la quale ne riveli poi all'occhio la natura e tutti gli accidenti.

Gli eccentrici, come ogni altro meccanismo, danno luogo a due quistioni distinte: poichè, o è dato l'eccentrico e si domanda qual movimento esso sia capace di comunicare alla stanghetta col rivolgersi sul suo asse: oppure è dato il movimento ch'esso dee trasmettere alla stanghetta nel suo giro equabile, e si domanda quale esser debba perciò la figura del suo contorno. Le cose seguenti ci condurranno alla soluzione di queste due quistioni, almeno ne' casi più semplici e più importanti.

Fingiamo in primo luogo che mentre l'eccentrico descrive un giro intiero equabilmente intorno al punto O (*fig.* 70), l'estremità A della stanghetta debba sollevarsi da A fino in H con moto equabile, e poi ricadere ad un tratto nella sua prima posizione A. Se noi divideremo l'altezza AH in un numero qualunque di parti eguali, per esempio in sei parti, nei punti 1, 2, 3, 4, 5, e la circonferenza di circolo descritto col raggio OA in un egual numero di parti eguali ne' punti 1', 2', 3', 4', 5', A, il contorno curvilineo dell'eccentrico dovrà esser tale che quando avrà fatto un sesto di giro esso venga incontrare la verticale AH nel punto 1, quando avrà fatto due sesti di giro venga incontrarla nel punto 2, e così di seguito. Quindi, se si condurranno i raggi O1', O2', O3', O4', O5', OA indefinitamente prolungati, e si porteranno sopra questi raggi le lunghezze OB eguale ad O1, OC eguale ad O2, OD eguale ad O3 ecc., i punti B, C, D ecc. saranno sul cercato perimetro, ed unendoli con una curva continua ABCDEF, si sarà costruito l' eccentrico domandato. Si vede da questa costruzione medesima che il perimetro dell'eccentrico sarà formato da una spira intiera della curva, detta dai geometri *spirale d'Archimede* (1).

(1) Si chiama *Spirale d'Archimede* la curva descritta da un punto

Che se si volesse che durante una rivoluzione dell'eccentrico la stanghetta si sollevasse due volte equabilmente fino in H (*fig.* 71), e due volte ricadesse in A, il perimetro curvo andrebbe formato di due mezze spire ABCD, *abcH*, volte dalla stessa parte, e con le loro origini, l'una in A, l'altra in *a*. Facendo le due mezze spire di *passo* disuguale, come si vede nella *fig.* 72, la stanghetta sarà sollevata due volte per giro ad altezze disuguali e ad eguali intervalli di tempo: e variando col passo, anche l'ampiezza delle due porzioni di spirale, come nella *fig.* 73, la stanghetta sarà sollevata ad altezze disuguali in tempi disuguali. È facile il comprendere ciò che avverrà impiegando gli eccentrici delle *figg.* 74 e 75, ne' quali il contorno è sempre formato di archi di spirale d'Archimede, tutti di eguale ampiezza, ma di passo ora eguale, ora disuguale.

In tutti questi esempli noi abbiamo supposto che alla fine di ogni salita la stanghetta dovesse ricadere liberamente nella sua posizione primitiva: ma per lo più si vuole ch'essa vi ritorni con moto equabile, come se n'era prima allontanata. Allora, se essa dee fare una sola andata e una sola venuta ad ogni giro dell'eccentrico, la figura di questo sarà formata di due mezze spire con l'origine comune, ma voltate in parti contrarie, come si vede nella *fig.* 76, e un eccentrico così fatto si chiama un *cuore*. Se invece di due mezze spire si impiegheranno quattro quarti di spira, come

che scorre equabilmente lungo una linea retta, mentre questa retta gira equabilmente intorno ad un punto fisso: l'arco di curva descritto in una rivoluzione intera dicesi *spira*: la distanza percorsa dal punto descrivente lungo la retta mobile, mentre questa fa una rivoluzione intera, si chiama il *passo* della spirale.

Colgo questa opportunità per pregare il lettore ad aver sempre presente che queste lezioni di meccanica essendo state precedute da un corso di geometria applicata alle arti, esse presuppongono negli uditori e ne' lettori la cognizione delle cose insegnate in quel corso preliminare, le quali non si potrebberò convenientemente ripetere ne' sunti presenti.

nella *fig.* 77, la stanghetta farà due andate e due venute equabilmente ad ogni giro dell'eccentrico: essa ne farebbe tre se s'impiegassero sei sesti di spira, disposti come nella *fig.* 78, che rappresenta una rosetta a tre *lobi* o *foglie*. In quest'ultimo eccentrico, come in quello della *fig.* 76, è facile lo scorgere che tutti i diametri sono eguali fra loro, e che si può impiegare un andivieni a due caviglie B, E in modo che la curva DE cominci a spingere all'ingiù la caviglia E, tosto che la curva CB ha cessato di spingere all'insù la caviglia B: per produrre il moto retrogrado dell'andivieni non è allora necessaria l'azione di un peso o di una molla, ed esso può, senz'altro artifizio, collocarsi in positura orizzontale. Si potranno nello stesso modo formare altre rosette a quattro, a cinque o a più lobi.

Così dunque, combinando più archi di spirale d'Archimede si faranno infiniti eccentrici, mercè cui, nel tempo di una rivoluzione, la stanghetta potrà fare qualsivoglia numero di corse eguali o disuguali per ampiezza e per durata e quindi con velocità tra loro eguali o disuguali, ma in modo però che ciascuna corsa si farà tutta con la medesima velocità, cioè con moto equabile.

Nè punto più difficile sarebbe la costruzione di un eccentrico atto a comunicare alla stanghetta un movimento accelerato o ritardato, purchè fossero dati gli spazi crescenti o decrescenti, che essa dee percorrere in eguali e successivi intervalli di tempo: un esempio solo basterà a dar norma per tutti i casi. Supponiamo (*fig.* 79) che si voglia un eccentrico, il quale facendo un giro in un minuto primo, cioè in sessanta secondi, sollevi l'andivieni da A in H con moto accelerato, e lo lasci ridiscendere da H in A con moto ritardato, impiegando 30″ nella salita, ed altrettanti nella discesa. Se il moto dell'andivieni dovess'essere equabile, in cinque secondi, cioè mentre l'eccentrico fa la dodicesima parte di un giro, esso salirebbe o scenderebbe sempre della sesta parte di AH: ora, si vuole che la legge del

movimento sia tale, che dopo un dodicesimo di giro dell'eccentrico l'andivieni sia venuto in *i*, dopo due dodicesimi di giro in *l*, dopo tre dodicesimi in *m*, dopo quattro, cinque, sei dodicesimi di giro in *n*, *p*, H, e che poi seguitando l'eccentrico la sua rotazione, l'andivieni torni a discendere, impiegando a passare da H in *p*, da *p* in *n*, da *n* in *m* ecc., tempi eguali a quelli che aveva impiegati nella salita a percorrere i medesimi intervalli.

Divisa la circonferenza in 12 parti eguali ne' punti A, 1, 2, 3, ... 11, si condurranno i raggi a tutti i punti di divisione e si prolungheranno indefinitamente. Poi fatto centro in O (1) con raggio O*i*, si taglieranno le linee O1, O11 in I', I'': con raggio O*l* si taglieranno le linee O2, O10 in L', L'': con raggio O*m* si taglieranno le linee O3, O9 in M', M'', e così discorrendo, finchè con raggio OH si venga a tagliare la linea di mezzo O6 in Q: la curva AI'L'M'N'P'QP''N''M''L''I'' sarà la figura dell'eccentrico domandato.

Egli è quasi inutile di osservare che quando una parte del contorno dell'eccentrico sia formata di archi di circolo che abbiano il loro centro nel centro del movimento, la stanghetta non sarà sospinta nè innanzi, nè indietro, mentre la sua punta si appoggerà sopra uno di questi archi, onde essa si rimarrà in riposo: le *fig.* 80, 81, 82 rappresentano tre eccentrici con uno o con due *riposi*: nella *fig.* 80 vi ha un riposo solo RR' nel punto più basso della corsa: nella *fig.* 81 esso si fa nel punto più alto: nella *fig.* 82 finalmente vi ha due riposi, l'uno R'*r*' durante la salita, l'altro R*r* durante la discesa: in tutti e tre gli esempli la durata di ciascun riposo è di una sesta parte della rivoluzione dell'eccentrico.

Qualunque sia il movimento che un eccentrico dato è capace di comunicare alla stanghetta, lo stesso movimento potrebbe egualmente esserle comunicato da un cuneo di

(1) È stata ommessa nella *fig.* 79 la lettera O: il lettore è pregato di supplire a questa ommissione.

figura conveniente, e non sarà difficile a comprendere che all'eccentrico della *fig.* 70 si potrebbe sostituire un cuneo di filo retto come quello della *fig.* 53; che all'eccentrico della *fig.* 76 si potrebbe sostituire un cuneo col filo formato di due linee rette di egual lunghezza, ed egualmente inclinate, ma l'una acclive o ascendente, l'altra declive o discendente. Si comprenderà pur facilmente l'analogia che passa fra l'eccentrico della *fig.* 80 e il cuneo della *fig.* 57, fra l'eccentrico della *fig.* 81 e il cuneo della *fig.* 56. Finalmente un po' d'attenzione farà scorgere che se si volesse sostituire un cuneo all'eccentrico della *fig.* 79, il suo filo dovrebb' essere formato di due curve concave come quella della *fig.* 58, e simmetricamente collocate a sinistra e a destra della verticale BC. Non credo necessario di moltiplicare questi confronti, e passo quindi a svolgere più particolarmente un caso solo, la cui importanza pratica giustificherà il minuto esame in cui sto per entrare.

Già abbiamo avvertito (Lez. VII, *fig.* 24), che un eccentrico si può far di figura circolare, purchè il centro del moto non cada nel suo centro di figura. Sia dunque DMEG (*fig.* 83 *a*) un tale eccentrico, O il centro del moto, C il centro di figura: pei punti O, C, la cui distanza OC si dirà l'*eccentricità*, si conduca il diametro DE; sia finalmente MN la verticale secondo cui si muove la stanghetta, e che prolungata viene a passare pel centro del moto O. Supponiamo che quando l'eccentrico comincia a girare, il punto D del suo perimetro si trovi in *d* sulla verticale MN. La punta M della stanghetta si troverà alla distanza *od* eguale ad OD dal punto O, e questa è la posizione più bassa cui essa possa discendere: dopo un quarto di giro dell'eccentrico il punto G verrà in *g* sulla verticale MN, e l'altezza O*g* della stanghetta sopra il punto O sarà per conseguenza eguale ad OG; seguitando la rivoluzione dell'eccentrico, la stanghetta seguiterà pure a salire, fintantochè, tornando verticale il diametro DE, essa siasi sollevata fino in *e* ad un'altezza eguale ad OE:

poi essa comincierà a discendere, e discenderà di nuovo fino in *d*, durante una mezza rivoluzione dell'eccentrico, passando per gli stessi punti, e riprendendo le stesse velocità con cui nella mezza rivoluzione precedente essa si era sollevata da *d* in *e*. Senza prolungare di più questo ragionamento, il lettore comprenderà, che tirando pel punto O le rette FI, KL ad angoli di 45° col diametro DE, le distanze OF, OK saranno eguali rispettivamente alle altezze della stanghetta sopra il punto O, dopo un ottavo, e dopo tre ottavi di rivoluzione, e che similmente OI eguale ad OK, ed OL eguale ad OF saranno le altezze della stanghetta dopo cinque ottavi e dopo sette ottavi di giro.

Ciò posto, scelta ad arbitrio una lunghezza qualunque PP′ (*fig.* 83 *b*) si divida questa in otto parti eguali ne' punti 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7, e sulle perpendicolari innalzate in questi punti e nelle due estremità P, P′ si portino le altezze PD, 1F, 2G, 3K, 4E, 5I, 6H, 7L, P′D′ rispettivamente eguali alle distanze OD, OF, OG, OK, OE, OI, OH, OL, OD della *fig.* 83 *a*, e si segni la curva DFGKEIHLD′; debb'essere chiaro ad ognuno che se si facesse costruire un cuneo di cui questa curva formasse il filo e si facesse poi correre sotto la stanghetta in modo che impiegasse a percorrere la lunghezza PP′ precisamente lo stesso tempo che l'eccentrico DGEH (*fig.*83 *a*) impiega a fare un giro intero, questo cuneo produrrebbe nella stanghetta lo stesso movimento appunto che l'eccentrico produce in essa.

Alla sola vista della curva della *fig.* 83 *b*, si comprende che la velocità della stanghetta sarà nulla, nell'istante in cui passeranno sotto la sua punta M, i punti D, E (*fig.* 83 *a*), ossiano le due estremità del diametro che passa pel centro del movimento O, poichè nei punti corrispondenti D, E della curva (*fig.* 83 *b*), la tangente è orizzontale. In queste due posizioni la stanghetta avrà dunque un istante di riposo, ed essa sarà arrivata al punto più basso od al punto più alto della sua corsa: si vede parimente che nel passare dal primo

al secondo, o dal secondo al primo, il suo moto sarà accelerato da principio, poi ritardato, poichè la curva ascendente è concava da D fin verso K, e convessa da questo punto fino in E, e la curva discendente è convessa da E fin verso I, poi concava fino in D'.

Ma per determinare accuratamente le vicende della velocità della stanghetta nelle diverse posizioni dell'eccentrico, sarà meglio applicar qui le considerazioni e le regole delle lezioni nona e decima. Infatti il raggio CM dell'eccentrico essendo invariabile, la stanghetta dovrà muoversi nello stesso modo come se la sua punta M fosse unita a snodo con un tirante MC, unito esso pure a snodo in C con una manovella mobile intorno al centro O, e di lunghezza eguale alla eccentricità OC: in altre parole l'eccentrico circolare produce assolutamente lo stesso effetto che produrrebbe una manovella di gomito o braccio eguale alla eccentricità, ed unita all'andivieni per via di un tirante di lunghezza eguale al raggio dell'eccentrico.

Il moto della stanghetta essendo rettilineo, esso dee considerarsi come un moto circolare fatto intorno a un centro infinitamente lontano e collocato sopra la retta MB perpendicolare alla direzione del movimento della stanghetta: onde in somma, in luogo dell'eccentrico e della stanghetta avremo a considerare i movimenti di due bracci, l'uno OC, l'altro infinitamente lungo MB, uniti tra loro ne' punti M, C per via del tirante MC. Prolungando adunque il raggio OC fin che incontri in R la direzione dell'altro braccio MB, le velocità assolute dei punti C, M staranno tra loro direttamente come le distanze RC, RM (1).

(1) Coloro cui sono famigliari le notazioni dell'algebra e della trigonometria, troveranno le formole seguenti più comode che le costruzioni grafiche:

Dicansi: il raggio dell'eccentrico r

La eccentricità . . . a

L'angolo MOC . . . φ

La *fig.* 84 mostra un altro meccanismo equivalente ad una manovella ordinaria, o ad un eccentrico circolare. Il centro del moto è in O, il gomito della manovella è OC, e la sua estremità C porta una caviglietta impegnata in un fesso AEB formato ad arco di circolo di raggio qualunque CI, e di corda AB eguale al doppio del gomito OC della manovella: questo fesso è traforato in una piastra che fa corpo con la stanghetta EI. Girando la manovella, la caviglia C preme ora l'orlo convesso, ora l'orlo concavo del fesso, spinge così la stanghetta ora all'insù, ora all'ingiù per una corsa eguale al doppio del gomito OC, ed intanto essa scorre alternativamente dall'estremità B dell'arco all'estremità A, e da questa a quella. Essa trovasi così costretta a star sempre alla medesima distanza CI dal centro I, ed è per conseguenza nello stesso caso come se fosse connessa col punto I mercè un tirante CI: questo meccanismo equivale dunque, come dicevamo, ad un eccentrico di raggio CI e di eccentricità OC, epperò tirando la orizzontale IK fino ad incontrare in K la direzione CK del braccio OC prolungato, la velocità assoluta della stanghetta starà in ciascun istante a quella della caviglia C, come la distanza KI alla distanza KC.

Se il fesso AB fosse rettilineo (*fig.* 85), esso dovrebbe considerarsi come un arco di circolo di raggio infinito, e la manovella opererebbe allora come se fosse unita alla stanghetta per via di un tirante infinitamente lungo, e non è

l'altezza OM della stanghetta al disopra del punto O sarà

$$=\sqrt{r^2-a^2 \operatorname{sen}^2\varphi}-a\cos\varphi,$$

e la ragione della velocità della stanghetta alla velocità del punto C, sarà

$$=\operatorname{sen}\varphi-\frac{a \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi}{\sqrt{r^2-a^2\operatorname{sen}^2\varphi}};$$

quando il raggio r è grandissimo a fronte dell'eccentricità a, l'altezza OM si riduce alla espressione più semplice $r-a\cos\varphi$, e la ragione delle due velocità è $\operatorname{sen}\varphi$.

difficile lo scorgere che in ciascuna posizione del meccanismo la velocità della stanghetta starebbe a quella della caviglia C', come la distanza CE di questa caviglia dal mezzo del fesso, sta alla lunghezza CO del gomito della manovella (1). Sarà utile che il lettore, disegnando in iscala grande i meccanismi delle *fig.* 84 e 85, si eserciti in modo analogo a quello da noi seguito per l'eccentrico circolare, a dedurne la curva indicatrice del movimento della stanghetta.

In molte macchine, e nelle macchine a vapore particolarmente, si suol dare all'eccentrico una disposizione differente da quelle finora descritte, e che merita d'essere conosciuta. Essa vedesi rappresentata nella *fig.* 86: l'asse di rotazione O porta una piastra circolare eccentrica AB, di qualunque raggio, e di eccentricità OC eguale al gomito della manovella di cui dee tener luogo. Questa piastra è circondata da un anello DLDM in cui può liberamente girare, ma da cui non può uscire: un telaio triangolare DED fa corpo con questo anello, e va articolarsi in E con la stanghetta o andivieni EF, costretto a camminare in linea retta dai piegatelli R, R. Egli è evidente che le lunghezze delle rette OC e CE essendo invariabili, l'effetto è il medesimo, come se OC fosse una manovella articolata con un tirante CE, oppure come se si facesse uso di un eccentrico circolare di raggio CE e di eccentricità OC.

Le applicazioni dell'eccentrico nelle operazioni delle arti sono così numerose e così varie che esigerebbero molte lezioni ad essere minutamente descritte: limitiamoci ad osservare che la regolare distribuzione dei fili sugli aspi e sui rocchetti delle filature da seta, da lino, da cotone e da lana si opera per mezzo di eccentrici, in un modo che avremo fra poco occasione di dimostrare: che il movimento dei licci nel telaio meccanico da tessere è regolato da eccentrici; che l'eccentrico equabile o spirale della *fig.* 70 serve

(1) Ciò risulta manifesto dalla formola della nota precedente, pag. 97.

in molti orologi ad innalzare e ad abbassare il pendolo per diminuirne od accrescerne la lunghezza, affine di accelerare o di ritardare la marcia dello strumento: che finalmente lo stesso eccentrico serve pure a costruire uno strettoio molto semplice, sostituendo alla stanghetta un tavolone di legno o di metallo, che viene sospinto contro la sostanza che debb'essere spremuta.

In una delle lezioni passate abbiamo descritta una disposizione, mercè cui un corpo che si muove in linea retta, per esempio il galleggiante di un fluviometro, lascierà segnata una traccia permanente che darà a conoscere la natura e le vicende del suo movimento. In quello stesso esempio l'orologio invece di far camminare in linea retta una tavoletta, potrà portare sull'albero della lancetta delle ore un disco, cioè un piano circolare di legno o di metallo, il quale farà un giro intero in dodici ore, e sul quale si potrà distendere un foglio di carta; allora se l'asticciuola del galleggiante si muove su e giù secondo il diametro del disco, è chiaro che il pennello fermato in cima a quest'asticciuola, a motivo della combinazione del suo moto rettilineo col moto circolare del disco, segnerà sulla carta una curva, la quale rivelerà la natura del movimento del galleggiante, e quindi il modo in cui le acque del fiume sono venute alzandosi od abbassandosi. Così per esempio, se si trovasse, dopo un giro del disco, segnata sopra di esso una spirale d'Archimede come quella della *fig.* 70, si conchiuderebbe che l'acqua del fiume si è venuta alzando equabilmente, cioè in modo uniforme: se all'incontro la curva descritta dal pennello fosse un circolo concentrico all'asse del disco, converrebbe dire che nell'intervallo di dodici ore impiegato da questo a fare la sua rivoluzione, il livello del fiume non ha variato nè punto nè poco. Noi vedremo a suo tempo altre applicazioni del medesimo principio.

Gli eccentrici si sono da noi fin qui considerati come atti a trasformare il moto circolare continuo in rettilineo alter-

nativo: essi impiegansi pure frequentemente alla trasformazione del moto circolare continuo in circolare alternativo, come appare dalla *fig.* 87. Girando infatti l'eccentrico HIL intorno al centro O, il dente P del braccio AP verrà successivamente ad appoggiarsi in diversi punti del perimetro HIL, ora avvicinandosi al centro O, ora scostandosene, e descriverà per conseguenza una porzione dell'arco circolare OPS, che ha il suo centro in A, e quindi il braccio AP riceverà un moto circolare alternativo intorno a questo centro. Per determinare l'ampiezza delle corse del braccio AP, fatto centro in O, si descrivano due circoli tangenti al perimetro dell'eccentrico, e tali che l'uno sia tutto quanto contenuto nell'interno dell'eccentrico, e l'altro sia tutto esterno al medesimo: la porzione dell'arco OS, compresa fra le circonferenze di questi due circoli, darà l'ampiezza della corsa del braccio AP. Non mi tratterrò per ora a ricercare quale debba essere la forma della curva HIL, acciò il moto del braccio AP sia uniforme, e mi contenterò di osservare che per determinare in ogni caso ed in ciascuno istante la ragione delle velocità angolari del braccio stesso e dell'eccentrico, basterà tirare la normale PT nel punto di contatto del dente P col perimetro dell'eccentrico: poichè la velocità angolare di questo starà alla velocità angolare del braccio, come la distanza TA sta alla distanza TO, essendo PT la linea d'azione, ed AT la linea dei centri: onde risulta che la condizione, acciò il moto del braccio sia equabile, si riduce a ciò, che la normale PT incontri sempre la linea dei centri nello stesso punto T: ma su ciò torneremo più opportunamente altra volta.

Neppure non mi fermerò ad indicare molte applicazioni degli eccentrici così impiegati: una delle più frequenti e più utili serve a contare comodamente il numero dei giri fatti da un albero in un tempo qualunque, per esempio in un giorno intero. Ciò si comprenderà facilmente, purchè al braccio AP della *fig.* 87 s'intenda sostituita la leva AB, con

l'arpione BD della *fig.* 40: poichè è chiaro che ad ogni giro dell'eccentrico, questa leva farà una corsa, l'arpione farà passare un dente della ruota a sega, e così una lancetta fermata sull'albero di questa ruota potrà indicare sopra un quadrante il numero dei denti sospinti dall'arpione, e per conseguenza il numero dei giri dell'eccentrico e dell'albero su cui esso è impernato. Chi ha qualche pratica della costruzione degli orologi, comprenderà pure facilmente, come con l'aggiunta di altre ruote si possano contare molti più giri dell'eccentrico, che non abbia denti la ruota a sega G: ma anche di ciò altra volta.



SUNTO

DELLA

LEZIONE SEDICESIMA.

Dei bocciuòli.

Quando il girar di una piastra piana terminata da un contorno curvilineo qualunque, sospinge innanzi, non più la punta d'una stanghetta come negli esempli delle due ultime lezioni, ma bensì la costa rettilinea di uno *sprone* come TM (*fig.* 25 Tav. 3), mantenendosi sempre ad esso filo tangente, questa piastra lascia il nome di *eccentrico*, per prender quello di *bocciuòlo*. Dal che si vede, che mentre il punto di contatto con l'eccentrico non cangia mai luogo sulla stanghetta, e descrive insieme con questa una linea retta, il cui prolungamento va passare pel centro del moto della piastra girante, il contatto dello sprone col bocciuòlo può trasportarsi da un punto all'altro sulla lunghezza dello sprone, e che anche in que' casi in cui esso si mantiene sempre nello stesso punto dello sprone, e descrive nello spazio una retta, questa generalmente non passa pel centro del moto.

Secondo la varia figura del perimetro curvo del bocciuòlo, la ragione della sua velocità a quella della stanghetta cui esso dà movimento potrà essere costante, oppure potrà variare da un' istante all'altro, epperò vi ha de' bocciuòli equabili o di ragion costante, e de' bocciuòli di ragion variabile: noi tratteremo brevemente dei primi, più brevemente ancora dei secondi: ma per rendere intelligibile ciò che dobbiam dire dei bocciuòli equabili, è necessario che ri-

cordiamo prima la generazione e le proprietà delle curve che i geometri chiamano *evolventi*, ed in ispecial modo della evolvente di circolo.

Se sull'arco di circolo ANN'B (*fig.* 88) si inviluppa un filo di lunghezza eguale a quella dell'arco medesimo, fermandone uno dei capi in B: poi all'altro capo A del filo si attacca uno stile o un lapis, sviluppando il filo, questo segnerà l'arco di curva AMM'P, che è quella appunto che chiamasi la *evolvente* del circolo ANB: il punto A dov' essa prende cominciamento si dice l'*origine* della evolvente: il circolo ANN'B, rispetto alla AMM'P, si chiama la curva *evoluta* o *sviluppata*.

Egli è evidente che la curva descritta sarà ancora la medesima, se invece di attaccare lo stile ad un filo, esso si fermerà all'estremità A di una riga AH (*fig.* 89), e se dopo di aver collocata questa riga in modo che essa sia tangente al circolo in A, si farà poi girare intorno ad esso in modo da mantenersi sempre tangente, passando successivamente nelle posizioni punteggiate MNH', PBH'', purchè in questo movimento la riga non iscorra longitudinalmente contro la circonferenza del circolo, ed abbia con esso un semplice contatto di sviluppo (Lez. 9ª). In ciò che segue tuttavia, noi supporremo lo stile legato ad un filo flessibile.

Mentre lo stile descrive l'arco AM (*fig.* 88), il filo cui esso è attaccato viene sviluppandosi dalla circonferenza su cui prima era tutto avvolto, e quando lo stile giunge in M, la parte del filo che si applicava sulla circonferenza da N in A, si trova distesa in linea retta da N in M, secondo una direzione tangente al circolo nel punto N, epperò la retta NM è eguale all'arco NA. Mentre poi lo stile descriverà l'arco piccolissimo M*m*, la lunghezza del tratto libero MN varierà pochissimo, e l'archetto M*m* dovrà perciò considerarsi come un arco di circolo che ha il raggio MN ed il centro in N: cioè la linea MN sarà il raggio di curvatura dell'archetto M*m*, ed il punto N ne sarà il centro di curvatura.

Ora confondendosi M*m* con un arco di circolo, la sua tangente MT è perpendicolare al raggio NM: ma questo, come abbiam veduto, è tangente in N al circolo sviluppato, e per conseguenza è perpendicolare al raggio CN: dunque le rette MT, CN perpendicolari alle due estremità di MN sono parallele tra di loro: quindi conchiudiamo che

Se da un punto qualunque M *della evolvente si conduce una tangente* MN *al circolo sviluppato, la parte* MN *di questa tangente compresa tra la due curve è eguale all'arco sviluppato* NA. *E la tangente* MT *condotta alla evolvente nel punto* M *è perpendicolare ad* MN *e parallela al raggio* CN *del circolo sviluppato: od altrimenti, la tangente alla evoluta è normale alla evolvente.*

Fingiamo adesso che si abbia una piastra di metallo o di legno, tagliata in forma di evolvente di circolo, come si vede in AMPB (*fig.* 90). Collocata questa piastra in un piano verticale, facciamole prendere, girandola intorno al centro C, una posizione qualunque: conduciamo poi il raggio orizzontale CN del circolo sviluppato, e pel punto N la tangente verticale NM; il punto M del contorno dove questa verticale verrà a ferire, avrà la sua tangente MT parallela a CN, cioè orizzontale. Facciamo ora girare la piastra nel proprio piano intorno al centro C, cosicchè l'origine A della curva descriva l'arco di circolo A*a*, e la piastra prenda una nuova posizione *ampb*: la verticale condotta pel punto N verrà ora incontrare il contorno curvo in un nuovo punto *m*, ma per la proprietà ora dimostrata della evolvente, la tangente *mt* a questo punto *m* sarà ancora parallela al raggio CN, cioè sarà orizzontale, e quindi anche parallela alla tangente MT. Di più si sa che NM è eguale all'arco NA, e che N*m* è eguale all'arco N*a*: dunque la differenza tra N*m* ed NM, cioè la distanza M*m* delle due tangenti, sarà eguale all'arco A*a* descritto dal punto A nella rotazione della piastra.

Segue da tutto ciò che se la tangente MT sarà uno sprone

materiale unito a squadra con la spranga EF, e se questa potrà scorrere longitudinalmente fra le guide G, G; girando la piastra intorno al centro C, essa sospingerà in su lo sprone MT e la spranga con cui è connesso, e lo spazio descritto da queste sarà sempre eguale all'arco percorso dal punto A. Il moto rettilineo della spranga EF sarà dunque equabile, se è equabile il moto rotatorio della piastra, epperò questa sarà un bocciuòlo atto a trasformare un moto equabile circolare, in un moto equabile e rettilineo.

Se ora si continuerà a far girare la piastra finchè il punto B abbia descritto tutto l'arco BN, e la piastra abbia presa la posizione punteggiata NP'a', la linea BP sarà divenuta verticale, la riga MT si sarà sollevata in P't' all'altezza NP' eguale all'arco sviluppato Na', ossia BNA, e la punta P' del bocciuòlo scappando dal contatto dello sprone, lascierà questo e la spranga in libertà di ricadere per proprio peso. Se noi supponiamo di più che siavi qualche arresto che impedisca che in questa caduta lo sprone MT passi al disotto della orizzontale CD, la piastra seguitando a girare lo incontrerà una seconda volta, tornerà a sollevarlo in P't', poi lo lascierà ricadere, e così senza fine.

Con questa disposizione adunque girando equabilmente il bocciuòlo APB, la spranga EF è sollevata equabilmente, e lo spazio da essa descritto è sempre eguale all'arco percorso da un punto qualunque della circonferenza BNA. In altre parole la spranga vien sollevata precisamente come se tolto via il bocciuòlo, e collocata la spranga in P'NH tangenzialmente alla circonferenza di una ruota eguale al circolo sviluppato ANB, questa la sollevasse o per via del solo attrito, o per mezzo di una coreggia di lunghezza eguale all'arco ANB, e di cui un capo fosse fermato in A sulla circonferenza della ruota, e l'altro in H sulla spranga P'NH, in modo tutto simile a quello rappresentato nella *fig.* 58. Il circolo ANB, la cui velocità è eguale a quella della spranga FE, si suol chiamare il *circolo primitivo del bocciuòlo*.

Tale è il meccanismo, mercè cui un albero orizzontale KH (*fig.* 25) girando equabilmente sui suoi perni C, solleva un pestello EF con moto equabile, e lo lascia ricadere sulla materia da pestare contenuta nella pila R: meccanismo generalmente impiegato nella fabbricazione della polvere, nella brillatura del riso e in altre manifatture. Nel pestello è saldamente conficcato lo sprone orizzontale TM, e il bocciuòlo KMPQ premendo questo sprone in M, lo sospinge all'insù con tutto il pestello. La parte MP del contorno curvilineo del bocciuòlo, che è la sola che venga in contatto con lo sprone, è tagliata secondo un arco di evolvente del circolo RL tangente alla retta verticale su cui il punto M si muove: l'ampiezza della curva MP è tale, che la lunghezza dell'arco sviluppato nel descriverla sia precisamente eguale all'altezza dalla quale il pestello debbe ricadere: la parte del contorno del bocciuòlo, contenuta entro il circolo primitivo RL, non venendo mai in contatto con lo sprone, si può fare di qualunque forma: la parte posteriore PQ va tagliata in modo che non sia d'impaccio alla caduta del pestello.

Disponendo diversi bocciuòli sulla circonferenza dell'albero, il pestello sarà sollevato altrettante volte a ciaschedun giro: vi dovrà però essere tanta distanza tra un bocciuòlo e l'altro, e la velocità dell'albero dovrà essere regolata in modo che lo sprone abbia il tempo di ricadere sino in ND, prima che un nuovo bocciuòlo si presenti per rialzarlo.

Una miglior disposizione della macchina potrebbe essere quella rappresentata nella *fig.* 91: invece di uno sprone sporgente di fronte, il pestello EF porta qui due beccatelli inchiodati di fianco, ond'esso prende come figura di croce, e i bocciuòli collocati per coppie passano di qua e di là del pestello, e lo sollevano a piombo senza produrre pressioni ed attriti contro le guide.

La stessa forma fin qui descritta serve pei bocciuòli che sospingono e risospingono l'andivieni della *fig.* 26. Per l'equabilità del moto la parte del loro contorno, che viene a

toccar le palette, debb'essere tagliata in forma di evolvente della circonferenza tangente alle rette descritte dalle estremità delle palette medesime. Si evitano alcune difficoltà, sostituendo alla disposizione della *fig.* 26 quella della *fig.* 92, nella quale un solo bocciuòlo MQP spinge a vicenda le due palette A, B dell'andivieni: la curva del suo contorno debbe avere tanta ampiezza, che le due tangenti condotte alle sue estremità sieno fra loro parallele. La figura suppone che il bocciuòlo sia in un piano un po' elevato al disopra di quello in cui scorre il telaio EF, e che le palette abbiano sopra di questo tanto risalto da poter essere incontrate dal bocciuòlo.

Fin qui dei bocciuòli equabili: diciam ora qualche cosa di quelli di ragion variabile. Sia per es. la piastra circolare eccentrica PQR, *fig.* 92 *bis*, di cui il centro di figura è in C, il centro del moto in O, e l'eccentricità per conseguenza eguale ad OC. Girando essa fra i due sproni IG, KH, calettati ad angolo retto nella stanga SS′, e distanti tra loro poco più che di un diametro della piastra, è manifesto che questa premendo or l'uno or l'altro sprone col suo contorno, menerà la stanga innanzi e indietro, e un momento di attenzione farà comprendere che questo meccanismo non differisce in nulla di essenziale da quello della *fig.* 85, se non che alla caviglietta C si è qui sostituita una piastra di diametro molto maggiore, il quale non ha però veruna influenza nè sull'ampiezza delle corse, nè sulla natura del movimento della stanga: e da ciò si concluderà che nel bocciuòlo circolare che stiamo considerando, la velocità della stanga starà in ciascuno istante a quella del centro C del bocciuòlo, come QH, oppure CF sta alla eccentricità OC: la qual cosa si può direttamente dimostrare, osservando che l'azione del bocciuòlo sarà la stessa come quella di un tirante CQ, connesso con le braccia OC e QK: e che le direzioni di queste incontrandosi in K, la velocità della stanga starà a quella del punto C, come KQ al KC, oppure come CF : CO.

Noi siamo ora in grado di comprendere perfettamente il gioco del bocciuòlo triangolare della *fig.* 27, Tav. 4. Supponiamo infatti che esso giri intorno al punto C, e che la retta condotta da questo punto all'angolo B sia giunta in una posizione in cui faccia angolo di 30° sopra l'orizonte: il lato superiore del telaio sarà allora tangente all'arco CB nel punto B, e continuando la rotazione del bocciuòlo, il suo angolo B sospingerà il telaio all'insù precisamente come la caviglia della manovella della *fig.* 85, e questa azione si proseguirà per un sesto di giro, cioè fintantochè il punto B sia venuto sulla verticale che passa pel centro C. Allora il lato superiore del telaio sarà tangente in B, non più all'arco CB, ma bensì all'arco BA, descritto dal centro C, epperò, tutti i punti di quest'arco essendo a egual distanza dal centro del moto, il telaio starà fermo durante un sesto di giro del bocciuòlo, cioè fino a che l'angolo A sia venuto esso sulla verticale del centro C, e l'angolo B a sessanta gradi a sinistra di questa verticale. Ma allora il lato CB comincierà a toccare con la sua estremità C il lato inferiore del telaio, e per un sesto di giro il bocciuolo opererà precisamente come la piastra circolare dell' esempio precedente, nella quale si fosse fatta la eccentricità eguale al raggio, poichè il centro del moto C sarà sulla circonferenza stessa CB: e quindi in questo terzo periodo del movimento il telaio e la stanghetta discenderanno con moto affatto simile a quello del meccanismo della *fig.* 85. Così il bocciuòlo avrà fatta una mezza rivoluzione, e nella mezza rivoluzione seguente si ripeteranno nel moto del telaio le medesime vicende, con lo stesso ordine, ma per verso contrario. Facile riuscirebbe quindi la costruzione della curva rappresentatrice del movimento comunicato al telaio: poichè presi sulla linea dei tempi sei tratti eguali per rappresentare le sei parti in cui abbiamo divisa la durata di una rivoluzione del bocciuòlo, al primo tratto corrisponderebbe una curva ascendente e convessa, al secondo una retta ori-

zontale, al terzo e al quarto una curva discendente prima convessa poi concava, al quinto una retta orizzontale ed al sesto una curva ascendente e concava: il lettore farà cosa utile a costruirne egli medesimo la figura regolare.

Proponiamoci finalmente di trovare la forma conveniente per un bocciuòlo che debba sollevare la stanga con legge data qualunque. Sia C (*fig.* 92 *ter*) il centro del movimento; sia AT la posizione primitiva dello sprone, e descrivendo il bocciuòlo gli angoli eguali ACL, LCM, MCN, NCP, debba quello venire sollevato fino ai punti 1, 2, 3, 4. Sulle rette indefinite CL, CM, CN, CP si portino le lunghezze C1′ eguale a C1, C2′ eguale a C2, C3′ eguale a C3 e C4′ eguale a C4: poscia ne' punti 1′, 2′, 3′, 4′ si tirino le rette indefinite perpendicolari alle CL, CM, CN, CP. La curva AEF tangente a tutte queste perpendicolari, sarà il cercato contorno del bocciuòlo: infatti, quando la retta CM, per es., sarà venuta a confondersi con la verticale CA, il punto 2′ coinciderà col punto 2, e la perpendicolare 2′t sarà nello stesso tempo orizzontale e tangente al perimetro del bocciuòlo, cioè indicherà la corrispondente posizione dello sprone, il quale si troverà così sollevato alla voluta altezza C2.

Resterebbe qui da parlare dei bocciuòli destinati a produrre un movimento circolare alternativo, quali sono per es. quelli che muovono il maglio della *fig.* 33, ma le lezioni avvenire ce ne somministreranno opportunità migliore.



SUNTO

DELLE LEZIONI

DICIASETTESIMA, DICIOTTESIMA E DICIANOVESIMA.

Dei bocciuòli cilindrici e conici, delle eliche e delle viti.

I cilindri ed i coni, retti e circolari, avendo superficie sviluppabili (1) di rivoluzione, ci porgono un comodo mezzo di trasformare il moto circolare intorno un dato asse, in moto rettilineo secondo una direzione parallela od inclinata all'asse medesimo e danno origine così ad una numerosa famiglia di meccanismi semplici, dei quali, a motivo della loro importanza e dell'uso frequente che se ne fa nelle arti, noi dobbiamo ora trattare con qualche estensione.

Sulla superficie di un cilindro CC' volubile intorno al proprio asse AB (*fig.* 93), si segni una curva di qualunque figura ma però tale che in nessun luogo la sua tangente non sia parallela all'asse del cilindro, e secondo l'andamento di questa si scolpisca nella sostanza del cilindro un canaletto od incavo *abcd* : si disponga poi una stanghetta MN parallela all'asse del cilindro, la quale abbia un dente D che con la sua punta s'incastri nel canaletto *abcd*; al girar

(1) Chiamansi *superficie sviluppabili* quelle sulle quali un foglio di carta od una lastra qualunque flessibile e naturalmente piana si può applicare puntualmente senza grinze e senza rotture.

del cilindro la stanghetta sarà sospinta a destra od a sinistra, e se la curva del canaletto sarà una curva rientrante, il moto della stanghetta sarà alternativo. A questo meccanismo noi daremo il nome di *bocciuòlo cilindrico.*

Se ora s'intenderà sviluppata in piano la superficie convessa del cilindro, essa si ridurrà in figura di un rettangolo di altezza eguale a quella del cilindro, e di base eguale alla circonferenza della base del cilindro stesso, e sopra questo rettangolo resterà segnata la traccia curva del canaletto *abcd*. Facciamo costruire un cuneo, il cui filo segua precisamente l'andamento della curva così sviluppata, e facendo correre questo cuneo perpendicolarmente alla direzione della stanghetta, in modo che il suo filo prema contro il dente D, è chiaro che questo dente riceverà precisamente lo stesso movimento che prima riceveva dalla rotazione del cilindro.

Le stesse cose si posson pur dire del *bocciuòlo conico* della *fig.* 94: ma qui la direzione della stanghetta debb'essere parallela, non già all'asse AB, ma bensì al lato AC′ del cono: e sviluppando in piano la superficie di questo, ne risulterà, non più un rettangolo, ma un settore circolare che serberà la traccia curva del canaletto *abcd*. Tagliando la superficie così sviluppata secondo l'andamento di questa curva, la parte della superficie compresa tra la curva medesima ed il centro del settore si potrà impiegare a modo di eccentrico, il quale girando intorno al centro medesimo e sospingendo la stanghetta col suo perimetro curvo, le comunicherà precisamente lo stesso movimento che prima le veniva comunicato dall'azione delle sponde del canaletto scolpito sulla superficie del cono.

Da ciò si comprende che i bocciuòli cilindrici si possono riguardare come cunei inviluppati sulla superficie di un cilindro, e i bocciuòli conici come eccentrici inviluppati sulla superficie di un cono, e che come i cunei e gli eccentrici, essi possono per conseguenza servire alla

trasformazione di un moto equabile in un altro moto equabile, oppure in un moto vario, secondo la scelta della curva del canaletto in cui è impegnato il dente della stanghetta. Noi ci occuperemo particolarmente de' casi di moto equabile, cioè di quelli in cui è costante la ragione tra la velocità di rotazione del cilindro o del cono, e la velocità del moto rettilineo della stanghetta, perchè questi casi sono nelle applicazioni incomparabilmente più frequenti degli altri: e per la medesima ragione ci tratterremo assai più a lungo sui bocciuòli cilindrici che sui conici, e verremo così condotti in modo facile e naturale ad esporre la costruzione e le proprietà geometriche di uno de' meccanismi più conosciuti e più utili, cioè della *vite*.

Dato il cilindro ABCD (*fig.* 95), si tagli in un foglio di carta un triangolo rettangolo EGF di altezza EF eguale a quella del cilindro, e di base EG eguale ad un numero intero di volte la circonferenza della base AB del cilindro, per es., a due volte questa circonferenza. Si applichi il lato EF del triangolo sul lato AC del cilindro, poi s'inviluppi la carta sul cilindro a tanti giri quanto la sua lunghezza EG lo consente, che sarà a due giri. L'orlo o filo inclinato FG si disporrà secondo una certa curva *ChkilmnoA*, che darà essa pure due volte intorno al cilindro, cioè sarà composta di due *spire* C*kl* ed *ln*A: ciascuna spira, come C*kl*, avrà una sua metà C*k* sulla parte anteriore e visibile del cilindro, e l'altra metà *kl* sulla parte posteriore ed invisibile. Questa curva, la quale chiamasi *elica cilindrica* ed anche semplicemente *elica*, è in tutti i suoi punti egualmente inclinata al lato del cilindro, cioè fa dapertutto con esso il medesimo angolo, eguale all'angolo al vertice GFE del triangolo; la distanza C*l* di due spire, misurata secondo il lato del cilindro, chiamasi il *passo* dell'elica ed è dapertutto la stessa, cioè la distanza C*l* è eguale ad *hm* eguale a *kn*, eguale ad *l*A, ed eguale ancora all'altezza AC del cilindro e del triangolo, divisa pel numero delle spire. Partendo dal punto

8

A, la curva A*onmli* . . . . a ciascun giro si discosta di un passo dalla base AB, e se ne scosta per conseguenza di due passi per due giri, di tre passi per tre giri, e via discorrendo: e similmente la curva si scosta dalla base di un mezzo passo B*n* per un mezzo giro, di un quarto di passo H*o* per un quarto di giro ecc. Cioè la distanza *pq* di un punto qualunque *p* della curva dalla base AB, è proporzionale al numero dei giri che si debbon fare camminando su per la curva intorno al cilindro per passare dal punto A al punto *p*.

Di qui deriva l'uso dell'elica per trasmettere un movimento equabile: è chiaro infatti che se alla curva del canaletto *abcd* (*fig.* 93) si sostituirà la elica *hklhmn* (*fig.* 100) girando equabilmente il cilindro AB intorno al proprio asse, il dente D e la stanghetta MN saranno sospinti equabilmente secondo la lunghezza del cilindro, poichè ad ogni giro di questo essi avanzeranno della lunghezza di un passo, e ad ogni frazione di giro, di una egual frazione di passo: la qual cosa risulta d'altronde evidente per ciò stesso che la elica non è altro in somma che il filo di un cuneo rettilineo od equabile inviluppato sulla superficie del cilindro.

Quando l'elica dee avere un numero grande di spire, la costruzione testè insegnata non va esente da alcuni inconvenienti: infatti la base EG del triangolo EFG (*fig.* 95) dovendo contenere tante volte la circonferenza del cilindro quante sono le spire che si debbono segnare, diverrebbe d'incomoda lunghezza, e i tanti doppi che la carta farebbe poi sul cilindro ne altererebbero il diametro ingrossandolo dall'alto al basso: scevra da entrambi questi inconvenienti è l'altra costruzione rappresentata nella *fig.* 96. Si prenda un foglio rettangolo EFIG di altezza EF eguale a quella del cilindro, e di base EG eguale allo sviluppo della circonferenza di esso: l'altezza EF si divida in tante parti eguali quante debbon essere le spire, e si conducano per tutti i punti di divisione le rette *aa'*, *bb'*, *cc'*, *dd'* parallele alla base EG, e le diago-

nali aG, ba', cb', dc', Fd': inviluppando il foglio sul cilindro, queste diagonali si disporranno secondo le spire dell'elica domandata, venendo a congiungersi G con E, a' con a, b' con b, c' con c, ... ed I con F.

Vedremo fra poco altre costruzioni meccaniche dell'elica: geometricamente poi essa si costruirà così: si divida la circonferenza della base del cilindro in qualsivoglia numero di parti eguali, per es., in otto parti, e si notino i punti di divisione coi numeri 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; per questi punti si conducano tante rette parallele all'asse del cilindro, cioè tanti lati, poi su quello che passa pel punto 1 e partendo da questo punto si porti una distanza eguale alla ottava parte del passo: sul lato condotto pel punto 2 si portino due ottavi di passo: sul lato condotto pel punto 3 si portino tre ottavi di passo, e così di seguito, finchè sul lato che passa pel punto 0 si sia portato un passo intero: i punti così segnati sulla superficie del cilindro, uniti tra loro con una curva continua, daranno la prima spira dell'elica. Se poi partendo da ciascuno degli otto punti così determinati, si porterà sugli otto lati corrispondenti del cilindro una distanza eguale al passo dell'elica, i nuovi punti così trovati daranno la seconda spira: e portando un'altra volta una distanza eguale al passo al disopra di questa, si avranno otto punti della terza spira, e così di seguito, finchè si giunga alla base superiore del cilindro.

Guardando una elica segnata sopra un cilindro verticale, essa potrà andar salendo da destra verso sinistra, come nelle *figg.* 95 e 96, o da sinistra verso destra come nella *fig.* 97: nel primo caso l'elica si dice *sinistra*, nel secondo caso si dice *destra*.

Facilmente si comprenderà ora l'uso della macchinetta della *fig.* 98 per segnare una elica di *passo* dato sopra un dato cilindro AC. L'asse di questo cilindro porta un rocchetto o fuso R di circonferenza eguale al passo dell'elica che si vuol tracciare, e a questo rocchetto si attacca un

filo, il quale ripiegandosi sulla girella F, va con l'altro capo ad attaccarsi ad un carretto D armato di uno stile o bulino DE e mobile lungo la guida GG, parallela all'asse del cilindro: ad ogni giro il rocchetto raccoglie una lunghezza di filo eguale alla sua propria circonferenza, e di altrettanto si avanza il carretto sulla sua guida, epperò esso si muove equabilmente in linea retta, quando il cilindro gira equabilmente sul suo asse: la curva CE tracciata dalla punta del bulino sulla superficie del cilindro è dunque una elica.

Viceversa, se levato via il filo RFD, il carretto fosse mosso da una forza qualunque e con qualunque legge, la natura della curva descritta dal bulino sul cilindro farebbe tosto riconoscere se il moto del carretto sia stato equabile o no: poichè nel primo caso la curva sarà una elica perfettamente regolare, mentre nel secondo caso le sue spire si andranno allargando da C verso A se il moto è stato accelerato, e si andranno restringendo se il moto è stato ritardato. Sostituendo al bulino DE un lapis od un pennello che lasci una traccia visibile sopra un foglio di carta avvolto sul cilindro AC, questo foglio sviluppato in piano farà conoscere tutti quanti gli accidenti del movimento della stanghetta, poichè resterà sopra di esso segnata la medesima curva come se il foglio fosse stato disteso sopra una tavoletta piana che si muovesse equabilmente in linea retta nel modo descritto alle pagine 86 e seguenti.

Se per es. al rocchetto cilindrico R si sostituisse il rocchetto *a* conico e divergente, si otterrebbe una elica di passo uniformemente crescente e sviluppato il foglio si avrebbe una curva concava: viceversa col rocchetto conico e convergente *b* il passo sarebbe uniformemente decrescente e la curva sviluppata sarebbe convessa: con un rocchetto di profilo convesso come C, il passo verrebbe pure scemando, ma non uniformemente: le spire sarebber da principio quasi equidistanti tra loro, e verrebber poi di mano in mano strin-

gendosi sempre più rapidamente. Così conoscendo la forma del rocchetto possiamo prevedere quale sarà la curva descritta, e viceversa dalla curva descritta possiamo concludere quale sia stata la forma del rocchetto impiegato.

Dopo ciò che ho detto nelle lezioni precedenti sulla rappresentazione grafica del movimento, non è certamente necessario ch'io mi trattenga più lungamente qui a mostrare le applicazioni che posson farsi delle cose ora esposte. Ciascuno comprenderà da sè qual vantaggio vi abbia a sostituire un cilindro il cui moto può continuarsi indefinitamente, ad una tavoletta piana la cui corsa è necessariamente limitata.

Anche la disposizione della *fig.* 99 può servire a tracciare una elica di qualsivoglia passo: tutto qui è simile alla *fig.* 98; ma il carretto D invece di portare un bulino, porta una carrucoletta sulla quale passa un filo di cui una estremità si attacca in un punto C della base del cilindro rotante, e l'altro capo, dopo che il filo si è due volte ripiegato sulle girelle fisse L, H, sostiene il peso P che lo tiene teso.

Avanzandosi il carretto D equabilmente lungo la guida GG, per lo stesso artifizio descritto poco fa, il filo PHLDMC verrà avviluppandosi sul cilindro, in modo che il tratto MD farà sempre il medesimo angolo col lato del cilindro, e quindi la curva secondo cui il filo si disporrà, sarà una elica, di passo tanto maggiore, quanto più quest'angolo sarà acuto. Lo stesso avverrebbe se il carretto invece di essere condotto dal filo GFR fosse sospinto da un eccentrico equabile (Lez. 12ª), e combinando convenientemente le durate delle rotazioni dell'eccentrico e del cilindro si potrebbe fare che i successivi giri del filo, supposto di lunghezza indefinita, si disponessero sul cilindro uno accanto all'altro in modo perfettamente uniforme: oppure variando la figura dell'eccentrico onde accelerare in alcuni punti e ritardare in altri il movimento del carretto, si potrebbe ancora ottenere una ineguale distribuzione del filo sulla lunghezza del cilindro.

Tali sono veramente i mezzi con cui nelle filature da cotone, da lino, da lana i fili si distribuiscono nel modo più conveniente sui rocchetti, sulle spuole e sui naspi. Ed è facile a comprendere che se l'eccentrico avrà la forma del cuore uniforme della *fig.* 76 il filo riuscirà dapertutto egualmente scompartito sul cilindro, mentre con l'eccentrico della *fig.* 79 esso si raccorrà in maggior quantità sopra una delle sue estremità che sull'altra, e con l'eccentrico circolare, o ciò che torna allo stesso, con una manovella, il naspo o il rocchetto dee trovarsi più caricato di filo verso le due estremità che verso il mezzo: la qual considerazione dee in molti casi far proscrivere l'uso della manovella, malgrado la sua semplicità.

Torniamo ora al nostro argomento principale, cioè all'uso che si può fare dell'elica per la trasmissione del moto equabile: già abbiamo notato che col cilindro scanalato a elica della *fig.* 100, la stanghetta MN sarà sospinta da un'estremità all'altra del cilindro con velocità sempre proporzionale a quella della rotazione di esso, e diretta verso destra o verso sinistra, secondo che la rotazione si farà per un verso o pel verso contrario (1); lo stesso effetto precisamente avrà luogo se il cilindro invece di una scanalatura porterà un risalto di forma elicoidale (*fig.* 102), e se la stanghetta avrà due denti vicini, tra i quali si trovi impegnato il risalto

(1) Merita di essere qui descritta una ingegnosa applicazione dell'elica, per produrre un movimento rettilineo alternativo. Sopra uno stesso cilindro (*fig.* 101) sono scolpiti due canaletti secondo due eliche opposte, cioè una *destra*, l'altra *sinistra*, le quali avendo la medesima origine e il medesimo termine, imboccano l'una nell'altra, e formano un circuito chiuso: il dente della stanghetta è fatto a modo di *nottola*, e girando sul suo pernio si adatta alternativamente alla opposta inclinazione delle due eliche. Girando dunque il cilindro sempre pel medesimo verso, il dente è sospinto da una estremità all'altra di esso in una delle eliche; poi imboccando nell'elica opposta viene risospinto pel verso contrario sino all'altra estremità del cilindro, e così senza fine.

dell'elica. Un tal cilindro non è altro che una *vite*: il risalto elicoidale che lo ricinge è il *pane* o *verme* o *filo della vite*: la distanza tra due spire successive è il *passo della vite*, eguale manifestamente al passo dell'elica impiegata a costruirla.

In pratica però le viti non soglion farsi con spire così lontane come quelle della *fig.* 102: anzi, la forma del pane e la lunghezza del passo si fanno tali che il vano che resta tra una spira e l'altra sia precisamente della medesima forma e della medesima larghezza del pane. Così nella vite di filo quadrato (*fig.* 103 *a*) il passo *hh'* è doppio della larghezza del pane *hk*, e nella vite di filo triangolare (*fig.* 104 *a*), il passo *hh'* è eguale alla larghezza del pane: quindi queste due specie di viti spaccate secondo il loro asse, si presentano nelle forme rappresentate dalle *figg.* 103 *b* e 104 *b*.

Qualunque sia la forma del pane della vite, la comunicazione del movimento si può fare per mezzo di un pettine di profilo conveniente: sia impiegando una lunga vite e un pettine di pochi denti (*fig.* 107), sia combinando una vite di poche spire con un pettine più lungo (*fig.* 108). Nel primo caso la corsa della stanghetta sarà eguale alla lunghezza della vite, meno quella del pettine: nel secondo caso, all'incontro, la corsa sarà eguale alla lunghezza del pettine, meno quella della vite. Meglio però che i pettini giovano a quest'uopo le *chiocciole*, che sono viti simili in tutto a quelle cui debbono adattarsi, ma scolpite nella superficie concava di una cavità cilindrica, invece di essere rilevate sulla superficie convessa di un cilindro solido. Quando una vite è impegnata nella sua chiocciola (*figg.* 109 e 110), il verme della vite empie i vani della chiocciola, e viceversa il verme di questa si alloga nei vani di quella. Una chiocciola in somma equivale ad una infinità di pettini disposti intorno intorno alla vite in piani tutti diretti verso l'asse della vite medesima, e non vi ha altra essenzial differenza tra l'uso del pettine e quello della chiocciola, se non che con questa

il numero de' punti di contatto fra il pezzo conduttore e il pezzo condotto è molto maggiore che col pettine, onde la pressione esercitata su ciascun punto risulta molto minore, e restano meglio assicurate la regolarità del movimento e la durata del congegno.

Se il movimento rettilineo che si vuol produrre debb'essere molto celere, il passo della vite dovendo essere molto grande, il pane riuscirebbe di grossezza sproporzionata al diametro del cilindro, e la chiocciola per abbracciare molte spire dovrebbe farsi molto alta: per ovviare a questi inconvenienti le viti si fanno allora a due o più pani paralleli; la *fig.* 105 *a* per es., rappresenta una vite a due pani quadrati: l'uno h, h', h'' ha la sua origine in i, e il suo termine in i', l'altro k, k', k'' ha l'origine e il termine nella parte invisibile del cilindro, cioè alle estremità dei diametri delle due basi condotti pei punti i, i': il passo hh', oppure kk', è eguale, non più al doppio, bensì al quadruplo della larghezza di un pane. Il taglio di questa vite è rappresentato nella *fig.* 105 *b*.

La *fig.* 106 *a* rappresenta una vite a tre pani triangolari, le cui origini sono simmetricamente distribuite sulla circonferenza della base a distanza di 120 gradi una dall'altra; in questa vite il passo hh' è triplo della larghezza del pane: nella *fig.* 106 *b* si vede lo spaccato di questa vite, il quale non differisce da quello della vite a un solo pane triangolare (*fig.* 104 *b*).

Acciocchè vi sia trasformazione del movimento circolare in movimento rettilineo, è necessario che girando la vite intorno al suo asse, la chiocciola non possa partecipare a questo movimento rotatorio, oppure al contrario bisogna che giri la chiocciola e la vite non giri. È chiaro infatti che se vite e chiocciola girassero insieme non vi sarebbe trasformazione alcuna di movimento, ma solo un comune moto di rotazione. Ora nella combinazione dei due pezzi ponno avvenire quattro casi differenti, di cui le

quattro *figg.* 111, 112, 113, 114 rappresentano esempli facili ad intendere. Il torchio della *fig.* 111 è quello che comunemente s'impiega in molte provincie per spremere le vinacce: le due viti verticali VV sono libere di girare, ma non possono prendere moto progressivo essendo esse ritenute da due chiavarde di ferro che passano attraverso al tavolone TT e sono assicurate disotto con forti biette: le chiocciole poi sono scolpite nel cappello FF. Facendo girare le viti per mezzo di *aspi* che s'introducono negli *occhi* onde sono traforate le teste delle viti, il cappello FF si abbassa, e premendo sul coperchio GG, schiaccia e spreme le vinacce ammontate nel *truogolo* sottoposto. Qui dunque la vite ha moto rotatorio, la chiocciola moto progressivo.

Nella *fig.* 112 all'incontro la chiocciola F può girare liberamente, ma non può aver moto progressivo a cagione de' due tavoloni tra i quali si trova compresa; la vite V può alzarsi ed abbassarsi, ma non già girare, perchè è saldamente unita al coperchio GG intagliato in modo da abbracciare i due montanti del torchio che servono di guide al suo movimento: qui dunque gira la chiocciola, e la vite si muove con moto rettilineo.

È facile lo scorgere come nella *fig.* 113 la chiocciola scolpita nel cappello FF è assolutamente immobile, e la vite ha insieme moto progressivo e rotatorio: mentre invece nella *fig.* 114 le viti non si muovono per niun modo, e le chiocciole nello stesso tempo girano e si avanzano lungo le viti. Ciascuna di queste quattro disposizioni può avere, secondo le varie applicazioni, particolari vantaggi che la facciano anteporre alle altre.

Col soccorso di una sola vite e della sua chiocciola, se ne posson fare infinite altre d'ogni diametro e d'ogni passo, mercè il *tornio da invitare* rappresentato nella *fig.* 115: esso non differisce essenzialmente dai due congegni delle *figg.* 98 e 99: solo il carretto D in luogo di essere tirato da un filo, fa corpo ed è sospinto insieme con la chiocciola mobile della

vite VV: quando adunque si fa girar questa vite, la sua chiocciola, il carretto e il bulino si avanzano, e intanto il moto rotatorio si trasmette al cilindro da invitare per mezzo delle due ruote dentate r, R, inalberate, quella sull'asse della vite, questa sull'asse del cilindro, o per mezzo di due carrucole e di un cingolo. Se quelle due ruote o queste due carrucole saranno del medesimo diametro, il cilindro farà il suo giro nello stesso tempo che la vite, e il passo riuscirà eguale in entrambi: ma se la ruota o carrucola R è più grande o più piccola che la r, la sua velocità angolare è più piccola o più grande, ed il passo risulta proporzionatamente maggiore o minore di quello della vite matrice VV.

Le viti di piccol diametro si fanno in modo più spedito e più facile per mezzo di *madreviti*, che sono chiocciole del calibro e del passo voluti, scolpite entro una piastra d'acciaio temperato (*fig.* 116): facendo entrare con isforzo moderato una verga di metallo entro alla madrevite, col girare quella o questa, od entrambe, ma in parti contrarie, le spire della madrevite lasciano la loro impronta sulla verga, e la trasformano in vite. Una stessa piastra contiene ordinariamente molte chiocciole di diverso calibro e di diverso passo.

Più comoda e di miglior uso è la *madrevite a cuscinetti* (*fig.* 117), nella quale ogni chiocciola è formata di due parti o cuscinetti incastrati in un telaio e premuti uno contro l'altro da una vite: questa disposizione permette di andar regolatamente accrescendo la pressione delle spire della madrevite sulla verga da invitare, e d'impiegare i medesimi cuscinetti a far viti di diverso calibro, ma dello stesso passo.

Le chiocciole si fanno introducendo a forza con moto rotatorio un *maschio* d'acciaio a vite, entro al foro che si vuole invitare, e che debb'essere di diametro un po' minore di quello della vite ch'esso dee ricevere.

Gli usi della vite nelle arti sono pressochè infiniti: essa è parte essenziale di quasi tutte le macchine e stromenti

destinati a produrre grandi pressioni, come torchi, strettoi, morse ecc.: essa serve a tenere insieme saldamente connesse le varie parti delle macchine e d'altre strutture, particolarmente di legnami, e prende allora i nomi di *chiavarda* o di *vite a capocchia*, secondo ch'essa ha una vera chiocciola, oppure si insinua côn le sue spire nella sostanza medesima dei corpi che dee tenere uniti. Finalmente la vite ci somministra il mezzo più acconcio a produrre un moto lento, continuo, regolare, ed è quindi di uso frequentissimo in tutti gli strumenti scientifici, sia che occorra di ridurli in piano perfettamente orizzontale (*viti di livello*), sia che si debbano fare nella disposizione delle varie parti gli ultimi e più scrupolosi aggiustamenti (*viti di rettificazione*), sia finalmente che si abbiano da misurare con somma esattezza piccolissime distanze o dimensioni (*viti micrometriche*). La *vite di mira* dei cannoni, per esempio, è una vite di rettificazione.

Noi abbiamo veduto come una vite di poche spire (*fig.* 108) possa condurre un pettine di qualsivoglia lunghezza: ora se questo pettine, invece di essere rettilineo, sarà piegato secondo la circonferenza di un circolo e verrà così a trasformarsi in ruota dentata, il suo movimento potrà continuarsi perpetuamente o meglio indefinitamente, e si avrà quella particolar combinazione della vite (*fig.* 118), che è conosciuta dai meccanici sotto il nome di *vite perpetua*. Essa serve a trasformare un movimento circolare intorno un asse dato, in un movimento circolare intorno ad un altro asse che non incontra il primo, ed è contenuto in un piano ad esso perpendicolare: il passo della vite debb'essere eguale manifestamente a quello della ruota, cioè allo spazio occupato sulla circonferenza da un dente e da un vano, cosicchè ad ogni giro compiuto della vite la ruota si avanzi di un dente solo; ond'è a concludere che la velocità angolare della vite sta a quella della ruota come il numero dei denti di questa sta all'unità.

Ciò tuttavia debbe intendersi detto soltanto pel caso in cui

la vite perpetua ha un solo pane: che se fosse vite a due pani (*fig.* 119), ciascun suo giro farebbe avanzare due denti della ruota, e le velocità angolari starebbero come il numero dei denti della ruota al numero due. Generalmente, qual che sia il numero dei pani della vite, la sua velocità angolare starà a quella della ruota, come il numero dei denti di questa sta al numero dei pani di quella.

Non è questo il momento atto a ricercare quale forma convenga dare ai profili del pane della vite e del dente della ruota: ma è manifesto che questi denti debbono intagliarsi sulla grossezza della ruota con direzioni oblique all'asse della medesima, e tali che le spire della vite possano venire a contatto con essi per tutta la loro lunghezza: questa inclinazione sarà dunque tanto maggiore, quanto maggiore è il passo della vite: e questo passo sarà tanto più grande, quanto più grande sarà il numero dei pani. Se noi fingeremo che tanti sieno i pani quanti sono i denti della ruota (*fig.* 120), un po' di riflessione basterà a far comprendere che la ruota si troverà trasformata in una vite a molti pani perfettamente eguale a quella che le trasmette il movimento.

Io avrò più tardi occasione di ritornare sull'uso che si può fare delle eliche per la trasformazione di un moto circolare in un altro moto circolare: nè mi tratterrò qui a descrivere altre applicazioni di queste curve ad usi meccanici, quali sono ad esempio i *cavatappi*, i *cavastracci*, le *molle a elica*, le *scale a chiocciola*, la *vite d'Archimede* ecc.: esse sono o troppo semplici per aver bisogno di commento, o tali da non potersi bene esporre in questa parte del nostro corso, e da doverci dare argomento di studio quando saremo entrati nella meccanica propriamente detta.

Torno ora ad una osservazione che ho adombrata in una di queste ultime lezioni: cioè che quando con un moto rotatorio intorno a un asse dato si vorrà produrre un movimento rettilineo secondo una direzione inclinata

all' asse medesimo, il canaletto che guida il dente della stanghetta dovrà scolpirsi sulla superficie curva non mica di un cilindro, ma di un tronco di cono retto circolare, sostituendo così al bocciuòlo cilindrico un bocciuòlo conico.

Se il moto della stanghetta debb'essere equabile quando è equabile la rotazione del cono, cioè se la ragione delle loro velocità dee rimanere costante, la curva del canaletto (*fig.* 122) debb'essere una elica conica, e per descriverla si opererà così:

Sia A*ab*B (*fig.* 121) il tronco di cono dato: se ne sviluppi in piano la superficie convessa, descrivendo il settor circolare VBD col centro nel vertice V del cono intero, col raggio VB eguale al lato di esso, e con la base BHD eguale alla circonferenza della base del cono; da questo settore si recida il settor minore *b*V*d*, descritto con lo stesso centro e con raggio V*b* eguale al lato del cono mancante V*ab*. Si divida il lato *b*B del tronco in tante parti eguali quante debbono essere le spire, e pei punti M, N di divisione si descrivano gli archi di circoli concentrici M*m*, N*n*: finalmente pei medesimi punti si facciano passare gli archi MD, N*m*, *bn*... di spirali d'Archimede. Inviluppando il settore piano VBD sulla superficie del cono, gli archi MD, N*m*, *bn*... segneranno sopra di essa l'elica domandata.

Circondando al cono un pane di andamento elicoidale si costruirà una vite conica capace di trasmettere il moto ad un pettine, ma non già di muoversi entro a una chiocciola, poichè la forma conica della vite sarebbe di ostacolo a ciò che questa potesse avanzare entro ad una capacità di diametro invariabile. Le viti coniche sono tuttavia di uso prezioso quando si vuol penetrare con esse entro a sostanze cedevoli, che col comprimersi o col rompersi danno luogo innanzi al cono, e permettono così alla vite medesima di aprirsi da sè un passaggio e di scolpirsi essa medesima la propria chiocciola: ciò spiega l'uso e i vantaggi dei succhielli, delle trivelle e delle viti coniche a capocchia, tanto

impiegate e così utili per la connessione delle opere di legname.

Curioso quanto utile studio è quello de' cangiamenti che possono farsi nella forma e nella disposizione di un meccanismo senza cangiarne per nulla gli effetti, e ce ne hanno dato più d'un esempio le manovelle motrici e gli eccentrici circolari: nuovi esempi e non meno notabili ci saranno ora somministrati da' bocciuòli cilindrici e conici.

Sia ADBE (Tav. 13, *fig.* I) una piastra piana fermata obliquamente all'estremità dell'asse verticale OC, intorno al quale essa si faccia girare mercè il manubrio OP: la stanghetta MN parallela all'asse OC, appoggiandosi con la punta M sul piano obliquo AB, sarà alternativamente sospinta all'insù dall'azione della piastra, ed all'ingiù dal proprio peso, farà corse di lunghezza BH, e prenderà lo stesso movimento come se fosse condotta da un canaletto scolpito nella superficie di un cilindro circolare di raggio CE (eguale alla distanza della stanghetta dall'asse del movimento), secondo l'andamento della ellisse, comune intersezione di questo cilindro col piano ADBE. Si può pur dimostrare che la legge del movimento alternativo della stanghetta sarà quella stessa che avrebbe luogo col meccanismo della *fig.* 85, facendo in questo il braccio della manovella CD eguale alla metà della corsa BH (Tav. 13, *fig.* I).

Se invece di una piastra piana si adattasse in cima all'asse OC una superficie curva qualunque, la legge del moto della stanghetta sarebbe differente, e in ogni caso il meccanismo così costrutto equivarrebbe ad un bocciuòlo cilindrico come quello della *fig.* 94, in cui il canaletto *abcd* seguisse l'andamento della curva descritta dalla punta della stanghetta sulla superficie curva che le comunica il movimento.

Anche i bocciuòli conici si ponno modificare in modo analogo: per darne un esempio, supponiamo che un cono AVB di base qualunque (Tav. 13, *fig.* II) si faccia girare intorno ad un asse OC, il quale, quando il cono sia circolare, non

si confonda col suo asse di figura VI: una stanghetta MN, inclinata all'asse di rotazione OC, appoggiandosi sempre con la punta M sulla superficie di questo cono, riceverà da essa un moto alternativo, e un po' di abitudine delle considerazioni di geometria a tre dimensioni farà tosto comprendere che il punto M segnerà sulla superficie del cono AVB una curva M*m*M', che sarà quella secondo cui essa superficie sarebbe incontrata dalla superficie di un secondo cono NQN' retto e circolare, generato dalla rotazione della stanghetta MN intorno all'asse CO del movimento. Dal che si conchiuderà che il moto della stanghetta sarà il medesimo, come se in M essa avesse un dente impegnato in un canaletto scolpito nel cono circolare NQN', secondo l'andamento della curva M*m*M'. Ma ci basti l'aver così indicato alla diligenza de' nostri uditori un argomento degno di esercitare la loro sagacità.



[illegible]

SUNTO

DELLA

LEZIONE VENTESIMA.

Del contatto di sviluppo e dell'uso di esso per la trasmissione equabile del movimento tra due assi paralleli.

Si può dimostrare assai facilmente che quando due pezzi ACME, BDFM (*fig.* 127), mobili intorno ai centri A, B, si toccano in un punto M collocato fuori della linea AB dei centri, il moto non può trasmettersi dal primo al secondo pezzo per semplice contatto di sviluppo, essendovi sempre strisciamento di un pezzo contro l'altro (1). Ma se la figura dei

(1) La dimostrazione è questa. Supponiamo che il pezzo movente ACME (*fig.* 127) si faccia girare intorno al centro A in modo che il punto M del suo perimetro dov'esso toccava il pezzo cedente BMFD descriva l'arco piccolissimo M*n*: il punto M del perimetro BMD sarà costretto a girare esso pure intorno al centro B, descrivendo l'arco piccolissimo MO. Le velocità angolari di questi due movimenti staranno tra loro come i segmenti BT, AT in cui la linea AB dei centri è divisa dalla comune normale MT alle due curve che si toccano, e gli archetti M*n*, M*o* descritti dai due pezzi essendo in ragione composta delle loro velocità angolari e delle distanze AM, BM dai centri A, B avremo

$$Mn : Mo :: BT \times AM : AT \times BM \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1).$$

Dai punti *n*, *o* si abbassino ora le perpendicolari *np*, *oq* sulla comune tangente alle due curve nel punto M, e le distanze M*p*, M*q* essendo la misura degli spazi percorsi nel medesimo tempo secondo questa tangente dai perimetri dei due pezzi, affinchè il contatto sia

due pezzi sarà tale che il loro punto di contatto M rimanga costantemente sulla linea dei centri AB (*fig.* 128), allora il movimento si trasmetterà dall'uno all'altro per semplice sviluppo, cioè senza strisciamento di sorta, e le velocità dei due pezzi saranno tra loro in ragione inversa delle distanze AM, BM del punto di contatto M dai centri A, B, intorno ai quali i due pezzi si muovono.

Si vedrà nella Lezione ventiduesima che le curve con le quali è possibile di ottenere che la trasmissione indefinita del movimento si faccia per isviluppo sono in numero assai limitato: intanto è chiaro, come già abbiamo altre volte accennato, che in virtù dello scambievole attrito il movimento può trasmettersi per isviluppo tra due ruote circolari

di semplice sviluppo è necessario che queste due distanze siano uguali, e cadano dalla medesima parte del punto M. A motivo poi della piccolezza degli archi Mn, Mo, il primo può riguardarsi come una retta perpendicolare ad AM, il secondo come una retta perpendicolare a BM, ed abbassando dai centri A, B sulla comune normale MT prolungata le perpendicolari AG, BH, i triangoli simili Mnp, MAG ed Moq, MBH daranno le proporzioni

$$\left.\begin{array}{l} Mp : Mn :: MG : AM \\ Mq : Mo :: MH : BM \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

dalle quali, a motivo della eguaglianza di Mp ed Mq, si ricaverà

$$Mn : Mo :: MH \times AM : MG \times BM.$$

Questa proporzione messa a confronto con la (1) darà poi

$$MH : MG :: BT : AT$$

e quindi anche

$$MH : MG :: TH : TG$$

la quale non potrà verificarsi salvo che il punto M si confonda col punto T, cioè cada sulla linea AB dei centri: questa condizione sarà dunque necessaria perchè il moto possa trasmettersi per semplice sviluppo. In ogni altro caso vi sarà scorrimento di un pezzo sull'altro, e la misura di questo scorrimento si avrà calcolando per mezzo delle proporzioni (2) la ragione della distanza Mq alla distanza Mp.

le cui circonferenze si tocchino, poichè il contatto tra due circoli ha sempre luogo in un punto della linea dei centri. Vedremo pure fra poco che la trasmissione del moto si fa in questo caso equabilmente; e questa proprietà delle ruote, insieme con la semplicità della loro costruzione, facendo che esse siano frequentissimamente impiegate nelle arti, noi esporremo qui diffusamente quanto importa di sapere intorno al modo di computarne gli effetti, e tanto più volentieri, che questo studio ci agevolerà poi di molto la esposizione delle proprietà delle ruote dentate.

Siano TMa, Tmb (*fig.* 30) le due ruote, A, B i loro centri, T il loro punto di contatto; girando la prima pel verso TMa, la seconda sarà trascinata dall'attrito pel verso Tmb, senza che vi sia nissuno strisciamento di una circonferenza sull'altra; segue da ciò, che se i punti M, m delle due cirsono quelli che in un certo istante si trovavano sulla linea dei centri e si toccavano in T, saranno eguali tra loro le lunghezze dei due archi TM, Tm che si sono sviluppati l'uno sull'altro mentre i punti M, m sono venuti l'uno di T in M, l'altro di T in m. Ora queste due lunghezze eguali TM, Tm non essendo altro che gli spazi percorsi nello stesso tempo dai punti M, m, o dalle circonferenze delle due ruote, ne segue che le velocità assolute di queste due circonferenze sono eguali tra loro, epperò, se le due ruote fossero eguali, esse compirebbero il loro giro nello stesso tempo. Ma se una delle ruote è maggiore dell'altra, camminando le due circonferenze con la stessa velocità assoluta, quella che è più lunga impiegherà un tempo maggiore a fare il suo giro, e le durate delle rivoluzioni delle due ruote saranno direttamente proporzionali alle loro circonferenze, o quel che torna allo stesso, saranno proporzionali ai loro diametri o ai loro raggi, poichè questi sono proporzionali alle circonferenze. Finalmente è manifesto, che il dire che una ruota impiega due, tre, quattro volte più tempo che l'altra a fare un giro, è quanto dire che la seconda farà due,

tre, quattro giri, mentre la prima farà un giro solo, ossia che i numeri dei giri fatti da due ruote nello stesso tempo sono inversamente proporzionali alle durate delle loro rivoluzioni. Da tutto ciò possiamo conchiudere che quando due ruote si menano per semplice attrito:

1° Le velocità assolute delle due circonferenze sono eguali, e per conseguenza, se il movimento della prima è equabile, sarà equabile anche il movimento della seconda.

2° Le durate delle rivoluzioni delle due ruote sono direttamente proporzionali alle loro circonferenze od ai loro raggi.

3° I numeri dei giri fatti nello stesso tempo, ossiano le velocità angolari delle due ruote, sono inversamente proporzionali alle loro circonferenze od ai loro raggi.

Quindi è che la ruota maggiore, la quale fa meno giri in un dato tempo, o impiega più tempo a far un giro, si suol chiamare la *ruota lenta*, mentre la ruota minore che fa più giri in un tempo dato, o impiega meno tempo a compiere un giro, si chiama la *ruota celere*.

Se più ruote A, B, C, D si trasmettono successivamente il movimento (*fig.* 123), in modo che ciascuna delle ruote intermedie tocchi quella che la precede e quella che la segue, le velocità assolute di tutte le circonferenze sono eguali, le durate delle loro rivoluzioni sono proporzionali direttamente ai loro raggi, e le loro velocità angolari, cioè i numeri dei giri fatti nello stesso tempo, sono inversamente proporzionali ai raggi medesimi, onde ciascuna ruota si muove precisamente come se essa fosse in contatto immediato con la prima ruota A; quindi è che si possono mutare a piacimento i raggi ed il numero delle ruote intermedie, sostituendo per es. le cinque ruote della *fig.* 124 alle quattro della *fig.* 123, senza che riesca alterata la ragione delle velocità angolari delle due ruote estreme A, D, purchè non si muti per nulla la ragione de' raggi di queste due ruote. Così se la ruota D avrà raggio doppio della A,

questa farà due giri mentre quella ne fa un solo, qualunque sia il numero e la grandezza delle ruote intermedie, le quali per questa ragione si chiamano *ruote oziose*. Esse non sono inutili tuttavia, e vengono sovente impiegate, sia perchè le ruote estreme A, D hanno i loro assi troppo lontani perchè i raggi possano farsi tanto grandi da mettere le loro circonferenze in contatto immediato, sia perchè le ruote intermedie somministrano il mezzo di comunicare un movimento conveniente ad altre parti del meccanismo.

La combinazione più frequente delle ruote non è però quella che abbiamo ora descritta: essa è rappresentata nella *fig.* 125, nella quale si vede che la prima ruota A muove per contatto la seconda *b*, e questa comunica il moto alla B, non per mezzo dell'attrito delle loro circonferenze, ma perchè entrambe sono fermate sul medesimo asse, cosicchè l'una non può girare senza tirarsi dietro anche l'altra, onde le ruote *b*, B fanno necessariamente lo stesso numero di giri nello stesso tempo. La ruota B poi comunica il moto per contatto alla *c*, e questa si tira dietro la C impiantata sul medesimo asse, epperò anche le *c*, C hanno la medesima velocità angolare, cioè fanno un pari numero di giri nello stesso tempo: finalmente la C mena la *d* per immediato contatto.

Supponiamo, per fissar le idee che le ruote A, B, C che chiameremo le *ruote conduttrici* abbiano i loro raggi eguali a 40, a 20 e a 30 centimetri rispettivamente, e che le ruote *b*, *c*, *d*, o le *ruote condotte* abbiano i raggi di 8, di 10 e di 3 centimetri: secondo la regola cui siamo giunti poco fa,

Mentre A fa un giro solo, *b* ne fa cinque;
Mentre B fa un giro solo, *c* ne fa due;
Mentre C fa un giro solo, *d* ne fa dieci;

e poichè B fa lo stesso numero di giri che *b*, e C fa lo stesso numero di giri che *c*, è facile di vedere che

Mentre A fa un giro, *b* ne fa cinque;
Mentre B fa cinque giri, *c* ne fa dieci;
Mentre C fa dieci giri, *d* ne fa cento,

e per conseguenza, che

mentre A fa un giro solo, d ne fa cento.

Nello stesso modo si potrà sempre trovare quanti giri fa l'ultima ruota di un meccanismo comunque complicato, mentre la prima ruota fa un giro solo, ossia la *ragione* delle velocità angolari della prima e dell'ultima ruota: ma questa ragione si può trovare in un colpo mercè la regola seguente, di cui si comprenderà facilmente la giustezza:

La velocità angolare della prima ruota conduttrice sta alla velocità angolare dell'ultima ruota condotta, come il prodotto dei raggi di tutte le ruote condotte sta al prodotto dei raggi di tutte le ruote conduttrici.

O in altre parole equivalenti:

Per sapere quanti giri fa l'ultima ruota condotta mentre la prima ruota conduttrice fa un giro solo, si divida il prodotto dei raggi di tutte le ruote conduttrici, pel prodotto dei raggi di tutte le ruote condotte, e il quoziente sarà il numero cercato (1).

Così nell'esempio precedente i raggi delle ruote conduttrici essendo 40, 20 e 30, il prodotto di questi raggi è 24000, e i raggi delle ruote condotte essendo 8, 10 e 3, il

(1) I lettori che hanno le più elementari nozioni di algebra si renderanno conto nel modo seguente della verità della regola.

Siano R, R', R'' i raggi delle ruote conduttrici
r, r', r'' quelli delle ruote condotte
n il numero dei giri della ruota R
n' — delle ruote r, R'
n'' — delle ruote r', R''
n''' — della ruota r''

sarà $$\frac{R}{r}=\frac{n'}{n},\ \frac{R'}{r'}=\frac{n''}{n'},\ \frac{R''}{r''}=\frac{n'''}{n''}.$$

e per conseguenza

$$\frac{R\,.\,R'\,.\,R''}{r\,.\,r\,.\,r''}=\frac{n'\,.\,n''\,.\,n'''}{n\,.\,n'\,.\,n''}=\frac{n'''}{n}.$$

prodotto di questi è 240: ora dividendo 24000 per 240, si trova per quoziente 100, che è appunto il numero di giri che fa l'ultima ruota condotta *d* mentre la prima ruota conduttrice A fa un giro solo.

Da ciò si comprende che la ragione delle velocità angolari delle due ruote estreme non cambierebbe per nulla, scambiando in qualunque maniera le ruote conduttrici tra loro, e le ruote condotte tra loro: così l'ultima ruota condotta farebbe sempre cento giri mentre la prima ruota conduttrice ne fa uno solo, quando invece di collocare le ruote conduttrici nell'ordine 40, 20, 30, si collocassero in quest'altro ordine 30, 40, 20, oppure 20, 30, 40; e le ruote condotte invece di seguirsi nell'ordine 8, 10, 3, si seguissero in quest'altro ordine 3, 10, 8, oppure 10, 8, 3: infatti con una qualunque di queste disposizioni il prodotto dei raggi delle ruote conduttrici sarebbe sempre 24000 e il prodotto dei raggi delle ruote condotte 240.

Fin qui abbiamo supposto che si conoscessero i raggi di tutte le ruote, e si volesse trovare la ragione dei numeri dei giri, o delle velocità angolari delle due ruote estreme: supponiamo ora, al contrario, che si conosca la ragione delle velocità angolari delle ruote estreme, e si vogliano trovare quali debbano essere i raggi di tutte le ruote: cominciamo dal caso più semplice.

Siano A e B (*fig.* 30) i centri di due ruote di cui si vogliono determinare i raggi in maniera che, mentre la prima fa un certo numero di giri, la seconda ne faccia un altro numero dato: è chiaro che bisognerà:

1° Che la somma dei due raggi sia eguale alla distanza AB dei due centri.

2° Che i due raggi sieno inversamente proporzionali ai dati numeri di giri, e per conseguenza che bisognerà dividere la retta AB in due parti AT, BT, che stieno tra loro come il numero dei giri della ruota B sta al numero dei giri della ruota A; la qual cosa si farà così:

Pel punto A si condurrà una retta indefinita AZ che faccia con AB un angolo qualunque: poi su questa retta si porteranno successivamente le due lunghezze A*t*, *tb* proporzionali ai numeri dei giri delle ruote B, A: si tirerà la retta *b*B, e pel punto *t* conducendo *t*T parallela a *b*B, essa taglierà la AB in T in modo che AT, BT saranno inversamente proporzionali ai numeri dei giri delle ruote A, B: e per conseguenza descrivendo i circoli TM*a*, T*mb* coi raggi AT, BT, saranno questi le due ruote domandate.

Quando invece di due ruote sole si vorranno impiegare più ruote conduttrici e più ruote condotte, disposte come nella *fig.* 125, si osserverà:

1° Che la somma dei raggi di tutte quante le ruote debb'essere eguale alla distanza A*d* dei centri della prima e dell'ultima ruota.

2° Che il prodotto dei raggi di tutte le ruote conduttrici debbe stare al prodotto dei raggi di tutte le ruote condotte, come il numero dei giri fatti dall'ultima ruota condotta, sta al numero dei giri fatti dalla prima ruota conduttrice.

E si comprenderà facilmente che la quistione si risolverà mediante la regola seguente, la quale suppone che vi debbano essere tre coppie di ruote, come nella *fig.* 125.

1° Si prendano due numeri qualunque P e Q che stiano tra di loro come i numeri dei giri della prima ruota conduttrice e dell'ultima ruota condotta.

2° Si cerchino tre numeri p, p', p'' che moltiplicati insieme dieno un prodotto eguale a P: e tre numeri q, q', q'' che moltiplicati insieme dieno un prodotto eguale a Q, od in altre parole, si scomponga il numero P in tre fattori p, p', p'', ed il numero Q in tre fattori q, q', q''.

3° Si faccia la somma dei sei numeri p, p', p'', q, q' q'', la quale somma chiameremo S; i raggi delle due prime ruote si troveranno per mezzo delle due proporzioni seguenti:

La somma S : numero p : : la distanza Ad : raggio della prima ruota conduttrice.

La somma S : numero q : : la distanza Ad : raggio della prima ruota condotta.

Mettendo poi nella prima proporzione in luogo del numero p i numeri p', p'', l'ultimo termine di essa darà i raggi della seconda e della terza ruota conduttrice; e così mettendo nella seconda proporzione q' e q'' in luogo di q, si troveranno i raggi della seconda e della terza ruota condotta.

La stessa regola sarà buona, qualunque sia il numero delle ruote che si vogliono impiegare, purchè in ciascun caso i numeri P e Q si scompongano in tanti fattori quante sono le coppie delle ruote, cioè quante sono le ruote conduttrici o le ruote condotte.

Supponiamo per es. che le coppie di ruote debbano essere tre; e che l'ultima ruota condotta debba fare 100 giri, mentre la prima ruota conduttrice farà un giro solo. I numeri P e Q saranno qui 100 ed 1: il primo potrà scomporsi nei tre fattori 5, 5 e 4, il secondo nei tre fattori 1, 1 ed 1: la somma S sarà dunque 17, e se la distanza dei due assi o centri delle ruote estreme debb'essere di metri 1,110, le proporzioni che abbiamo insegnato a formare daranno per le tre ruote conduttrici i raggi di metri 0,3264, 0,3264 e 0,2611 e per le tre ruote condotte tre raggi eguali di metri 0,0653 circa. Ma invece dei numeri 100 e 1 si possono prendere per P e per Q due altri numeri qualunque, purchè stiano nella medesima ragione, per es. 24000 e 240, e scomponendo il primo nei tre fattori 40, 20 e 30, e il secondo nei tre fattori 8, 10 e 3; e supponendo sempre che la distanza degli assi delle ruote estreme debba essere di metri 1,110, si troverebbero allora per le sei ruote i raggi $0^m,40$; $0^m,20$; $0^m,30$; $0^m,08$; $0^m,10$; $0^m,03$ che avevamo assunti in un precedente esempio.

Da ciò si vede che, dato il numero delle ruote e la ragione delle velocità angolari estreme, si possono formare infiniti

sistemi di ruote capaci di adempiere tutte le condizioni della quistione. Infatti pei numeri P, Q si possono prendere numeri qualunque, purchè stiano nella ragione delle velocità angolari date, per es. 100 e 1; 200 e 2; 600 e 6; 1200 e 12; 24000 e 240 ecc. Poi, fra questi, scegliendo due numeri a piacimento, questi due si possono scomporre in fattori in molte maniere differenti: così per es. il numero 24000 si può scomporre in tutti i modi seguenti:

40	20	30
40	40	15
40	25	24
60	20	20
32	30	25
ecc.	ecc.	ecc.

ed il numero 240 si può anch'esso scomporre in più maniere, come per es. in

4	6	10
4	4	15
8	6	5
8	10	3
12	10	2
ecc.	ecc.	ecc.

e combinando una qualunque delle maniere di scomporre il primo numero, con una qualunque delle maniere di scomporre il secondo, se ne ricaverà una determinazione de'raggi delle sei ruote, capace di accrescere la velocità angolare della prima ruota nella ragione di uno a cento.

Se si volesse che le tre ruote conduttrici fossero eguali tra loro, e che le tre ruote condotte fossero pure eguali tra loro, il modo più semplice di procedere sarebbe di estrarre rigorosamente, o per approssimazione, la radice cubica del numero che esprime la ragione delle velocità angolari estreme, e questa radice sarebbe allora la ragione

dei raggi di una qualunque delle ruote conduttrici e di una qualunque delle ruote condotte. Nell'esempio precedente la ragione delle velocità angolari estreme dovendo essere 100, si avrebbe ad estrarre la radice cubica del numero 100, e si troverebbe che essa è prossimamente 4, 6416: nell'applicare la regola generale, i tre numeri p, p', p'' si farebbero tutti e tre eguali a 4, 6416: ed i tre numeri q, q', q'' si farebbero eguali ad uno, onde la somma che abbiamo chiamata S sarebbe 16, 9248; e supponendo ancora che la distanza dei centri delle due ruote estreme dovesse essere di metri 1, 11, il raggio comune delle ruote conduttrici si troverebbe con la seguente proporzione:

$$16,9248 : 1^{m}, 110 : : 4, 6416 : \text{raggio cercato};$$

e questo riuscirebbe per conseguenza di metri 0, 3044. E similmente il raggio comune di tutte le ruote condotte si avrebbe da quest'altra proporzione:

$$16,9248 : 1^{m}, 110 : : 1 : \text{raggio cercato},$$

il quale sarebbe così di metri 0. 0656.



[illegible]

SUNTO

DELLA

LEZIONE VENTUNESIMA.

Della comunicazione equabile del movimento per isviluppo tra due assi non paralleli.

Gli assi delle due ruote che si conducono per contatto di sviluppo, si sono da noi nella precedente lezione supposti paralleli: ma essi potranno talora essere divergenti, oppur anche non contenuti nel medesimo piano, ed allora le ruote piane che adempivano ogni bisogno nel caso del parallelismo degli assi, diverranno insufficienti od inette. Supponiamo infatti che due ruote infinitamente sottili, DBE, ECF (*fig.* 126), sieno infilzate sugli assi *Bb*, *Cc*, concorrenti in A, e che le loro circonferenze si tocchino in E. Teoricamente parlando, queste due ruote infinitamente sottili si comunicheranno ancora il movimento per isviluppo, quantunque non sieno nel medesimo piano, e la ragione delle loro velocità sarà ancora la medesima come se gli assi fossero paralleli; ma due ruote non ponno praticamente farsi di spessezza infinitamente piccola, e se vorremo ingrossarle quanto basti a dar loro la necessaria solidità, converrà che prendano la forma di due coni tronchi DE*ed*, EF*fe*, col vertice comune in A, per la ragione che fra poco esporremo.

Che se gli assi non fossero nel medesimo piano, i centri delle ruote potrebbero fermarsi sopra questi assi

nei punti dov'essi sono incontrati dalla comune perpendicolare, la quale sarebbe allora la linea dei centri: le circonferenze si toccherebbero in un punto di questa linea, ma non avrebbero tuttavia una comune tangente, poichè le due ruote non essendo nello stesso piano, le tangenti condotte nel punto di contatto sarebbero bensì entrambe perpendicolari alla linea de' centri, ma situate ne' piani rispettivi delle due ruote, epperò si taglierebbero facendo un angolo eguale a quello de' piani medesimi. Quindi è, che se quest'angolo fosse retto, una delle ruote girando soffregherebbe e quasi segherebbe la circonferenza dell'altra, ma non comunicherebbe ad essa verun movimento; e se l'angolo de' due piani fosse acuto, il movimento in parte sarebbe trasmesso, in parte si consumerebbe in pregiudizievoli attriti. Di più, le ruote dovendo avere di necessità una certa grossezza e non potendo farsi cilindriche, sempre rimarrebbe da determinare la figura conveniente per le loro superficie: onde insomma si vede esser necessario qui uno studio, del quale ci proponiamo di esporre in questa lezione i punti essenziali nel modo più elementare e piano che ci sarà possibile.

Sia CBC′ (*fig.* 156) un cono retto girevole intorno all'asse AB, ed R*r* una ruota piana col suo asse D*d* parallelo al lato CB del cono: il moto si trasmetterà per isviluppo dal cono alla ruota, e le loro velocità angolari staranno tra loro nella ragione inversa del diametro R*r* della ruota, al diametro *ri* della sezione del cono con cui essa è in contatto, cosicchè la velocità angolare della ruota sarà maggiore di quella del cono, se il diametro *ri* è maggiore del diametro R*r*. Cangiando ora la posizione della ruota col portarla in R′*r*′, si cangerà pure la ragione delle velocità angolari, e quella della ruota diverrà tanto più piccola di prima, quanto il diametro *r′i′* della nuova sezione del cono con cui essa è in contatto sarà minore del diametro della sezione *ri*: si potrà dunque così trovare una posizione in cui non sola-

mente la velocità della ruota sia minore di quella del cono, ma sia piccola quanto si vorrà, col solo accostare il suo punto di contatto al vertice del cono: che se esso si trasportasse in questo vertice medesimo, ogni trasmissione di moto sarebbe cessata, e la velocità della ruota sarebbe assolutamente nulla. Da ciò si comprende che se invece di una ruota sola si mettessero in contatto col cono due, tre o più ruote eguali Rr, $R'r'$, $R''r''$ ecc., nel girar del cono esse riceverebbero tutte velocità angolari differenti, cioè farebbero tutte il loro giro in tempi differenti. Non mi arresto qui ad indicare le ingegnose applicazioni che si sono fatte e che si posson fare di queste osservazioni, con la speranza di trovare quandochesia una migliore occasione, e continuando il mio ragionamento, dico ch'esso sarebbe ancor vero se l'asse delle ruote, invece di essere parallelo al lato del cono, facesse con esso un angolo qualunque: se però quest'angolo fosse tale che il prolungamento dell'asse comune di tutte le ruote passasse pel vertice B del cono (*fig.* 137), cosicchè i diametri $r''R''$, $r'R'$, rR, delle ruote andassero crescendo proporzionalmente alle loro distanze Br'', Br', Br dal vertice, allora tutte le ruote avrebbero la medesima velocità angolare, cioè farebbero il loro giro nello stesso tempo: infatti allora Rr starebbe ad ri, come $R'r'$ sta ad $r'i'$, come $R''r''$ sta ad $r''i''$ ecc.; epperò le velocità di tutte le ruote avendo la medesima ragione alla velocità del cono, sarebbero tutte eguali tra loro. Da ciò si conchiude che se le ruote eguali della *fig.* 136 fossero tutte fermate sul medesimo asse Dd'', in modo da formare un corpo solo, e come una sola ruota cilindrica di spessezza rr'', una tal ruota non potrebbe essere condotta dal cono senza strisciamento, poichè i diversi suoi punti tenderebbero a girare con velocità angolari differenti; ma se lo stesso si facesse con le ruote diseguali della *fig.* 137, fermandole pur tutte sul loro asse comune, e formandone come una sola ruota conica di qualunque spessezza, questa

ruota sarebbe condotta dal cono CBC' senza strisciamento di sorta, poichè essa riceverebbe in tutti i suoi punti la medesima velocità angolare. In altre parole:

Due coni tangenti DAE, EAF (*fig.* 126), oppure due tronchi di cono *DdeE*, *EefF* si conducono l'un l'altro per semplice sviluppo, purchè i loro vertici concorrano nel medesimo punto: e le velocità angolari dei due coni, o dei due tronchi di cono, stanno fra loro in ragione inversa dei raggi BE, CE delle loro basi, o più generalmente dei raggi *be*, *ce* di due sezioni parallele alle basi, e fatte per lo stesso punto *e* del lato AE, secondo cui i due coni si toccano.

Quando adunque un moto rotatorio equabile intorno all'asse BA si vorrà trasformare in moto rotatorio equabile intorno all'asse CA, basterà perciò costruire due ruote coniche *DdeE*, *EefF*, i cui raggi stien tra loro in ragione inversa delle velocità angolari delle due rotazioni: la qual cosa si farà nel modo seguente.

Si segnino due rette AB, AC (*fig.* 158), le quali facciano l'angolo BAC eguale all'angolo dato dei due assi, e su queste rette partendo dal punto d'incontro A, si portino le lunghezze AG, AI direttamente proporzionali alle velocità angolari delle due ruote che debbono girare su questi due assi: si compia il parallelogramma AGLI e si conduca la diagonale AL; gli angoli BAL, CAL saranno gli angoli al vertice dei due coni domandati, cioè facendo girare la diagonale AL prolungata, prima intorno all'asse AB, poi intorno all'asse AC, essa genererà così le superficie di due coni capaci di condursi con la data ragione di velocità angolari. Infatti, dal punto L si abbassino sugli assi AB, AC le perpendicolari LM, LN; i due triangoli rettangoli GLM, ILN saranno simili, poichè i due angoli in G ed in I, essendo entrambi eguali all'angolo BAC dei due assi, saranno eguali tra di loro. Si avrà dunque la proporzione:

$$LM : LN :: GL : LI,$$

oppure LM : LN : : AI : AG;

i due raggi LM, LN delle basi dei due coni staranno dunque tra loro in ragione inversa delle velocità angolari delle due ruote, come debb'essere. Se ora da due punti qualunque E, *e* della retta AL si abbasseranno le perpendicolari EO, *eo* sull'asse AB, EP, *ep* sull'asse AC, i due trapezi EO*oe*, EP*pe*, girando intorno agli assi AB, AC, genereranno due ruote coniche capaci di trasmettersi il movimento con la data ragione di velocità angolari. Similmente i due trapezi più grandi MLB, NLC, con la loro rotazione intorno agli assi AB, AC, genererebbero due altre ruote più grandi delle prime, ma capaci di trasmettersi il movimento con la medesima ragione di velocità.

Invece di due coni massicci tangenti esternamente come quelli della *fig.* 126, si potrebbe pur impiegare qualche volta un cono vuoto E*ed*D (*fig.* 140), nel quale si muovesse un cono solido E*ef*F ad esso tangente secondo il lato E*e*: la ragione delle velocità angolari sarebbe sempre inversa a quella dei raggi BE, CE delle basi. Uno dei due coni potrebbe pur talora cangiarsi in un semplice *disco* o piatto circolare HDG (*fig.* 139), toccato secondo uno de' suoi raggi AE da un cono col vertice in A, e la ragione delle velocità angolari del piatto e del cono sarebbe sempre la inversa della ragione del raggio AE del piatto al raggio CE della base del cono. Ma queste disposizioni, che è bene di conoscere, presentano alcune difficoltà di esecuzione, che le rendono raramente capaci di applicazione.

Quando i due assi non sono nello stesso piano, e per conseguenza comunque prolungati non s'incontrano, la costruzione precedente non è più possibile, e il moto non può trasmettersi per mezzo di due sole ruote coniche. La difficoltà tuttavia si può eludere impiegando quattro ruote invece di due, nel modo indicato nella *fig.* 141, oppure due ruote semplici ed una ruota doppia, come nella *fig.* 142. Essendo AB, CD i due assi tra i quali il movimento si dee

trasmettere, si prendano ad arbitrio due punti A, C sopra questi due assi, e si conduca la retta AC che li taglierà tutti e due: considerando poi questa retta come un terzo asse di rotazione, il quale incontra ciascuno dei primi, sarà facile, con l'aiuto delle cose insegnate, trasmettere il movimento dall'asse AB all'asse AC, poi da questo all'asse CD: nel che si procederà come segue.

Si segnino sopra un piano tre rette BA, AC, CD (*fig.* 145) che comprendano fra loro gli angoli BAC, ACD rispettivamente eguali agli angoli indicati dalle stesse lettere nella *fig.* 142: quindi supponendo che le velocità angolari delle due ruote estreme intorno agli assi AB, CD sieno date, si scelga un valore qualunque intermedio per la velocità angolare intorno all'asse AC; si costruiscano nel modo insegnato di sopra le rette AL, CL′ tali, che girando la prima intorno agli assi AB, AC, e la seconda intorno agli assi CA, CD genererebbero quattro coni capaci di trasmettersi il movimento con le assunte ragioni di velocità. Pel punto C si tiri CK, la quale faccia con CD l'angolo KCA eguale all'angolo ACL′, e sia K il punto dov'essa incontrerà AL. Da questo punto K si abbassino KO perpendicolare sopra AB, e KP perpendicolare sopra AC; questa seconda perpendicolare KP si prolunghi finchè incontri in M la retta CL, e dal punto M si cali MQ perpendicolare sopra CD. Finalmente di qua e di là dal punto P si prendano ad arbitrio le distanze P*p*, P*p*′, e si conducano le rette *pk*, *ko* parallele a PK, KO, e *p*′*m*, *mq* parallele a PM, MQ. Il trapezio KO*ok* ed il trapezio MQ*qm*, girando intorno agli assi AB, CD rispettivamente genereranno le ruote estreme semplici H, F della *fig.* 142: e i due trapezi KP*pk*, MP*p*′*m*, girando intorno all'asse comune AC, genereranno la ruota oziosa doppia FG della medesima figura. Io lascio ai miei lettori la fatica e la soddisfazione di trovare da se stessi la dimostrazione della costruzione indicata, cioè la ragione per cui le ruote così costrutte si trasmetteranno infatti il movimento con le velocità angolari date.

SUNTO

DELLA

LEZIONE VENTIDUESIMA.

Della trasmissione del moto per isviluppo con ragion variabile di velocità.

Quando i lembi curvi CE, DF di due pezzi mobili intorno ai centri A, B (*fig.* 128), si toccano in un punto M della linea de'centri, il moto può trasmettersi dall'un all'altro per isviluppo, siccome abbiamo veduto nella ventesima lezione. Ma perchè il moto si trasmetta indefinitamente in questa maniera è necessario che in tutte le successive posizioni dei due pezzi, il loro punto di contatto sempre cada nella linea de' centri; è necessario cioè, che quando pel girare dei due pezzi i punti m, m' posti sui due perimetri dalla stessa parte e ad egual distanza da M, saranno venuti a toccarsi, questo loro contatto succeda in un punto n situato sulla linea AB: ora si richieggono per ciò due condizioni, cioè

1° Che la somma delle distanze Am, Bm' di questi due punti dai centri A, B sia precisamente eguale alla distanza AB.

2° Che le due tangenti $mt, m't'$ condotte ai punti m, m' delle due curve si confondano tra loro quando questi punti saranno venuti in n, il che non può avvenire se la somma dei due angoli Amt, $Bm't'$ che le tangenti mt, $m't'$ fanno coi *raggi vettori* Am, Bm', non è precisamente eguale a due angoli retti: poichè quando i due punti m, m' saranno pas-

sati in n, i loro raggi vettori Am, Bm' coincideranno con An, Bn e saranno per conseguenza distesi in linea retta sul prolungamento l'uno dell'altro, e la comune tangente alle due curve farà con essi due angoli la cui somma equivarrà a due angoli retti.

Se ora noi supponiamo che queste due condizioni sieno adempiute, e che il pezzo movente ACE giri pel verso CE, è chiaro ch'esso si sospingerà innanzi il pezzo cedente BDF facendolo camminare pel verso DF, ed abbiam già mostrato che le velocità angolari dei due pezzi saranno inversamente proporzionali ai due segmenti AM, BM della linea dei centri. Ora nella continuazione del movimento, il segmento AM continuamente cresce, e il segmento BM per conseguenza continuamente diminuisce; epperò se il pezzo ACE si muove equabilmente, il pezzo BDF camminerà con velocità crescente, ossia con moto accelerato. Se si volesse invece ottenere un movimento ritardato, converrebbe che il movente AEC camminasse pel verso EC, cosicchè continuamente scemasse il segmento AM e crescesse il segmento BM della linea dei centri. Ma allora è evidente che il lembo curvo EC invece di premere il lembo opposto FD e di spingerlo innanzi, se ne verrebbe anzi scostando, e non vi sarebbe trasmissione del movimento, salvo che il cedente BM o per proprio peso o per effetto di una molla fosse costretto a tenersi sempre in contatto col pezzo AM. Si rimedia però a questo sconcio nel modo rappresentato nella *fig.* 129 col sostituire ai lembi lisci due lembi dentati, poichè allora il moto egualmente si trasmette pel verso EC e pel verso CE.

Le due condizioni che abbiamo or ora espresse limitano grandemente il numero delle curve che ponno servire insieme alla comunicazione del movimento per isviluppo; noi ci limiteremo a far conoscer quelle per cui più facilmente si dimostra che entrambe le condizioni richieste sono adempiute.

Presa ad arbitrio una retta oA (*fig.* 130), si tiri in A la retta

At che faccia con la prima un angolo qualunque OAt, e sopra questa retta si prenda la parte piccolissima Aa. Si conduca poi la Oa, e pel punto a, la at' che faccia con Oa l'angolo Oat' eguale ad OAt, e sulla at' si prenda la parte aa' eguale ad Aa: si conduca Oa', nel punto a' si faccia l'angolo $Oa't''$ eguale ancora ad OAt, e sulla $a't''$ si prenda $a'a''$ eguale ad Aa: proseguendo così indefinitamente, si farà un poligono di lati piccolissimi, e tutti eguali fra loro $Aaa'a''a'''$....., nel quale gli angoli OAt, Oat', $Oa't''$, $Oa''t'''$ ecc. che i successivi lati Aa, aa', $a'a''$, $a''a'''$ ecc. fanno con le rette OA, Oa, Oa', Oa'', ccc. condotte dal centro O ai vertici del poligono, saranno tutti eguali. Se dunque i lati Aa, aa' ecc. si saranno presi abbastanza piccoli, il poligono $Aaa'a''a'''$ si confonderà con una curva, nella quale l'angolo di qualunque tangente at col raggio vettore Oa condotto al punto di tangenza sarà dapertutto lo stesso. Questa curva si chiama una *spirale logaritmica*, ed è evidente che essa si confonde col circolo, quando l'angolo della tangente col raggio vettore è di 90 gradi.

Dal centro O e coi raggi OA, Oa, Oa'.... si descrivano gli archi di circolo Ab, ab' $a'b''$..., che per essere molto piccoli non differiranno sensibilmente da linee rette. I triangoli rettangoli Aab, $aa'b'$, $a'a''b''$...saranno tutti eguali, poichè le loro ipotenuse Aa, aa', $a'a''$ ... sono tutte eguali, e gli angoli aAb, $a'ab'$, $a''a'b''$ ... sono pure tutti eguali: i cateti ab, $a'b'$, $a''b''$..., opposti ad angoli eguali saranno dunque anche tutti eguali, cioè la differenza tra' due raggi vettori consecutivi sarà dapertutto la stessa (1).

(1) La spirale logaritmica gode pure di un'altra notabile proprietà che ne agevola la costruzione per punti e che può dimostrarsi in modo elementare. Dal centro O (*fig.* 131) si conducano alla curva i raggi OA, Om, Om', Om'',.... che comprendano tra loro gli angoli eguali e piccolissimi AOm, mOm', $m'Om''$...., e fatto centro in O si descrivano gli archi Ac, mc', $m'c''$.... I triangoli Acm, $mc'm'$, $m'c''m''$, ... a motivo della picciolezza dei loro lati, potranno ri-

Siano ora CMmE, D$m'MF$ (*fig.* 132) due piastre piane tagliate secondo due spirali logaritmiche eguali e volte in parti contrarie, mobili intorno ai loro centri A, B e condotte a toccarsi in M. Questo punto di contatto sarà sicuramente sulla linea AB dei centri, poichè per essere eguali le due curve, le loro tangenti MT, MT' faranno angoli eguali co' due raggi vettori MA, MB, e saranno per conseguenza una sul prolungamento dell'altra. Di più prendendo sulle due curve gli archi eguali Mm, Mm', e tirando i raggi Am, Bm', questi per la natura stessa delle due curve faranno con le tangenti in m ed in m' gli angoli Amt, $Bm't'$ che presi insieme saranno evidentemente eguali a due angoli retti: e finalmente la somma dei raggi vettori Am, Bm' sarà sicuramente eguale ad AB, poichè quanto Am è maggiore di AM, altrettanto Bm' è minore di Bm per la proprietà or ora dimostrata. Le due piastre potranno dunque comuni-

guardarsi come rettilinei, e rettangoli in c, c', c''...., e saranno tutti simili tra loro, poichè per la proprietà fondamentale della spirale logaritmica gli angoli Amc, $mm'c'$, $m'm''c''$ .... saranno tutti eguali. Quindi

$$cm : Ac :: c'm' : c'm :: c''m'' : c''m' :: \text{ecc.}$$

Ma gli archi Ac, mc', $m'c''$ . . . essendo tutti dello stesso numero di gradi le loro lunghezze sono proporzionali ai raggi OA, Om, Om'.... con cui essi sono stati descritti: dunque

$$cm : OA :: c'm' : Om :: c''m'' : Om :: \text{ecc.}$$

E per conseguenza ancora

$$Om : OA :: Om' : Om :: Om'' : Om' :: \text{ecc.}$$

E da questa proporzione si conclude che due raggi vettori della spirale, i quali facciano tra loro un angolo dato, stanno dappertutto nella medesima ragione; oppure in altre parole che crescendo in progressione aritmetica l'angolo del raggio vettore con un raggio fisso OA, la lunghezza del raggio vettore cresce in progressione geometrica. I lettori che conoscono la teorica dei logaritmi vedranno in ciò il motivo per cui la curva di cui si parla ha ricevuto dai geometri il nome di *spirale logaritmica.*

carsi il movimento per semplice sviluppo, e i loro lembi curvi si potranno fare lisci, o si dovranno armare di denti secondochè il movimento della piastra cedente dovrà essere accelerato, oppure ritardato.

La ellisse ci somministrerà il mezzo di costruire un altro mecanismo dello stesso genere, ma più frequentemente applicabile, perchè, per essere la ellisse curva chiusa o rientrante, esso sarà suscettivo di moto continuo, mentre con le spirali logaritmiche il moto è necessariamente alternativo. Sieno MCDE, MFGH (*fig.* 133) due piastre ellittiche eguali; DM, MG i loro assi maggiori; A, *a* e B, *b* i loro fochi, ed i fochi A, B sieno i centri intorno a cui le due piastre possono girare; finalmente sia la distanza AB di questi centri eguale all'asse maggiore delle due ellissi. È evidente che quando le due curve si troveranno collocate come le rappresenta la figura, esse si toccheranno in M sulla linea AB dei centri, e che il punto M sulla ellisse AD sarà nel vertice più vicino al foco A, mentre sull'altra ellisse esso sarà nel vertice più lontano dal foco B. Ora dico, che comunque si faccia girare la piastra AD, essa menerà l'altra BG per semplice sviluppo: infatti prendansi sulle due periferie gli archi eguali M*m*, M*m'* e si conducano i raggi vettori A*m*, *am*, B*m'*, *bm'*: per essere le due curve perfettamente eguali, e gli archi M*m*, M*m'* anche eguali, sarà A*m* eguale a *bm'*, ed *am* eguale a B*m'*: ma per la proprietà della ellisse la somma A*m* più *am* è eguale all'asse maggiore DM, e per conseguenza anche alla distanza AB dei due centri: dunque in questa somma invece del raggio *am* mettendo il raggio eguale B*m'*, avremo A*m* più B*m'* eguale alla distanza AB, che è la prima condizione necessaria perchè le curve possano trasmettersi il moto per sviluppo. Nei punti *m*, *m'* tiriamo adesso le tangenti *mt*, *m't'*: per un'altra bella proprietà della ellisse l'angolo *amt* è eguale all'angolo A*mx*, e per conseguenza i due angoli *amt*, A*mt* presi insieme fanno due angoli retti: di più, per la perfetta eguaglianza delle due curve, gli angoli

amt, *Bm't'* sono eguali: dunque i due angoli *Amt* e *Bm't'* presi insieme sono anche eguali a due retti: dunque le due curve si toccheranno sempre nella linea dei centri: dunque il moto si trasmetterà dall'una all'altra per semplice sviluppo, come si era annunciato.

Facciasi ora girare la piastra ACDE pel verso indicato dalla saetta, finchè essa e la sua compagna BFMH sieno passate nelle posizioni rappresentate nella *fig.* 134. Se il moto della piastra AD è equabile, quello della BG sarà accelerato, poichè il punto di contatto *m* si allontanerà dal punto A per avvicinarsi al punto B; ma quando le due piastre avranno fatto una mezza rivoluzione, e i punti D, G saranno venuti a toccarsi nel punto I sulla linea dei centri, continuando la piastra AD a girare equabilmente, l'altra dovrà muoversi con moto ritardato, e secondo la osservazione fatta in principio della lezione, il moto non si potrà più trasmettere, salvo che le due piastre siano armate di denti. Quindi, per la continuità del movimento, le due mezze circonferenze MED, MHG si potranno far liscie, ma le mezze circonferenze opposte MCD, MFG dovranno necessariamente essere dentate. Se poi si richiedesse che la piastra AD potesse trasmettere il movimento, sia col girare pel verso della saetta, sia col girare pel verso contrario, le dentature dovrebbero estendersi alle intere circonferenze (*fig.* 135); e questa sarà in ogni caso la miglior disposizione.

Le ruote ellittiche ora descritte, la cui prima idea sembra dovuta a Desaguliers (1) ci danno il mezzo di trasformare un moto rotatorio continuo ed equabile in un moto rotatorio e continuo, ma nel quale ad una mezza rivoluzione fatta con moto accelerato succede una mezza rivoluzione con moto ritardato, e viceversa. Esse hanno suggerito ad altri il pensiero di ruote di forma meno semplice, mercè cui si

(1) Giovanni Teofilo Desaguliers nato alla Roccella nel 1683, studiò, visse e morì (1743) in Inghilterra dov'era rifuggito per motivo di religione. Fu professore di fisica nella Università di Oxford.

ottiene un moto nel quale le vicende di accelerazione e di ritardamento si succedono più volte in ciascuna rivoluzione. Ecco un metodo di costruire simili ruote, dovuto al rever. sig. H. Holditch, e ch'io estraggo dall'opera del sig. Willis, dalla quale ho preso e prenderò tante altre cose. Sia (*fig.* 146) A*kae* un circolo descritto con raggio qualunque OA, ed AE una tangente a questo circolo. Su questa tangente si porti un numero indefinito di parti eguali AB, BC, CD, DE, e dai punti B, C, D, E, si conducano pel centro O le secanti BO*b*, CO*c*, DO*d*, EO*e* ecc. Quindi

1° A destra e a sinistra del punto P (*fig.* 147) si portino PQ, PR eguali rispettivamente a B*b*, BK (*fig.* 146), e sulla retta QR, come asse maggiore, si descriva l'ellisse RVQX che abbia uno de' suoi fochi nel punto P.

2° A destra e a sinistra del punto P (*fig.* 148) si portino PQ e PR rispettivamente eguali a CK, C*g* (*fig.* 146), e sulla retta QR, come asse maggiore, si descriva la ellisse RVQX, che abbia uno de' suoi fochi in P, e per questo foco si tirino le rette P1, P2, P3, che formino sulla retta QPR un numero qualunque di angoli eguali, per esempio, quattro angoli semi-retti. Intorno al punto S (*fig.* 148 *bis*) si facciano quattro angoli retti, e ciascuno di questi si divida in tante parti eguali quanti sono gli angoli formati sulla retta RQ (*fig.* 148); poi sulle rette indefinite SG, SH, SI, SL, SM si portino per ordine le lunghezze S*r*, S1, S2, S3, S*q* rispettivamente eguali ai raggi PR, P1, P2, P3, PQ presi nella *fig.* 148; e ripetendo quattro volte la costruzione medesima nei quattro angoli retti che attorniano il punto S, si faccia passare per tutti i punti così determinati la curva *qrq'r'*: sarà questo il contorno di una ruota che potrà essere condotta per isviluppo da una ruota formata secondo l'ellisse QVRX della *fig.* 147.

3° A destra e a sinistra del punto P (*fig.* 149) si portino PQ, PR rispettivamente a D*d*, D*k* (*fig.* 146), e sulla retta QR, come asse maggiore, si descriva la ellisse RVQX

che abbia uno de' suoi fochi in P. Intorno a questo punto, come vertice, e sulla retta QR si faccia un numero qualunque di angoli eguali, per esempio quattro angoli semi-retti, mercè le linee P1, P2, P3. Poscia intorno al punto S (*fig.* 149 *bis*) si facciano sei angoli eguali, cioè sei angoli di sessanta gradi, ed uno di essi si divida in tanti angoli eguali quanti sono quelli formati sull'asse maggiore dell'ellisse QVR (*fig.* 149), e sulle rette indefinite SG, SH, SI, SL, SM si portino per ordine le lunghezze S*r*, S1, S2, S3, S*q* rispettivamente eguali ai raggi PR, P1, P2, P3, PQ presi nella *fig.* 149. La medesima costruzione si ripeta in tutti e sei gli angoli che attorniano il punto S, e per tutti i punti così trovati si faccia passare la curva $qrq'r'q''r''$, e si avrà il contorno di una ruota triangolare, o meglio *tricuspidata*, o *a tre lobi*, capace di essere condotta per isviluppo dalle ruote delle *fig.* 147 e 148 *bis*.

Nello stesso modo si disegneranno altre ruote a quattro, cinque o più lobi, tutte atte a combinarsi tra loro e con quelle delle *fig.* 147, 148 *bis* e 149 *bis*. Le *fig.* 151 e 152 mostrano due diverse combinazioni di simili ruote: quelle rappresentate nella *fig.* 152, con l'aggiunta di una dentatura che ne circonda tutto il perimetro, sono state felicemente applicate dai sig. Bacon e Donkin nella costruzione di una macchina tipografica.

Le lezioni avvenire ci daranno occasione di descrivere altri meccanismi destinati alla trasformazione tra assi paralleli del moto rotatorio continuo ed equabile, in moto rotatorio variabile od intermittente. Conchiuderemo intanto questa lezione con la descrizione di due meccanismi dovuti, l'uno all'astronomo danese Roëmer (1), l'altro all' illustre

(1) Olào Rœmer nato a Copenaghen nel 1644, venne in Francia nel 1672 e vi dimorò fino al 1681. Fu membro dell'Accademia delle scienze di Parigi; il suo più bel titolo di gloria è di avere determinata la velocità della luce; morì in patria nel 1710.

geometra olandese Ugenio (1), per la trasformazione del moto rotatorio tra assi non paralleli e con ragion variabile velocità.

Siano (*fig.* 141) A*a*, B*b* due assi paralleli o non paralleli, ma collocati nel medesimo piano, e CDFE, GHIL due tronchi di coni circolari, volti con le loro maggiori basi a ritroso e mobili intorno agli assi A*a*, B*b*. Se i lati CD, GH fossero in contatto su tutta la loro lunghezza, il moto non potrebbe trasmettersi in modo regolare da un cono all'altro, senza strisciamento delle due superficie, poichè la base DF del primo cono, maggiore della base contigua HI del secondo, dovrebbe camminare con velocità angolare minore, mentre all'incontro la base CE minore della GL dovrebbe andare con velocità maggiore che questa. I due lati CD, GH adunque non si toccano, ma sono tra loro paralleli e a poco intervallo. Il cono conduttore GL è dentato o meglio solcato su tutta la sua lunghezza; il cono condotto CF è armato di denti o di cavicchie che s'incastrano ne'solchi del primo. Se questi denti fossero disposti intorno al cono sulla circonferenza di una sezione M*m* perpendicolare all'asse A*a*, la combinazione dei due coni dentati non produrrebbe effetto differente da quello di due ruote piane di diametri M*m*, *mm'*, e la trasmissione del movimento sarebbe equabile. Ma disponendo i denti del cono condotto secondo una curva qualunque MN, la quale si accosti ora all'una, or all'altra delle due basi, la velocità angolare di esso sarà maggiore o minore secondochè verranno in azione denti più vicini alla base minore od alla base maggiore, e girando equabilmente il cono conduttore,

(1) Cristiano Huyghens di Zuylichem, detto dagli Italiani Ugenio, nacque all'Aia nel 1629, e dopo molti viaggi fermò sua dimora a Parigi; è illustre nella storia della scienza per molte importanti scoperte, e fra le sue invenzioni meccaniche merita particolar menzione l'applicazione del pendolo agli orologi. Morì nella sua città nativa l'anno 1695.

il cono condotto potrà avere un moto vario secondo quella legge che si vorrà stabilire.

Non men semplice è il meccanismo dell' Ugenio: esso consiste in un anello orizontale BCD mobile intorno ad un asse A*a* verticale ed eccentrico (*fig.* 145); un cilindro EF, mobile intorno a un asse orizontale che prolungato andrebbe incontrare in I il prolungamento dell'asse A*a*, si appoggia sull'orlo dell'anello e riceve da esso il movimento per via dello scambievole attrito; ed è manifesto che girando l'anello equabilmente, la velocità del cilindro verrà facendosi ora maggiore, ora minore, secondochè il suo punto di contatto con l'anello sarà più lontano o più vicino all'asse A*a*. La legge delle variazioni del moto del cilindro si potrà variare in infinite guise facendo l'anello di figura differente dalla circolare, e la regolarità del moto si accrescerà coll'armare di denti l'orlo dell'anello e con lo scolpire sul cilindro dei solchi longitudinali in cui quelli possano mordere.



SUNTO

DELLE LEZIONI

VENTITREESIMA E VENTIQUATTRESIMA.

Dei cingoli.

La trasmissione del movimento per immediato contatto di sviluppo fra le circonferenze di due ruote, o fra le superficie di due coni diviene impraticabile in due casi, cioè 1° quando i due assi fra i quali dee trasmettersi il movimento sono moltó discosti tra loro, per esempio a quattro, cinque o più metri, come avviene sovente in molte manifatture. 2° Quando lo sforzo che si dee fare è molto considerevole. Nel primo caso il contatto non potrebbe ottenersi senza impiegar ruote di smisurata grandezza, o senza frapporre tra le ruote estreme un gran numero di ruote oziose: nel secondo caso il semplice attrito non sarebbe bastante alla trasmissione del movimento. In tutti i casi poi l'uso delle ruote a contatto, quali le abbiamo finora descritte, suppone ch'esse sieno di figura perfettamente regolare, la quale regolarità perfetta oltre all'essere difficilissima ad ottenersi, non si può poi a lungo mantenere. Egli è evidente infatti che a forza di premersi e di soffregarsi a vicenda le ruote debbono alla lunga logorarsi, e che per poco che offrano in diversi punti del loro perimetro durezze e resistenze disuguali, esse si logoreránno in un punto più e nell'altro meno, e quindi combaciando ora meno ora più strettamente tra loro, la comunicazione del moto ne diverrà irregolare ed incerta.

A tutti questi sconci i meccanici si sono argomentati di riparare per mezzo di diversi ripieghi che dobbiam ora far conoscere, cominciando dalla lezione presente a trattare dell'uso dei cingoli per la trasmissione del moto tra due assi paralleli o non paralleli, e sia che la ragione delle velocità angolari debba essere costante, sia che debba essere variabile.

Consideriamo in primo luogo le due carrucole o puleggie della *fig*. 28. Tav. 4, collocate nel medesimo piano e co'loro assi paralleli, e supponiamo che alle loro circonferenze siasi circondata una *corda senza fine*, cioè una corda di cui si sieno insieme riuniti i due capi, in modo da formarne come un anello flessibile: supponiamo di più che questa corda sia sufficientemente tesa, ond'essa abbracci e stringa le circonferenze delle due puleggie con tal forza, che l'attrito le vieti di scorrere sulle circonferenze medesime. Allora se noi faremo girare una delle due puleggie, essa strascinerà nel suo movimento la corda, e questa comunicherà il movimento all'altra puleggia. È chiaro di più che la lunghezza della corda essendo invariabile, quanta se ne sviluppa da una delle due puleggie, tanta se ne va avviluppare sull'altra; e siccome non vi è scorrimento della corda sulle due circonferenze, gli archi descritti da queste nello stesso tempo sono sempre eguali tra loro, cioè le due circonferenze hanno eguali velocità assolute, precisamente come se esse si conducessero per contatto immediato. Le velocità angolari sono dunque inversamente proporzionali alle circonferenze delle due puleggie od ai loro diametri: cioè il numero dei giri fatti dall'una sta al numero dei giri fatti nello stesso tempo dall'altra, come il diametro della seconda sta al diametro della prima.

Con la disposizione rappresentata nella *figura* 28 è facile di vedere che, se le due puleggie hanno lo stesso diametro, gli archi abbracciati dalla corda sulle due circonferenze sono eguali e che ciascuno di essi comprende un'ampiezza

di 180°, poichè i due tratti rettilinei della corda sono paralleli tra loro. Ma se le puleggie sono disuguali, l'arco abbracciato dalla corda sulla puleggia più grande è maggiore di una mezza circonferenza, mentre al contrario l'arco abbracciato sulla puleggia più piccola è minore di una mezza circonferenza, e un po' di riflessione basterà a far vedere che la somma di questi due archi è sempre di 360 gradi.

Se poi invece di disporre la corda in modo che i due tratti rettilinei sieno tangenti *esternamente* alle due circonferenze, come nella *fig.* 28, noi faremo che questi tratti incrociandosi tra le puleggie, come nella *fig.* 29, seguano l'andamento delle tangenti *interne*, allora gli archi abbracciati dalla corda sulle due puleggie saranno dello stesso numero di gradi, ed entrambi maggiori della mezza circonferenza, epperò la loro somma eccederà i 360 gradi e sarà tanto più grande, quanto le pulegge saranno più grandi e più vicine. Con questa seconda disposizione adunque il contatto tra la corda e le puleggie essendo più esteso che con l'altra, la corda proverà più difficoltà a scorrere, a strisciare, e il moto si trasmetterà in maniera più sicura e più regolare.

Vi ha ancora tra gli effetti di queste due disposizioni un'altra notabile differenza, ed è, che con quella della *fig.* 28 le due puleggie girano per lo stesso verso, mentre con la disposizione della *fig.* 29 essè prendono rotazioni contrarie: cioè in questo secondo caso le direzioni dei loro movimenti sono le stesse come se le due circonferenze si menassero per contatto immediato, mentre nel primo caso queste direzioni sono le medesime come se il moto si tramandasse da una puleggia all'altra per via di una terza rotella oziosa I, a contatto con entrambe.

Sull'asse A*a* (*fig.* 168) sieno inalberate le puleggie di raggi crescenti E, F, G, e sull'asse parallelo B*b* le puleggie di raggi decrescenti *e*, *f*, *g*, in modo che ciascuna delle puleggie della

seconda serie sia nello stesso piano con quella che porta la medesima lettera nella prima, cioè *e* con E, *f* con F, e *g* con G. Il movimento potrà allora trasmettersi dal primo al secondo asse ravvolgendo una corda intorno ad una qualunque di queste tre coppie di puleggie; e siccome la ragione dei raggi E, *e*, è differente da quella dei raggi F, *f*, e da quella dei raggi G, *g*, sarà pur differente nei tre casi la ragione delle velocità angolari. Fingiamo, per esempio, che i raggi delle puleggie E, F, G sieno di 10, di 15 e di 20 centim., e quelle delle puleggie compagne *e*, *f*, *g*, di 20, di 15 e di 10. Allora se il moto si trasmetterà per mezzo della coppia E, *e*, mentre E farà due giri, *e* ne farà un solo: ma se la comunicazione avrà luogo per la coppia F; *f*, il numero de' giri sarà lo stesso intorno ai due assi; e se avrà luogo per la terza coppia G, *g*, ad ogni giro fatto intorno all'asse A*a* corrisponderanno due giri intorno all'asse B*b*. Potrem dunque così ottenere tre differenti ragioni di velocità, senz'altro cangiamento che quello di trasportar la corda da una coppia di puleggie all' altra. Ma acciocchè questo trasporto si faccia in modo comodo e spedito, è necessario che la stessa lunghezza di corda si affaccia a tutte le coppie, cioè che non occorra allentarla nè accorciarla nel passare da una coppia ad un'altra, la qual cosa veramente succederà purchè 1° la corda si disponga sempre secondo le tangenti interne, cioè incrociandola come nella *fig.* 29: e 2° la somma dei raggi delle puleggie sia la medesima in tutte le coppie, come avverrebbe nell'esempio addotto testè, nel quale la somma dei raggi in tutte e tre le coppie è di 30 centimetri.

Supponiamo infatti che la corda circondi da prima le due puleggie EHE′, *ehe′* prendendo la disposizione EHE′*e′he*, e che essa si voglia trasportare sulle puleggie seguenti FIF′, *fif′* disponendola in FIF′*f′if*: nella prima posizione la metà della lunghezza della corda sarà dunque eguale alla somma dei due archi HE, *he* e del tratto rettilineo E*e*: e nella seconda la mezza lunghezza della corda sarà eguale alla somma dei

due archi IF, *if* e del tratto rettilineo *Ff*. Ora, dico che queste due somme saranno eguali, purchè la differenza EF dei raggi AE, AF delle due puleggie superiori sia eguale alla differenza *ef* dei raggi B*e*, B*f* delle due puleggie inferiori, oppure, ciò che torna allo stesso, purchè la somma dei raggi AE, B*e* delle puleggie della prima coppia, sia eguale alla somma dei raggi AF, B*f* di quelle della seconda.

Infatti per essere EF eguale ad *ef*, i tratti rettilinei E*e*, F*f* sono paralleli ed eguali, e gli archi EH, *eh*, i quali come abbiam veduto sono dello stesso numero di gradi, contengon pure lo stesso numero di gradi che gli archi FI, *fi*, epperò la differenza fra le lunghezze assolute degli archi EH, FI, è eguale alla differenza tra le lunghezze assolute degli archi *eh*, *fi*, od in altre parole, quanto l'arco EH è più lungo dell'arco FI, altrettanto l'arco *eh* è più corto dell'arco *fi*. La somma dei due primi archi è dunque eguale alla somma dei due secondi, e per conseguenza facendo passare la corda dalla coppia AE, B*e* alla coppia AF, B*f* non varia nè la lunghezza dei tratti rettilinei, nè quella della somma degli archi abbracciati sulle puleggie: non varia dunque la lunghezza totale del cingolo.

Se le velocità angolari di due puleggie unite con una corda senza fine dovessero stare tra loro in una ragione molto grande, se una delle puleggie dovesse per esempio, fare centocinquanta giri mentre l'altra fa un giro solo, i raggi dovendo stare tra loro nella ragione inversa di queste velocità, quello della seconda puleggia riuscirebbe centocinquanta volte maggiore di quello della prima, e l'uso loro sarebbe incomodo od anche impraticabile. Si rimedia a questo inconveniente impiegando più di due puleggie accoppiate come si vede nella *fig.* 169, cioè in modo perfettamente analogo a quello che abbiam descritto parlando delle ruote a contatto e che è rappresentato nella *fig.* 125. Tutta la differenza sta in ciò che le ruote conduttrici A, B, C invece di toccare immediatamente le ruote condotte *b*, *c*, *d*, trasmettono ad esse il movimento per via di corde senza fine: ma la ragione delle ve-

locità angolari di due ruote consecutive è precisamente la medesima in entrambi i meccanismi, e per conseguenza le regole insegnate per l'uno valgono egualmente per l'altro, onde sarà sempre facile, data la ragione delle velocità delle due puleggie estreme A, *d*, ed il numero totale degli assi, di trovar per tutte le puleggie diametri convenienti.

Finquì, per semplificare l'espressione di ciò ch'io aveva a dire, ho sempre parlato di corde: ma le corde o funi di canapa non sono certamente il miglior cingolo che si possa adoperare: esse infatti assai prontamente si logorano, sono soggette a rallentarsi ne' tempi asciutti, ad accorciarsi nei tempi umidi, e quando lo sforzo che si ha da trasmettere è molto considerevole dovendo esse allora avere un diametro notabile, riescono molto rigide si adattan male alla circonferenza delle puleggie, alterano sensibilmente la ragione dei loro raggi, cagionano un inutile dispendio di forza, e trasmettono il movimento in modo irregolare. Quindi è che alle funi si è cercato sovente di sostituire catene di varia forma, quali sono, per esempio, quelle rappresentate nella *fig.* 161. Fra queste diverse forme convien far scelta di quelle che ad una bastante robustezza uniscono una flessibilità più perfetta, i cui anelli sono meno soggetti a scomporsi e a contorcersi, e che più esattamente si applicano sulla superficie delle puleggie. La catenella rappresentata di fronte e di fianco alla lettera G, è quella di cui si fa uso nella costruzione degli orologi da tasca: essa non è composta di anelli, ma di piastrette piane che formano tanti articoli, uniti a snodo per mezzo di trafitte; e due altre catene *articolate* un po' differenti si veggono disegnate nelle *figg.* 159 e 160. L'altra catena rappresentata pure di prospetto e di fianco alla lettera H (*fig.* 161) è molto usata in un gran numero di meccanismi e porta il nome del suo inventore, del celebre Vaucanson (1), che anche immaginò una macchina per la fabbricazione di essa.

(1) Giacomo di Vaucanson nato a Grenoble nel 1709, morto a Pa-

Il più delle volte però alle corde ed alle catene si debbono preferire le cinghie e meglio ancora le coreggie, perchè a forza eguale esse sono molto men rigide che le corde, molto meno pesanti che le catene. Una coreggia infatti potendo facilmente farsi di larghezza grande, come a dire di venticinque o trenta centimetri, non ha bisogno di molta spessezza per resistere a sforzi anche considerevolissimi, e riuscendo così molto flessibile si adatta perfettamente sulle puleggie, aderisce con molta forza sulle loro superficie, non va per conseguenza soggetta a strisciare sulle medesime, e trasmette il movimento in modo dolce, eguale, non romoroso, e perfettamente adattato a' bisogni di molte manifatture, e particolarmente di quelle in cui si filano e si tessono, per via di macchine, il lino, la canapa, la lana od il cotone.

Egli è appena necessario di avvertire che secondo la varia natura del cingolo, converrà pure che varii la forma della puleggia. Così le carrucole di gola concava, o conica (*figg.* 153 e 154) convengono per le corde rotonde: ma per le cinghie e per le coreggie si debbono impiegare carrucole di gola piana come quella della *fig.* 155, o meglio (per la ragione che tosto vedremo) puleggie con la superficie leggermente rigonfia come si vede nella *fig.* 156. Le carrucole armate di piuoli sporgenti, uniformemente distribuiti sulla loro circonferenza (*fig.* 157) sono adattate all'uso delle catene A, B, C, D, E (*fig.* 161): ma alla catena di Vaucanson meglio si affarebbe la carrucola dentata (*fig.* 158). Finalmente per accrescere l'aderenza delle catene articolate sulle girelle e sui tamburi sui quali esse si vengono ad inviluppare, si possono armar di denti gli articoli stessi delle catene, e allora le puleggie portano intorno tante *tacche* (*fig.* 159) nelle quali i denti si vengono di mano in mano ad al-

rigi nel 1782, è celebre per l'invenzione e la costruzione di molti ingegnosissimi automi, fra i quali basterà citare l'anitra che poco fa si facea vedere in Torino; più degni ancor di memoria che i suoi automi sono i miglioramenti da lui introdotti nel filatoio da seta.

logare. Oppure si possono armar di denti i due fianchi della puleggia, in modo che questi denti entrando tra un articolo e l'altro della catena (*fig.* 160) impediscano ch'essa possa scorrere sulla circonferenza della puleggia.

Ho detto or ora che alle cinghie ed alle coreggie convengon meglio le puleggie rigonfie sul mezzo (*fig.* 156), che le puleggie piatte con gli orli rilevati (*fig.* 155): l'esperienza infatti ha insegnato che vi ha meno pericolo con quelle che con queste di veder la coreggia o la cinghia scappare a destra o a sinistra dalla carrucola, o come dicono *scarrucolare*, o *scavalcare*. Ciò può parere strano, e tuttavia si rende ragione del fatto in modo soddisfacente; ma è necessario per ciò prendere le cose un po' da lontano.

Quando la superficie di un tamburo cilindrico ABCD, (*fig.* 170) è abbracciata da un cingolo qualunque EFG, se questo si trova disposto in un piano perpendicolare all'asse del tamburo, tutto è perfettamente simmetrico a destra e a sinistra di questo piano, e comunque si faccia girare il cilindro, il cingolo non ha veruna tendenza ad uscire dal piano medesimo ed a cangiar luogo sulla superficie del cilindro. Supponiamo che questo giri pel verso indicato dalla saetta S: allora tutti i punti del tratto EF del cingolo si muoveranno, verso il tamburo, cioè si muoveranno avvicinandosi continuamente al tamburo, mentre all'incontro tutti i punti dell'altro tratto FG si allontaneranno continuamente da esso: per brevità di discorsi noi chiameremo *tratto che viene* il primo tratto EF, quello che si avvicina al tamburo, e chiameremo *tratto che va*, l'altro tratto FG, quello che si scosta da esso. Ora è fatto costante, che se con la mano od altrimenti il tratto che viene si farà uscire dal piano perpendicolare all'asse del cilindro, conducendolo per esempio nella posizione rappresentata in E′ *e i* F, tosto il cingolo comincerà a spostarsi sulla superficie del cilindro, muovendosi da sinistra a destra: ch'esso si accosterà così sempre più alla base BD del cilindro, e che dopo pochi istanti esso

potrà anche scarrucolare, cioè cader fuori del cilindro medesimo. Infatti il cingolo non potendo, a motivo dell'attrito, sdrucciolare lungo il tamburo, il suo punto *i* nel girar di questo si troverà trasportato in *f* alla destra di F, descrivendo l'arco *if* contenuto in un piano perpendicolare all'asse di rotazione.

Ma se il tamburo invece di girare pel verso della saetta S, girasse pel verso contrario, cosicchè fosse allora GF il *tratto che viene*, ed FE il *tratto che va*, quest'ultimo tratto potrebbe benissimo venir deviato nella posizione F *i e* E', senza che perciò il cingolo ne provasse veruna tendenza a trasportarsi da una parte o dall'altra sulla superficie del tamburo, poichè nella rotazione di questo i successivi punti del cingolo arriverebbero sempre sopra di esso nel piano primitivo G*h*F perpendicolare all'asse.

Conchiudiamo che ogni deviazione del tratto che viene produce un trasporto del cingolo sul tamburo e può cagionarne lo scarrucolamento, ma che una deviazione anche considerabile del tratto che va, non isposta il cingolo sulla superficie del tamburo, e questa osservazione sarà utilissima tutte le volte che occorrerà di spostare un cingolo sopra una puleggia, o di farlo passare da una puleggia all'altra.

Supponiamo adesso che il tamburo invece di avere la forma cilindrica, sia fatto a guisa di cono tronco, come nella *fig.* 171: è manifesto che allora il cingolo invece di star tutto in un piano perpendicolare all'asse, si disporrà come esso è rappresentato in figura, cioè che la parte *i* F di esso, che si applica sulla superficie del cono piegherà verso la base minore di esso: girando adunque il cono pel verso della saetta S, il punto *i* del tratto che viene si troverà trasportato da *i* in *f* alla destra di F, cioè il cingolo tenderà a scarrucolare, avanzandosi continuamente, non già dalla parte della base minore AC del cono, come forse si sarebbe creduto a prima vista, ma bensì dalla parte opposta, cioè verso la base maggiore BD: la qual cosa è confermata dalla sperienza.

Da ciò si comprende finalmente, che se una coreggia EF (*fig.* 172) s'invilupperà sulla superficie di una puleggia formata di due coni tronchi uniti dalla parte delle basi minori, per poco che la coreggia si trovi fuori del piano di mezzo, verso destra per esempio, essa tenderà a scavalcare, allontanandosi sempre più da questo piano ed avvicinandosi alla base maggiore BD. Ma che all'incontro, se la puleggia sarà formata di due coni tronchi uniti dalla parte della base maggiore (*fig.* 173), allorchè la coreggia si troverà per qualsivoglia motivo fuori del mezzo, invece di scarrucolare, essa sarà continuamente ricondotta verso la base maggiore ML, cioè verso il piano di mezzo della girella, e quindi si dee concludere che veramente le puleggie rigonfie nel mezzo (*fig.* 156) sono di uso molto migliore, che le puleggie a gola (*fig.* 153), o ad orli rilevati, (*fig.* 155), e molto più efficacemente di queste impediscono lo scarrucolamento delle coreggie.

Abbiam fatto notare poco fa, che è da anteporsi quella disposizione del cingolo nella quale i due tratti di esso, incrociandosi tra le puleggie seguono l'andamento delle tangenti interne (*fig.* 29). Questa disposizione non presenta veruna difficoltà quando il cingolo è una corda di poco diametro: ma con larghe cinghie o coreggie potrebbe nascerne tra i due tratti che camminano con direzioni contrarie un forte fregamento, e l'obliquità cagionata del loro incontro, potrebbe eziandio dar pericolo di scavalcamento. Si antivengono questi danni col fare l'incrociatura come vedesi disegnata nella *fig.* 174, cioè in modo che la coreggia applichi la medesima faccia sopra entrambe le puleggie, torcendosi di un mezzo giro tra l'una e l'altra: risulta infatti da questa maniera di avvilupparla, che nel luogo della incrociatura i due tratti invece di incontrarsi di costa, voltano l'uno verso l'altro le loro faccie piane, e non fanno fregamento alcuno, o pochissimo.

Quando la comunicazione del movimento tra due assi pa-

ralleli non dee continuarsi indefinitamente per lo stesso verso, ma farsi ora per un verso ora pel verso contrario, allora i due capi del cingolo, invece di rannodarsi insieme e di formare una corda senza fine, possono fermarsi sulle circonferenze dei due tamburi o delle due puleggie. Così nella *fig.* 162, il moto si trasmette dal cilindro o tamburo AC, al cilindro o tamburo BD per via di una corda E*ab*F, di cui un capo è fermato in E al primo cilindro, e l'altro in F al secondo: e quando tutta questa corda è venuta a raccogliersi sul cilindro AC, se questo si fa girare pel verso contrario, la comunicazione del moto si fa per mezzo dell'altra corda *ecdf*, di cui un capo *e* è fermato sul cilindro conduttore, e l'altro *f* sul cilindro condotto.

Lo stesso si dirà del meccanismo della *fig.* 163, nel quale la rotazione alternativa del cilindro AC produce un moto rettilineo alternativo nel carretto BD: è questa, come si vede, una semplice modificazione del meccanismo della *fig.* 58.

Egli è essenziale per la equabilità del movimento che la corda di mano in mano che si raccoglie sopra un cilindro non si accavalli sui giri precedenti della corda medesima, ma formi sempre nuove spire che si dispongano le une accanto alle altre formando una elica regolare: per ottenere questo effetto in modo più certo, il cilindro può scolpirsi a guisa di vite, che abbia tante spire quanti sono i giri di corda ch'esso dee ricevere: così nella *fig.* 164 i due cilindri AC, BD hanno entrambi forma di vite, e siccome la stessa corda dee alternativamente raccogliersi sull'una e sull'altra vite, le lunghezze delle due eliche debbono essere eguali, e per conseguenza, i numeri delle loro spire debbono essere inversamente proporzionali ai diametri dei due cilindri, che è quanto dire, che i *passi* delle due viti si debbon fare direttamente proporzionali a questi diametri.

Se gli assi BB′ DD′ delle due carrucole A, C (*fig.* 175) non sono nello stesso piano, il moto potrà tuttavia trasmettersi

dall'una all'altra per via di un cingolo *mpnq*, senza pericolo di scarrucolamento, purchè il tratto *np* che viene alla carrucola A sia nel piano di questa carrucola, e similmente il tratto *mq* che viene alla carrucola C sia nel piano di questa, la qual condizione sarà prossimamente adempiuta, se le circonferenze delle due carrucole saranno entrambe tangenti alla comune intersezione *mn* dei loro piani. Se quequesti fanno angolo retto tra loro, le carrucole si troveranno convenientemente collocate, purchè, condotta la comune perpendicolare MN ai due assi, la carrucola A si ponga ad una distanza AM da questa retta, eguale al raggio della carrucola C, e reciprocamente la carrucola C ad una distanza CN dalla medesima retta, eguale al raggio della carrucola A.

Questa disposizione tuttochè assai ingegnosa ha un grave inconveniente che la rende affatto inapplicabile tutte le volte che è necessario che il moto possa trasmettersi alternativamente per i due versi contrari; poichè il tratto *np* che prima veniva da C verso A, venendo invece da A verso C, e viceversa il tratto *mq* che prima veniva da A verso C venendo da C verso A, ciascuno di essi troverebbesi fuori del piano della carrucola verso cui camminerebbe, ed il cingolo per conseguenza immediatamente scapperebbe da entrambe le carrucole. È quindi generalmente da anteporsi la disposizione seguente, quantunque essa richiegga l'uso di quattro carrucole invece di due sole.

Sieno BB′ DD′ (*fig.* 176) due assi non contenuti nello stesso piano, ed A*a*, C*c* due carrucole girevoli intorno a questi assi. Prolungando sufficientemente i piani di queste due carrucole, essi verranno ad incontrarsi nella retta, o comune intersezione GF. Si prendano ad arbitrio su questa retta i due punti *m*, *n*: dal punto *m* si tirino alle circonferenze delle due carrucole le tangenti *m* A, *m* C, e dal punto *n* si tirino similmente alle due circonferenze le tangenti *n a*, *n c*. Collocando in *m* una piccola girella di ri-

mando la quale giaccia nel piano delle tangenti *m*A, *m*C, e nel punto *n* un'altra girellina nel piano *na*, *nc*, poi circondando alle quattro rotelle un cingolo senza fine A*m*C*cna*A, il moto si trasmetterà tanto per un verso quanto pel verso contrario senza rischio che il cingolo si abbia mai a scavalcare, poichè rispetto a ciascuna delle quattro rotelle, così il tratto che va, come il tratto che viene si troveranno contenuti nel piano della rotella medesima.

In tutti i meccanismi fin qui considerati la ragione delle velocità del pezzo conduttore e del pezzo condotto è costante, cioè il moto si comunica dall'uno all'altro equabilmente. Ma i cingoli servono egualmente alla trasmissione del moto con ragion variabile di velocità. Siano A, B (*fig.* 165) due assi paralleli, intorno ai quali possan girare le due puleggie CE, DF, la prima perfettamente circolare e ben centrata, l'altra tagliata in forma di qualsivoglia curva convessa differente dal circolo, e si avvolga a queste due puleggie un cingolo senza fine CDFGE, mantenuto sempre sufficientemente teso dall'azione del peso P attaccato alla cassa della girella G, che a motivo dell'ufficio cui è destinata si chiama *girella di tensione*. Risulta dalle cose dimostrate nella lezione decima (pag. 71, proposizione 2ª), che in ogni posizione del meccanismo le velocità angolari delle puleggie CE, DF, staranno in ragione inversa dei segmenti AT, BT, in cui la linea dei centri AB è divisa dal tratto rettilineo CD del balteo, che comunica il movimento dalla prima alla seconda. Ora, a motivo della figura eccentrica della puleggia DF, il punto T cambierà continuamente posizione sulla retta AB, ora avvicinandosi al centro A, ora scostandosene, epperò la ragione delle velocità angolari verrà ora scemando ora crescendo, secondo una legge che dipenderà dalla figura della curva DF.

Si possono facilmente immaginare molte altre disposizioni atte a produrre il medesimo effetto. Se per esempio i due capi del cingolo (*fig.* 166) saranno fermati in E, F sulle

superficie di due coni tronchi AC, BD, collocati con le loro basi maggiori in parti contrarie, è chiaro che di mano in mano che il cingolo si verrà raccogliendo sul cono conduttore AC, svolgendosi dal cono condotto BD, scemerà il raggio del primo cono, e crescerà quello del secondo, e però girando quello con moto equabile, questo girerà con moto ritardato. Facilmente si vede l'analogia che passa tra questo meccanismo, e quello che abbiamo descritto in una lezione precedente sotto il nome di *ruote di Römer*.

L'altro meccanismo, rappresentato nella *fig.* 167, non differisce per nulla da quello che precede, quanto al suo modo di operare. Il *movente* AC, invece di esser conico, è cilindrico, ed il *cedente* BD ha sulla sua superficie scolpita una gola *a elica*, la quale impedisce che il cingolo si sposti scorrendo sulla superficie medesima. Svolgendosi il cingolo dal cono BD per invilupparsi sul cilindro AB, il raggio del primo continuamente diminuisce mentre quello del secondo sta sempre il medesimo: e quindi girando il cilindro con moto equabile, il cono girerà con moto accelerato: oppure volendo che il cono giri con moto equabile, il cilindro dovrà girare con moto ritardato. Questo meccanismo è ben conosciuto dagli orologieri i quali chiamano *tamburo* il cilindro AC, e danno il nome non troppo proprio di *piramide* al cono BD. Negli orologi però, a rovescio di ciò che vedesi rappresentato nella nostra figura, il capo B del cingolo (che, come abbiam detto poco fa, è una catenella), è fermato presso alla base maggiore della piramide, cosicchè di mano in mano che il cingolo si sviluppa da questa e si raccoglie sul tamburo, il raggio del pezzo condotto viene crescendo, e quello del pezzo conduttore rimane costante; e per conseguenza perchè quello si muova equabilmente, è necessario che questo vada con moto accelerato; la ragione che ha suggerita questa disposizione si farà manifesta nella seconda parte di questo corso di lezioni.

SUNTO

DELLA

LEZIONE VENTICINQUESIMA.

Delle diverse specie di ruote dentate.

I meccanismi di cui abbiamo ragionato nella lezione precedente, oltre all'essere di poca spesa, facili a stabilire ed a racconciare, hanno il pregio, quando sieno ben costrutti e convenientemente disposti, di produrre un movimento dolce, eguale, tacito, e vengono per queste ragioni frequentemente impiegati nelle arti, e particolarmente in quelle che hanno per oggetto la filatura, la torcitura e la tessitura delle sostanze fibrose. Essi vanno però soggetti a non pochi incomodi che ne fanno fuggir l'uso in molte macchine, e specialmente in quelle che debbono trasmettere sforzi grandissimi, o soggetti a variazioni repentine, quali sono per esempio i cilindratoi, e in quelle nelle quali è necessario che sia accuratissimamente mantenuta la ragione della velocità dei diversi pezzi, quali sono gli orologi. Tutti i baltei infatti, sieno essi corde, treccie, cinghie o coreggie, formati di sostanze organizzate, vanno soggetti a perpetue vicende di allungamento e di accorciamento, cagionate dal caldo e dal freddo, dall'umido e dal secco, e che basterebbero sole a farli rigettare ogni volta che si esiga una grande puntualità di movimenti. Le catene vanno bensì in gran parte esenti da questi sconci, ma son pur prive di quella flessibilità, di quella

leggerezza che si ricercano ne' baltei, e il loro prezzo è generalmente molto più elevato. Le ruote poi che si conducono per semplice sviluppo e in grazia del solo scambievole attrito vanno soggette, come abbiamo avuto altra volta occasione di osservare, ad inconvenienti non meno gravi. Se le due ruote che debbono trasmettersi il movimento non sono entrambe perfettamente circolari ed esattamente centrate, esse sostengono una vicendevole pressione or troppo grande or troppo piccola, e possono talora non più toccarsi, e da queste continue alternative nasce, ora uno inutile sciupío di forza, ora un attrito nullo o tanto debole che non basta a costringere la ruota condotta a seguir la ruota conduttrice senza scorrimento. E quand'anche le ruote all'uscir dalle mani del tornitore fossero di rotondità irreprensibile, non potrebber durar lungamente così perfette, a motivo della inevitabile disuguaglianza di durezza e di resistenza delle varie lor parti.

Per tutti questi motivi alle ruote cilindriche o coniche di superficie liscia si sostituiscono generalmente le *ruote dentate*, le cui superficie convesse sono solcate e come ondate, cioè presentano una serie di solchi eguali, separati da eguali eminenze o *denti*, distribuiti su tutta la circonferenza. Quando due ruote così fatte si trasmettono il movimento, i denti dell'una entrano nei solchi dell'altra, e quella non può girare senzachè questa la segua, onde resta rimosso ogni pericolo di scorrimento. Si dice allora che le due ruote s' *imboccano* o s' *incastrano*; ma perchè questo *incastro* sia possibile e il movimento si comunichi in modo continuo e senza salti, è manifestamente necessario che i solchi o *vani* di una delle ruote siano eguali in larghezza ai *denti* dell'altra, o poco maggiori: e viceversa, che i solchi o vani di questa siano eguali ai denti di quella, epperò che la somma delle larghezze di un dente e di un vano, somma che chiamasi *passo*, sia precisamente eguale nelle due ruote. Ogni dente adunque della ruota con-

duttrice aggrappa un dente della ruota condotta e lo sospinge; ond'è che avanzandosi di un passo la circonferenza della prima ruota, essa fa pure avanzare di un passo la circonferenza della seconda, epperò le due circonferenze si muovono con la medesima velocità assoluta, cioè si conducono precisamente come se la comunicazione del moto si facesse per semplice contatto di sviluppo, tra le circonferenze liscie di due ruote simili a quelle che abbiamo considerate nella ventesima lezione. Queste circonferenze liscie che si dovrebbero mettere al luogo di due ruote dentate, per ottenere la medesima ragione tra le loro velocità angolari, si chiamano le *circonferenze primitive* delle due ruote (gli orologieri le chiamano i *circoli geometrici*), e i raggi loro si determinano nel modo che abbiamo lungamente spiegato altrove.

Egli è inutile di ripeter qui che la ruota che dà il movimento all'altra si dice *ruota movente* o *ruota conduttrice*, e quella che lo riceve *ruota cedente* o *condotta*. Ne'grandi meccanismi, come per esempio ne'mulini e nelle filature di cotone, la prima ruota, quella che successivamente tramanda il moto a tutte le altre, è la ruota *maestra* o *motrice*. È inutile del pari il ricordare che in ogni incastro di due ruote disuguali la ruota maggiore, che fa i suoi giri più pigri, si chiama perciò la *ruota lenta*, e l'altra che si rivolge più speditamente la *ruota celere*: a questa si dà però più ordinariamente il nome di *rocchetto*, e i suoi denti, se sono poco numerosi, prendono il nome di *ali* o di *pinne*. Una ruota che non conferisce per nulla nel far variare la velocità angolare di quelle con cui imbocca, si chiama *ruota oziosa*: *ruota folle* poi è quella che, essendo solamente infilzata sopra un asse rotondo, ma non fermata o imbiettata sovra di esso, può muoversi liberamente senza comunicargli il suo movimento; tale, per esempio, è negli orologi quella ruota che i Francesi chiamano *roue de chaussée*, e gl'Italiani *ruota cannona*. Diciamo ancora, per non aver poi a tornare

su queste denominazioni, che gli assi delle ruote dentate si chiamano più propriamente *alberi*.

Gli assi intorno ai quali girano due ruote che fanno incastro posson essere paralleli, o convergenti, o collocati in piani differenti: nel primo caso le due ruote giacciono nel medesimo piano perpendicolare ai due assi, e si chiamano *ruote piane*: nel secondo caso esse stanno in piani differenti, rispettivamente perpendicolari a ciascuno degli assi, e si chiamano *ruote d'angolo*: nel terzo caso finalmente prendono il nome di *ruote sghembe*.

Le ruote piane hanno ordinariamente i loro denti scolpiti sulla parte convessa della circonferenza, cioè sporgenti all'infuori, e le due ruote che fanno incastro si trovano allora collocate una accanto all'altra, in modo che la distanza de' loro centri è eguale alla somma de' raggi de' circoli primitivi. Queste ruote (*figg.* 180 e 181) sono dette *ruote a sprone*, per la somiglianza che hanno alla *stelletta* o *spronella* degli speroni da cavalcare. Se il raggio delle ruote è piccolo, queste, sian esse di legno o di metallo, si fanno in forma di disco pieno, tutto d'eguale spessezza, o pur assottigliato tra il centro e il lembo per diminuirne il peso, come si vede nella ruota C della *fig.* 180. Ma per le ruote grandi questa costruzione sarebbe troppo pesante, ed allora, se sono di legname, si congegnano *a razze* oppure *a crociere* con un gavello di più quarti saldamente calettati tra loro e con le crociere, come si vede in A (*fig.* 181); se sono di gitto, il gavello, che più propriamente dirassi allora *ciambella*, e le crociere si sogliono rafforzare con l'aggiunta di *costole* sporgenti: queste costole o rinfianchi si veggono disegnati nelle due ruote A, B della *fig.* 180.

Nell'incastro di due ruote a sprone le circonferenze primitive si toccano, siccome abbiam detto, esternamente: ma si sa dalla geometria che due circoli disuguali posson pur avere un contatto interno, ed allora la distanza de' loro centri è eguale non più alla somma, ma alla differenza dei

due raggi, cioè tutto il circolo minore è contenuto entro al maggiore. Può dunque un rocchetto a sprone esser collocato nell'interno della ciambella di una ruota grande e comunicare ad essa il movimento, purchè i denti di questa invece di essere scolpiti sulla sua parte convessa od esterna, siano scolpiti nella parte concava od interna, e convergano verso il centro. Una ruota così fatta (*fig.* 182) dicesi *ruota annulare*, ed è manifesto che le crociere che tengono la ciambella unita con l'albero, non possono allora giacere nel piano della ciambella medesima, ma deggiono riportarsi indietro, onde lasciare a questa libero il moto intorno al rocchetto, il cui albero debb'essere mozzato a fiore della base di esso, cioè non dee prolungarsi al di là del piano della ciambella della ruota maggiore.

Ogni linea retta, potendo considerarsi come un arco di circolo di raggio infinito, le dentiere rettilinee, come quelle rappresentate in C B nelle *figg.* 16 e 17, Tav. II, vanno riguardate come appartenenti alla grande famiglia delle ruote dentate, quantunque il nome di *ruote* sembri a primo aspetto convenirsi assai male con la loro forma. Nell'incastro di un rocchetto con una dentiera il moto si trasmette ordinariamente da quello a questa: alcune volte però il rocchetto è condotto dalla dentiera.

I costruttori di mulini fanno uso frequente di una specie di rocchetti, assai rozzi ma di facile costruzione, detti *lanterne*. Consistono questi (B *fig.* 181 ed A *fig.* 184) in due dischi piani e paralleli formati di grosse tavole di legno, attraversati nel mezzo da un albero quadrato, e sul loro perimetro da caviglie cilindriche, o *fusi* eguali ed equidistanti, che fanno uffizio di denti. Simili lanterne si fanno pur talvolta di metallo, come può vedersi particolarmente negli orologi da campanile.

Quando una lanterna debb'esser di diametro molto grande si suol sopprimere uno de' due dischi: i fusi, che allora diconsi *caviglie* o *piuòli*, sono semplicemente impiantati

con uno de' loro capi nel disco unico che si conserva, e che per più leggerezza si fa a gavello e a crociere. Queste ruote a *caviglie* sono talora impiegate, malgrado l'imperfezion loro, a trasmettere il movimento tra assi perpendicolari nei modi espressi nelle *figg.* 183 e 184, ed anche tra assi paralleli, come si vede nelle due ruote B, C della *fig.* 185: posson pure impiegarsi qualche volta con vantaggio a guisa di ruote annulari, come nella *fig.* 186. Una dentiera a piuoli (*fig.* 187) si chiama più volentieri *rastrelliera*.

Gli orologieri fanno pur uso di un'altra specie di ruote d'angolo dette *ruote corone* (*fig.* 188). In queste la ciambella, sottilissima nel senso del raggio, ha una larghezza notabile parallelamente all'albero; la loro forma insomma è affatto simile a quella delle ruote che abbiamo descritte nella lezione ventiduesima sotto il nome di ruote di Ugenio, ben inteso però che l'albero non è eccentrico, e che esse sono armate di denti che incastrano con le ali di un rocchetto. Le ruote corone sono pur talvolta adoperate a trasmettere il movimento tra assi paralleli, come se ne ha un esempio nella ruota A della *fig.* 185.

Dacchè i metalli, e particolarmente il ferro fuso, hanno preso con tanto vantaggio il luogo del legno nella costruzione de'grandi meccanismi, le ruote a piuòli sono quasi assolutamente abbandonate, e non se ne veggono oramai più, se non nei mulini più grossolani. In tutte le macchine accuratamente costrutte, la comunicazione del moto tra assi convergenti ad angolo retto o non retto, si fa per via di *ruote coniche* (*fig.* 189) le quali derivano dai coni che si conducono per isviluppo (lezione 21ma), come le ruote dentate piane derivano dalle semplici ruote descritte nella lezione 20ma.

Gli assi delle ruote d'angolo, sieno esse ruote coniche o a piuòli (*figg.* 183, 184, 188, 189, 190 e 191), essendo diretti secondo linee convergenti, essi non possono en-

trambi prolungarsi al di là del punto D, ove le loro direzioni s'incontrano, ed uno di essi almeno dee troncarsi al di qua di questo punto. Può avvenire che questo incontro si trovi nel piano di una delle due ruote (*fig.* 190), ed allora questa si muta in un piano circolare, nel qual caso i suoi denti sono diretti secondo i raggi: può anche avvenire che l'incontro dei due assi facendosi nell'interno o al di là di una delle due ruote (*fig.* 191), questa, invece di essere dentata sulla sua convessità, abbia i denti scolpiti nella sua concavità: queste ultime forme di ruote coniche, delle quali è facile riconoscere l'origine nei meccanismi rappresentati nelle *figg.* 139 e 140, si ponno però sempre evitare, disponendo diversamente le ruote sul loro asse.

Non ci tratterremo a parlar qui delle *ruote di forza*, delle ruote *d'incontro* o *serpentine*, delle *ruote a tacche*, delle *ruote a stella* ecc., perchè queste hanno hanno usi speciali, che ci porgeranno occasione di parlarne di mano in mano che ne scadrà il bisogno. Neppure staremo a descrivere i mezzi usati per formare con tutta la regolarità richiesta i denti delle varie specie di ruote, di cui abbiamo fatto conoscere la disposizione e l'uso. Questa descrizione appartiene alla tecnologia piuttosto che alla meccanica applicata, e ci basterà il dire, che le ruote di gitto escono belle e dentate dalla forma, e si aggiustano poi col bulino e con la lima: che le ruote di ferro o d'ottone s'intaccano mercè una macchinetta volgarmente chiamata *piattaforma* o *macchina da dividere*, perchè serve nello stesso tempo a dividere la circonferenza nel voluto numero di parti eguali, ed a scolpire in essa i vani tra dente e dente: che le piccole ruote di legno si fanno di tavola, si torniscono e poi s'intaccano con la *sega da volgere*, col cesello e con la raspa: ma che nelle grosse ruote di commesso, come la A (*fig.* 178), i denti, fatti di legno più duro che il gavello, sono calettati a coda nel gavello medesimo: uno di questi denti vedesi rappresentato a parte in C in iscala

più grande. Così pure si pratica sovente per le maggiori ruote di gitto, incastrando nel loro gavello denti di legno duro, perchè questi fanno meno attrito che se fosser di ferro, si logorano quindi men rapidamente, e possono all'uopo ripararsi e mutarsi facilmente.



SUNTO

DELLE LEZIONI

VENTISEIESIMA E VENTISETTESIMA.

Del computo e della notazione dei rotismi dentati.

Poichè l'aggiunta dei denti non altera punto la ragione delle velocità angolari delle ruote, la quale rimane precisamente la stessa come se a queste si sostituissero i loro circoli primitivi, le regole che abbiamo date nella lezione ventesima pel computo delle velocità angolari o del numero dei giri simultanei delle ruote estreme, quando si conoscono i raggi di tutte le ruote, o per la ricerca di questi raggi, quando è data la ragione delle velocità angolari, sono immediatamente applicabili agl'incastri delle ruote dentate.

Ma in questa applicazione occorrono due osservazioni importanti: la prima che il *passo* essendo necessariamente lo stesso in due ruote che fanno incastro, le lunghezze delle circonferenze de'circoli primitivi stanno tra loro come i numeri dei passi o dei denti delle due ruote: or le circonferenze stanno pur come i raggi, epperò alla ragion de' raggi si può sostituire quella de' numeri dei denti. La seconda, che il numero de' denti di qualunque ruota è necessariamente numero intero, la qual cosa è evidente per se medesima; e di più che questo numero è sempre compreso fra certi limiti che non si possono eccedere nè in più nè in meno senza grave sconcio. Vedremo infatti a suo tempo che in una macchina ben costrutta niun rocchetto debbe aver meno di

un certo numero di *ali*: e se si volesse ad una ruota dare un numero grandissimo di denti, essa verrebbe poi troppo pesante e sproporzionata, onde negli orologi, per esempio, i denti d'ogni ruota non posson guari eccedere il centinaio. Da queste osservazioni noi possiamo dedurre le conchiusioni seguenti:

1° Nell'incastro di una ruota e di un rocchetto, i numeri contemporanei dei loro giri stanno in ragione inversa dei numeri dei loro denti.

2° Se più ruote sono così disposte che ciascuna di esse faccia incastro con quella che la precede e con quella che la segue, la ragione de' numeri de' giri contemporanei della prima e dell'ultima ruota è independente dal numero delle ruote intermedie e da quello de' loro denti, ed è sempre eguale inversamente alla ragione de' numeri dei denti delle ruote estreme. Le ruote intermedie sono dunque *oziose* quanto al modificar la velocità angolare.

3° Se ciascun albero intermedio porta due ruote, una che riceva il movimento dall'asse precedente, l'altra che lo trasmetta all'asse seguente (*fig.* 177), il numero delle rotazioni dell'ultima ruota condotta, mentre la prima ruota *conduttrice* fa un giro solo, è eguale al prodotto dei numeri dei denti di tutte le ruote conduttrici diviso pel prodotto dei numeri dei denti di tutte le ruote condotte. Così nell'esempio della citata figura le ruote conduttrici avendo 9, 10 ed 8 denti, e le ruote condotte avendone 30, 24 e 20, il cercato numero dei giri dell'ultima ruota sarà

$$\frac{9 \times 10 \times 8}{30 \times 24 \times 20}, \quad \text{cioè} \quad \frac{1}{20^{mo}}:$$

che è quanto dire che la prima ruota *b* dovrà fare 20 giri, perchè l'ultima D faccia un giro solo.

4° L'ordine con cui sono disposte le ruote non ha veruna influenza sulla ragione delle velocità estreme, cioè questa ragione non si altera punto scambiando comunque tra

di loro le ruote conduttrici, e tra di loro parimenti le ruote condotte.

Data poi la ragione dei giri simultanei delle ruote estreme, per determinare il numero degli incastri, o delle coppie di ruote che si dovranno impiegare, si procederà così: si stabilirà il minimo numero di ali che possa avere un rocchetto, e il massimo numero di denti che possa avere una ruota e si dividerà questo per quello: io suppongo che si adottino i numeri 8 e 120; il quoziente sarà 15. Se la data ragione delle velocità estreme sarà minore di 15, essa potrà ottenersi con una sola coppia di ruote cioè con un solo incastro; se no, saranno necessarie tante coppie almeno, quante volte il quindici debb' essere moltiplicato per se stesso per produrre un numero eguale alla data ragione. Se per esempio si vorrà congegnare un rotismo in cui l'ultima ruota faccia 3375 giri, mentre la prima ne fa uno solo' saranno necessarie almeno tre coppie di ruote, perchè 3375 è eguale a $15 \times 15 \times 15$. Ma se i giri dell'ultima ruota dovessero essere 4000, allora il numero delle coppie di ruote o degli incastri dovrebb'essere quattro almeno. Sarà facile il formare così la tavola seguente:

Ragione dei giri estremi.	*Numero degl'incastri necessarii.*
da 1 a 15	1
da 15 a 225	2
da 225 a 3375	3
da 3375 a 51225	4
da 51225 a 768375	5
ecc.	ecc.

Se si assumessero altri valori pel numero minimo delle ali dei rocchetti e pel numero massimo dei denti delle ruote, la tavola sarebbe differente: così coi numeri 10 e 100 si avrà:

Ragione dei giri.	*Numero degl'incastri.*
da 1 a 10	1
da 10 a 100	2
da 100 a 1000	3
da 1000 a 10000	4
ecc.	ecc.

Trovato così il numero degl' incastri, per determinar quello dei denti di ciascuna ruota si assumeranno arbitrariamente i numeri dei denti di tutti i rocchetti, e si moltiplicherà il prodotto di tutti questi numeri pel numero dei giri che dee fare l'ultimo rocchetto mentre la prima ruota fa un giro solo. Il numero così trovato si scomporrà in tanti fattori quanti debbono essere gl'incastri, e ciascuno di questi fattori sarà il numero dei denti che debbon darsi ad una delle ruote. Generalmente questa scomposizione si potrà fare in più maniere, e ciascuna di esse somministrerà un sistema di ruote dentate atte a produrre la voluta ragione di velocità estreme, fra i quali sistemi si sceglierà il più conveniente, che sarà, generalmente parlando, quello in cui i numeri dei denti delle diverse ruote lente saranno meno disuguali tra loro.

Supponiamo, per esempio, che con tre incastri si voglia formare un rotismo in cui l'ultimo rocchetto faccia 300 giri, mentre la prima ruota ne fa uno solo: i rocchetti debbano avere 10 denti ciascuno: il prodotto dei numeri di tutti i rocchetti sarà 1000, che moltiplicato per la ragione dei giri che è 300 farà 300000: questo è il numero che si dee scomporre in tre fattori, e con pochi tentativi si troverà che ciò si può fare ne' varii modi seguenti:

$$25\times 25\times 480$$
$$25\times 50\times 240$$
$$25\times 100\times 120$$
$$25\times 80\times 150$$

$30 \times 100 \times 100$
$30 \times 80 \times 125$
$40 \times 50 \times 150$
$40 \times 75 \times 100$
$50 \times 60 \times 100$
$50 \times 50 \times 120$
$50 \times 75 \times 80$
ecc. ecc. ecc. (1)

e fra tutte queste combinazioni, e le altre che si potrebbero facilmente formare, si sceglierà la più conveniente che sarà l'ultima che abbiamo scritta, come quella in cui le tre ruote saranno più prossime ad avere lo stesso numero di denti.

(1) Per formare queste diverse combinazioni nel modo più facile, convien cercare prima tutti i fattori *primi* del numero proposto, e poscia combinarli in tutte le maniere possibili. I fattori *primi* si cercano dividendo successivamente il numero proposto pei numeri minori per cui esso sia divisibile, finchè si arrivi ad un numero *primo*, cioè che più non ammetta divisione. Sia per esempio il numero 324; ne cercheremo i fattori primi così:

324	che diviso per	2	dà
162	— —	2	dà
81	— —	3	dà
27	— —	3	dà
9	— —	3	dà
3	— —	3	

i fattori primi sono dunque 2. 2. 3. 3. 3. 3: se il numero 324 si volesse scomporre in due fattori in tutti i modi possibili, converrebbe combinare in tutti i modi possibili i sei fattori semplici ora trovati, per esempio così:

2.	e	2. 3. 3. 3. 3	cioè	2 e	162
2. 2.	e	3. 3 3. 3	cioè	4 e	81
3.	e	2. 2. 3. 3. 3	cioè	3 e	108
. . . .		. . . . .			
2. 2. 3.	e	3. 3. 3	cioè	12 e	27
2. 3. 3.	e	2. 3 3	cioè	18 e	18
ecc.				ecc.	

Ho supposto in questo esempio che tutti e tre i rocchetti dovessero avere lo stesso numero di ali, ma quand'anche così non fosse, la regola non si muterebbe per nulla: così se i numeri delle ali fossero 12, 10 e 6, il loro prodotto sarebbe 720, e moltiplicandolo per 300 (ragione delle velocità angolari estreme) si avrebbe il numero 216000 da scomporre in tre fattori. Ora con un po'di attenzione, si vedrà che, fra molte altre maniere, questo numero può pure scomporsi nei tre fattori eguali 60, 60, 60: epperò le tre ruote potranno essere tutte eguali o di sessanta denti ciascuna.

È cosa utile il poter dar per iscritto una giusta idea del gioco di un rotismo senza far uso di disegni e senza entrare in lunghe descrizioni; ciò si ottiene facilmente per mezzo di una conveniente *notazione*: quella che ci par migliore riposa su questi semplici principii:

1° Rappresentare ciascuna ruota e ciascun rocchetto pel numero dei loro denti: così *ruota* 54 vorrà dire ruota di 54 denti, e *rocchetto* 6 vorrà dire rocchetto di sei ali.

2° Scrivere sulla medesima linea orizzontale unendoli con un tratto — i numeri relativi a tutte le ruote e rocchetti che sono fermati sul medesimo albero, e fanno per conseguenza il loro giro nel medesimo tempo: così

Ruota 54 — Rocchetto 6

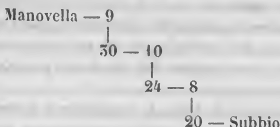
significherà che il medesimo albero porta una ruota di 54 denti ed un rocchetto di sei ali.

3° Scrivere l'uno al disopra dell'altro unendoli con un tratto verticale i due numeri relativi a due ruote che fanno incastro: così

Rocchetto 8
|
Ruota 48

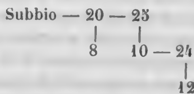
vorrà dire che un rocchetto di 8 ali conduce per incastro una ruota di 48 denti.

4° Cominciar sempre a notare il numero relativo alla ruota più vicina al primo motore. Così la notazione



rappresenterà fedelmente il meccanismo della *fig.* 177, mercè cui una forza applicata alla manovella M, solleva il peso P legato ad una corda che si avviluppa sul subbio S.

E quest'altro tipo



sarà la sincera rappresentazione del rotismo di cui la *fig.* 178 indica la disposizion generale, e nel quale il peso P facendo girare il subbio S e le due ruote A e B fermate sul medesimo asse, comunica il moto al rocchetto *a* per mezzo della prima, ed al rocchetto *c* per mezzo della seconda.

Per meglio comprendere l'uso di questo modo di rappresentar con numeri un rotismo qualunque, facciamone l'applicazione ad un esempio men semplice. La *fig.* 179ª mostra la disposizione interna del *castello* di un orologio da tasca della costruzione più comune: *aa*, *hh* sono le due *cartelle* anteriore e posteriore, le quali unite tra loro da *colonnini* (che si sono ommessi nella figura per non farla troppo complicata) sostengono gli alberi di tutte le ruote, e formano come la gabbia, o l'ossatura dell'orologio: *uu* è quella piastra smaltata che prima si mostra agli occhi di chi osserva l'orologio esteriormente, che per questa ragione si chiama la

mostra (noi Piemontesi la diciamo malamente *quadrante*), e innanzi alla quale girano le lancette *xx* dei minuti ed *yy* delle ore. Tra la mostra *uu*, e la cartella anteriore *aa* sono contenute quattro ruote, che si chiamano le *ruote della quadratura*: tra le due cartelle *aa*, *bb* poi girano *nove ruote o rocchetti* che compongono ciò che dicesi propriamente il *movimento dell'orologio*.

Il pezzo motore di tutta la macchina è il *tamburo* D, cioè un cilindro cavo nel quale è inviluppata a modo di spirale la *molla maestra*, e questa molla sviluppandosi in grazia della propria elasticità, come spiegherem più minutamente altra volta, fa girare il tamburo, il quale, per via di una catenella, comunica il moto alla piramide C (V. lez. 24ª pag. 170). Sull'albero della piramide, e contro alla base maggiore di questa è fermata una ruota di 60 denti, che dicesi appunto *ruota della piramide*; essa fa un giro in sei ore, ed imbocca in un rocchetto *b* di sole 10 ali, il cui albero collocato nel centro dell'orologio lo trapassa da parte a parte, e sporgendo fuori nel mezzo della mostra in V, porta la lancetta *xx* dei *minuti*; è chiaro in fatti che il rocchetto *b* avendo sei volte meno denti che la ruota C dee girare sei volte più presto, e far per conseguenza la sua rivoluzione in un'ora, od in 60 minuti primi. Sullo stesso albero del rocchetto *b*, e contro al rocchetto medesimo è pur fermata un'altra ruota B di 60 denti, detta *ruota di centro* a motivo del luogo che occupa, e questa imboccando un rocchetto *e* di 8 ali, fa fare ad esso ed alla *terza ruota* E portata sul medesimo albero, fa fare, dico, a questi un giro in 8'. La terza ruota E, armata di 48 denti fa incastro col rocchetto *f* di sei ali, e questo rocchetto insieme con la *ruota corona* F ch'egli strascina con sè, fa un giro in ogni minuto primo, cioè in 60″: epperò se l'albero comune del rocchetto *f* e della ruota corona F, si prolungasse fino al di là della *mostra* dell'orologio, e portasse una piccola lancetta, questa potrebbe indicare i minuti secondi.

scorrendo con la sua punta sopra un piccol circolo segnato eccentricamente sulla mostra, e diviso in sessanta parti eguali.

La ruota corona finalmente si aggrappa co' suoi 48 denti nel rocchetto *m* di sei ali, e gli fa fare un giro in sette secondi e mezzo; e nello stesso tempo fa pure il suo giro la *ruota serpentina* S fermata sul medesimo albero.

Per amor di chiarezza, di mano in mano ch'io son venuto descrivendo le varie ruote che compongono il *movimento* dell'orologio, ho pure indicati i loro *periodi*, cioè le durate delle loro rivoluzioni. Ma quale è la cagione che le obbliga a girare appunto nei tempi a ciascuna assegnati? L'organo che le frena e le impedisce di andare più rapidamente? È chiaro infatti che se non vi fosse nel meccanismo qualche *regolatore*, che ne moderasse il movimento, appena caricato l'orologio la molla maestra si svilupperebbe a furia, e tutto il moto che essa comunica agli altri pezzi si consumerebbe in pochi minuti, invece di durare per un giorno intero. Ora questo regolatore, necessario a frenare il moto di tutto il meccanismo, opera per via di ciò che gli orologieri chiamano uno *scappamento*. Di questi scappamenti ve ne ha molte specie conosciute sotto nomi differenti, ed io avrò opportunità, fra non molte lezioni, di spiegarne la disposizione e d'indicarne i pregi e i difetti; basta qui il dire che tutti hanno per oggetto di trattenere i denti dell'ultima ruota lasciandoli *scappare* a uno a uno, a regolari intervalli di tempo. Nell'esempio che ora consideriamo, la *serpentina* S ha quindici denti, e lo scappamento lasciandone passare uno per ogni mezzo minuto secondo, ne segue che essa impiega appunto sette secondi e mezzo per giro, e tutte le altre ruote hanno per conseguenza i periodi che abbiamo loro assegnati.

Noi abbiam costrutto così un orologio capace di segnare i minuti primi ed i secondi: prima di compierne la fabbrica coll'aggiungere le ruote della quadratura destinate a mettere

in moto anche la lancetta delle ore, cominceremo ad applicare le regole di notazione precedentemente spiegate alla parte del roteggio finora descritta, la quale ci verrà chiaramente rappresentata dal tipo seguente: la colonna a destra contiene l'indicazione de' periodi di tutte le ruote.

		Periodi
(Piramide) —	60	6 ore
	| R. di centro	
Lancetta dei minuti —	10 — 60	1 ora
	| 3ª ruota	
	8 — 48	8 minuti
	| R. corona	
Lancetta dei secondi ———	6 — 48	1 minuto
	| serpentina	
	6 — 15 . .	7'' 1/2

Torniamo ora all'*albero di centro*, a quello che sostiene il rocchetto *b*, e la ruota B. Già abbiam detto che esso sporge al di là della mostra, e porta in cima la lancetta dei minuti: se questa però fosse così fermata sull'albero che non potesse assolutamente girare se non con esso, quando l'orologio segna falso e si vuol regolare, non si potrebbe muovere innanzi o indietro la lancetta dei minuti senza cacciar parimenti innanzi o indietro tutto il *movimento*, che sarebbe gravissimo sconcio. A ciò si è provveduto: la lancetta non è fermata direttamente sull'albero, bensì sopra un cannoncino detto *la calza*, perchè appunto a modo di calza abbraccia l'albero e quasi lo veste, ed a motivo dello scambievole attrito, partecipa al movimento di esso. Questa calza adunque penetrando tra la mostra e la cartella anteriore porta un rocchetto *n* di 12 ali, il quale fa imbocco con la ruota P di 48 denti detta la *ruota di scambio*, e questa si mena dietro il rocchetto *p* di 16 denti, il quale vien finalmente imboccare nella ruota Q di 48 denti, mobile intorno alla calza, perchè montata sopra un secondo cannoncino maggiore della calza medesima, ch'esso circonda senza attrito sensibile. Quest' ultima ruota Q si chiama perciò la

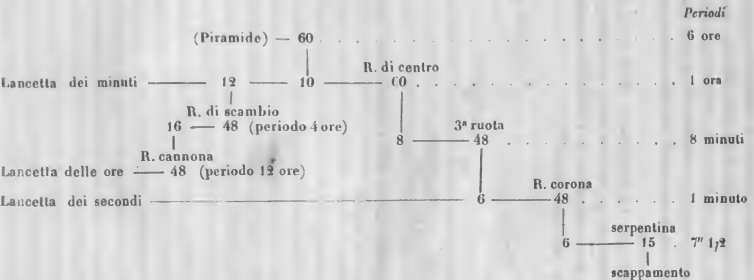
ruota cannona, e non è difficile di vedere che facendo il rocchetto di centro *p* un giro all'ora, la ruota di scambio P farà un giro in 4 ore, e la ruota cannona Q, un giro in dodici ore: il cannone di questa porterà dunque la lancetta delle ore, e l'orologio nostro sarà compiuto di tutto punto.

L'incastro del rocchetto *n*, della ruota di scambio P, del suo rocchetto *p*, e della ruota cannona Q, che come abbiam detto chiamansi le ruote della quadratura, è rappresentato nel tipo seguente:

		R. di centro	Periodi
Lancetta dei minuti		12 — 60	1 ora
	R. di scambio		
	16 —— 48		4 ore
R. cannona			
Lancetta delle ore — 48			12 ore

e l'orologio intero sarà rappresentato come si vede nella pagina che segue.

Tipo di un orologio comune da tasca.



Gli orologieri chiaman *calibro* una piastretta rotonda di ottone dello stesso diametro dell'orologio che vogliono costruire, e sulla quale essi incidono la pianta di esso, cioè tanti circoli che rappresentano la grandezza e la posizione di tutte le ruote che si propongono d'impiegare. Si dà pure talvolta il nome di calibro alla disposizione stessa dell'orologio, ed a qualunque notazione intesa a rappresentarla con numeri. Il calibro di cui ci siamo finora occupati è stato proposto dal celebre Ferdinando Berthoud (1), con questa sola differenza, ch'egli dava alla ruota della piramide cinquantaquattro denti invece di sessanta, ed al rocchetto della ruota di centro dodici ali invece di dieci, onde il periodo della prima ruota era di quattro ore e mezzo invece di sei ore.

Quando il numero dei denti di una ruota è multiplo esatto del numero dei denti del rocchetto con cui incastra, le stesse ali del rocchetto vengono sempre ad imbattersi con gli stessi denti della ruota: così se il rocchetto ha 8 ali, e la ruota 24 denti, la prima ala incontra sempre il primo dente, il nono, e il diciasettesimo, la seconda ala incontra sempre il secondo dente, il decimo, e il diciottesimo, e così via via l'ottava ala mai non tocca altri denti che l'ottavo, il sedicesimo ed il ventiquattresimo. Ne segue che qualora vi abbia, come sempre vi ha, in alcun dente dell'una o dell'altra ruota qualche difetto di materia o di forma, questo dente incontrandosi sempre ne' medesimi denti dell'altra ruota avrà in breve guasti e sformati e quelli e se stesso.

(1) Ferdinando Berthoud nato a Plancemont-Couvet, contado di Neuchatel nel 1727, morto a Groslay nel 1807; venne a Parigi nel 1745, fu macchinista della R. marineria, membro dell'Accademia delle scienze di Parigi, della Società R. di Londra e della legion d'onore. Consacrò l'intera sua vita al perfezionamento della sua arte, e particolarmente dei *cronometri*, ossiano orologi ad uso dei navigatori. Scrisse molte opere giustamente riputate sulla orologieria.

Se all'incontro i numeri dei denti delle due ruote saranno primi tra di loro, cioè non avranno nissun fattor comune, lo stesso dente del rocchetto toccherà successivamente tutti i denti della ruota, e non tornerà ad incontrarsi con ciascuno, se non dopo che la ruota avrà fatti tanti giri quante sono le ale del rocchetto : così se queste sono 8 e i denti della ruota 25 (numeri primi fra loro) la prima ala del rocchetto toccherà successivamente i denti 1°, 8°, 16°, 24°, 7°, 15°, 23°, 6°, 14°, 22° ecc. e non li avrà toccati tutti se non dopo otto giri interi della ruota: il danno proveniente da irregolarità di forma o di materia si scompartirà dunque su tutti quanti i denti, e sarà di gran lunga minore. In que' meccanismi in cui non è necessaria una rigorosa determinazione delle velocità angolari delle ruote estreme, i costruttori sono quindi soliti aggiungere una unità al numero dei denti della ruota più numerata, a fin di rendere questo numero *primo* rispetto a quello delle ali del rocchetto: il dente così aggiunto si può chiamare *dente di fuga* o *dente di cacciata*.

SUNTO

DELLA

LEZIONE VENTOTTESIMA.

Generazione e proprietà delle epicicloidi.

Noi ci siamo finora occupati del numero dei denti delle ruote insegnando a determinar questi numeri in modo che le durate delle rotazioni abbiano tra loro certe determinate ragioni, ma non abbiam per nulla ricercato qual forma convenga dare ai denti perchè la ragion delle velocità di due ruote che fanno incastro si mantenga assolutamente invariabile, voglio dire perchè, camminando equabilmente la ruota conduttrice, la velocità della ruota condotta si mantenga sempre puntualmente la stessa, dall'istante in cui due denti si aggrappano fino a quello in cui si abbandonano. L'importanza di questa condizione si comprenderà viemeglio quando saremo entrati nello studio della dinamica, ma non è difficile intanto lo scorgere ch'essa non può essere adempiuta con qualsivoglia forma di denti: supponiamo infatti che la ruota A (*fig.* 192) movendosi equabilmente intorno al suo centro, comunichi il movimento alla ruota B, col sospingere una caviglia *b* perpendicolare al piano di essa, per mezzo dello sprone rettilineo *ad* fitto nella circonferenza della prima ruota secondo il prolungamento del raggio A*a*. Girando la ruota conduttrice, lo sprone passerà successivamente nelle posizioni equidistanti *ad*, $a'd'$, $a''d''$, $a'''d'''$, $a''''d''''$ e impiegherà tempi eguali a venire dal-

l'una all'altra: la cavicchia b in questi successivi ed eguali intervalli di tempo sarà sospinta da b in b', da b' in b'', da b'' in b''', da b''' in d'''', e descriverà così spazi manifestamente crescenti: il moto della ruota B sarà dunque accelerato mentre quello di A è equabile, e la condizione proposta non sarà adempiuta. Ma noi vedremo in una prossima lezione, che se invece dello sprone rettilineo della *fig.* 192, impiegheremo uno sprone o bocciuòlo piegato secondo una curva conveniente (*fig.* 193), gli archi bb', $b'b''$, $b''b'''$, $b'''d''''$ descritti in tempi eguali riusciranno tutti eguali tra loro, e la ruota B riceverà dalla A lo stesso movimento equabile, come se la trasmissione si facesse per semplice attrito delle due circonferenze primitive $aa'a''$.... $bb'b''$.....

Lo stesso effetto si può ottenere dando uno sprone a ciascuna delle due ruote, sia che essi sieno entrambi curvilinei come nella *fig.* 194, oppure uno rettilineo, e l'altro curvilineo come nella *fig.* 195: risulta infatti dalle dimostrazioni della lezione decima che una sola condizione è necessaria affinchè la ragione delle velocità angolari delle due ruote si mantenga sempre costante: è necessario cioè che in tutte le posizioni dei due sproni $a'd'$, $b'c'$, la comune perpendicolare NN' condotta nel punto M dove i due sproni si toccano venga sempre a tagliare la linea dei centri AB nello stesso punto T dove si toccano le due circonferenze primitive: poichè allora le due velocità angolari staranno sempre in ragione inversa dei due segmenti AT, BT della linea dei centri, cioè staranno in ragione inversa dei raggi primitivi delle due ruote, che è quanto dire che queste si condurranno come se non fosser dentate.

Ora, vi ha una infinità di curve differenti che soddisfanno a questa condizione, anzi, presa ad arbitrio la curva di uno degli sproni, è sempre possibile di trovar per l'altro una curva conveniente. Queste curve però non si adattano tutte egualmente bene ai bisogni della pratica, e quelle generalmente usate sono poche ed appartengono alla famiglia

delle epicicloidi che già abbiamo avuto occasione di trattare nel nostro corso di geometria. Noi ricorderem dunque brevemente la generazione di queste curve, e dichiareremo in che consista quella proprietà che le rende così atte alla trasmissione del moto equabile di rotazione.

Sulla circonferenza *aDb* di un circolo fisso che ha il centro in A (*fig.* 196) si faccia rotare il circolo mobile C*m*, in guisa che tutti i punti della circonferenza di questo vengano successivamente ad applicarsi senza scorrimento sulla circonferenza fissa, ed il centro C descriva intorno al centro A la circonferenza CC′C″ di raggio eguale alla somma dei raggi A*a*, C*a* del circolo fisso e del circolo mobile. Quando quest'ultimo sarà venuto nella posizione *a′m′p′*, il punto che prima si trovava in *m* a contatto con la circonferenza fissa, sarà passato in *m′*, e gli archi *aa′*, *am′* dei due circoli saranno eguali in lunghezza. Nel passar così da *m* in *m′*, il punto che consideriamo avrà descritta la curva *am′*, e continuando a far rotare il circolo mobile, finchè il medesimo punto *m* torni ad applicarsi sulla circonferenza fissa in *b*, si otterrà la curva A*m′*E*m″b* simmetrica dalle due parti del raggio AD: questa curva dicesi *epicicloide*, e noi, per brevità di discorsi, chiameremo *deferente* il circolo fisso *a*D*b*; *epiciclo* o circolo generatore il circolo mobile C*m*; *origine* della curva il punto *a* dove i due circoli si toccavano al principio del movimento, e *base* di essa l'arco *a*D*b* del deferente, il qual arco è manifestamente eguale alla circonferenza intera dell'epiciclo.

Quando il raggio dell'epiciclo è minore di quello del deferente come nella *fig.* 196, la base *a*D*b* della epicicloide occupa meno di 360°: ma quando l'epiciclo è maggiore del deferente, come si vede nella *fig.* 197, il centro di esso, partendo dal punto C ha da descrivere più che un giro intorno ad A, prima che il punto *m*, che da principio toccava la circonferenza fissa in *a*, torni a toccarla in un altro punto *b*: allora l'epicicloide presenta in F un punto

doppio, cioè una intersezione con se stessa, e la base *abDab* della epicicloide *aFm'Em''Fb* è maggiore di una intera circonferenza del deferente.

Supponiamo che il raggio dell'epiciclo si faccia più grande ancora: la base della epicicloide potrà fare due, tre, quattro o più giri sulla circonferenza *aDb*: finalmente se noi supponiamo che il raggio dell' epiciclo sia infinitamente grande, la base della epicicloide occuperà una infinità di giri, cioè la curva non verrà mai più ad incontrare la circonferenza del deferente. Or siccome un arco di circolo di raggio infinito si confonde con una linea retta, l'epiciclo sarà una linea retta e l' *epicicloide* si confonderà con la curva che nella Lezione sedicesima abbiamo chiamata *evolvente* del circolo, e che abbiamo disegnata nelle *figure* 88 ed 89.

Invece di far crescere all'infinito il raggio dell'*epiciclo* supponiamo ora che questo abbia una grandezza qualunque, ma che il deferente sia infinitamente grande: una porzione qualunque della sua circonferenza si confonderà allora con una linea retta *ab* (*fig.* 198), e la curva *amb* sarà una *cicloide* ordinaria, poichè così si chiama, come è noto, la curva generata da un punto della circonferenza di un circolo che giri sviluppandosi senza scorrimento sopra una linea retta.

Quando i due circoli si toccano presentando uno la sua convessità e l'altro la sua concavità, cioè quando uno è contenuto nell'altro, prendendo il circolo interiore per epiciclo, esso potrà farsi rotare nella concavità del circolo esteriore che sarà il deferente, come nella *fig.* 199: oppure, prendendo per epiciclo il circolo maggiore, si potrà far rotar questo con la sua concavità sempre tangente al circolo interiore che allora sarà il deferente, come nella *fig.* 201. Le curve generate in questi due casi sono della medesima natura che quelle finquì considerate, ma prendono più particolarmente il nome di *ipocicloidi*.

È notabile il caso in cui il diametro dell'epiciclo interno è eguale al raggio del deferente: poichè allora, la ipocicloide generata è una linea retta, e si confonde col diametro condotto nel deferente per l'origine della curva. Per dimostrar ciò, supponiamo che il circolo A*C*a che ha il suo diametro eguale al raggio A*a* del circolo fisso *aa'b* (*fig.* 200), supponiam, dico, che il circolo A*Ca*, sia passato in un'altra posizione qualunque A*m'a'*. Portando sulla sua circonferenza un arco *a'm'* eguale in lunghezza all'arco *aa'*, il punto *m'* dovrà trovarsi sulla ipocicloide descritta dal punto di primitivo contatto *m*: ora io dico che questo punto *m'* verrà di necessità a cadere sul diametro *a*D; e lo stesso potendo dimostrarsi per qualunque altra posizione del circolo generatore, ne segue che tutti i punti della curva descritta si troveranno sul diametro *a*D, cioè che questo diametro medesimo sarà la *ipocicloide* generata dal movimento del punto *m*.

Infatti, si conduca la retta A*m'*. I due archi *a'a* ed *a'm'* essendo per ipotesi di eguale lunghezza, il primo conterrà due volte meno gradi che il secondo, poichè il suo raggio è due volte più grande. Dunque l'angolo *a'*A*'a* che ha per misura l'arco *aa'*, è eguale all'angolo *a'*A*m'* che ha per misura la metà dell'arco *a'm'*, la retta A*m'* coincide col raggio A*a*, ed il punto *m'* cade su questo, e per conseguenza anche sul diametro *ab*: che è ciò che si voleva dimostrare.

Tutte le curve epicicloidali di cui abbiamo passate a rassegna le diverse specie, godono di una proprietà comune, che è quella appunto che le rende proprie alla trasmissione equabile del moto circolare. Riportandoci alla *fig.* 196 consideriamo il circolo generatore od epiciclo arrivato nella posizione *a'm'p'* nella quale il punto *m* di primitivo contatto (che è quello che descrive la curva), è giunto in *m'*: se da questo punto noi condurremo le due corde *m'a'*, *m'p'*, l'una al punto di contatto dell'epiciclo col deferente, l'altra all'altra estremità del diametro condotto per *a'*, queste due

corde saranno perpendicolari tra loro, poichè l'angolo m' è inscritto in un semicircolo. Ora, mentre si fa rotar l'epiciclo, il suo punto m' tende a descrivere un arco di circolo intorno al punto a' come centro; la retta $m'a'$ si confonde adunque con la direzione del raggio di curvatura della epicicloide, e per conseguenza è normale a questa curva, e la retta $m'p'$, perpendicolare ad $m'a'$, è tangente alla curva medesima. Quindi si conclude che in qualunque epicicloide, la normale passa costantemente pel punto nel quale si toccano il circolo generatore ed il circolo mobile, e con un po' di attenzione si riconosce l'esattezza della regola seguente:

Per condurre la normale ad un dato punto m' di una epicicloide $am'Em''b$ (*fig.* 196), si descriva la circonferenza $CC'C''$ concentrica al deferente e di raggio AC eguale alla somma dei raggi Aa, aC del deferente e dell'epiciclo: si faccia poi centro nel dato punto m' della curva, e con raggio $m'C'$ eguale a quello dell'epiciclo si tagli in C' la circonferenza $CC'C''$. Finalmente dal punto C' come centro e con lo stesso raggio $C'm'$ si descriva l'epiciclo $a'm'p'$: la retta $m'a'$ condotta dal punto m' al punto a' di contatto dell'epiciclo col deferente sarà la domandata normale.

Le *figg.* 197, 198, 199 e 201 fanno vedere l'applicazione di questa regola ai diversi casi della epicicloide, della cicloide ordinaria e della ipocicloide. Ritornando alla *fig.* 88 ed alla Lezione sedicesima, si vedrà che la regola che abbiamo allora insegnata per condurre una normale alla evolvente di circolo si trova compresa in questa più generale di cui ora parliamo: poichè l'*evolvente* del circolo essendo una epicicloide descritta da un epiciclo di raggio infinito, cioè da una linea retta, la corda condotta da un punto della curva al punto del contatto si confonde con la retta generatrice medesima.

Quando un cono mobile ADE (*fig.* 126) si fa rotolare sopra un cono fisso AFE, in modo che i due coni abbiano sempre i

loro vertici nello stesso punto A, tutti i punti della circonferenza della base DE stanno sempre sopra la superficie di una sfera che ha il suo centro nel vertice comune A dei due coni. Ora, tenendo dietro al movimento di un punto qualunque di questa circonferenza, per esempio del punto E, si vedrà facilmente che esso descrive sulla superficie della sfera una curva analoga a quelle che abbiamo finora considerate, e che chiamasi per questa ragione *epicicloide sferica*. Essa gode della medesima proprietà comune a tutte le epicicloidi, che cioè la normale ad un suo punto qualunque passa pel punto di contatto del circolo generatore, cioè della base del cono mobile, col circolo deferente, o base del cono fisso. Il lato AE, condotto al punto descrivente del cono mobile, essendo una retta che passa continuamente per lo stesso punto A, cioè pel vertice, questo lato nel movimento del cono ADE genererà una superficie conica, che avrà per base l'epicicloide sferica descritta dal punto E, e per vertice il punto A.

Per non sopraccaricare questa Lezione, noi ci siam limitati a considerar le curve generate dalla rotazione di circoli sopra circoli; ma è manifesto che queste non sono a gran pezza le sole che possano ottenersi in modo analogo: poichè facendo similmente rotare una curva qualunque HAB (*fig.* 202), sopra un'altra curva LAC, ogni punto della prima, per esempio il punto A, descriverà una terza curva AEMD che sarà pure una curva epicicloidale, e che godrà rispetto alle sue normali della medesima proprietà che abbiamo sopra enunciata. Così quando la curva generatrice HAB, sarà passata nella posizione aM, ed il punto descrivente A sarà venuto in M, conducendo da questo punto la retta Ma al punto di contatto a della curva generatrice con la curva fissa LAaC, sarà Ma normale in M alla curva AMD.

Per poter applicare le curve epicicloidali alla costruzione delle ruote dentate, come ci proponiamo d'insegnare

nelle Lezioni seguenti, è necessario saper disegnare in modo spedito ed esatto ogni epicicloide di cui sieno dati il deferente, l'epiciclo e l'origine: noi abbiamo esposto nel corso di geometria il metodo da tenersi nel descrivere queste curve, e rimandiamo i nostri lettori, sia ai fogli che sono stati nello scorso anno distribuiti agli alunni della scuola, sia ad un trattato qualsivoglia di disegno geometrico, applicato alle macchine.



SUNTO

DELLE LEZIONI

VENTINOVESIMA E TRENTESIMA.

Uso delle epicicloidi per la trasmissione del movimento equabile di rotazione.

Con la scorta delle cognizioni acquistate nella Lezione precedente, noi possiamo ora accingerci con successo alla ricerca delle forme più convenienti pel contorno dei denti, bocciuòli, o sproni destinati alla trasmissione del moto equabile di rotazione fra assi paralleli o non paralleli. Questo problema ammette varie soluzioni, e noi cominciando dalla più semplice, verremo di mano in mano sollevandoci alla più compiuta e più generale.

Siano in prima due assi paralleli tra loro, e siano A, B (*fig.* 203) i punti ove questi assi incontrano il piano delle due ruote, od in altre parole, siano A, B i centri delle due ruote : si tiri la retta AB, e si divida in due parti AT, BT reciprocamente proporzionali alle velocità angolari , ossia ai numeri dei giri che le ruote debbono fare nello stesso tempo, operando in tutto come se esse dovessero condursi per semplice attrito di sviluppo, e secondo abbiamo insegnato nella Lezione ventesima. Si descrivano i due circoli T*Ma*, T*mb*, che saranno i *circoli primitivi* delle due ruote; per armare le loro circonferenze di denti o bocciuòli atti a trasmettere il movimento equabile di rotazione potremo scegliere una qualunque delle cinque soluzioni che siamo per esporre.

Soluzione prima. (*fig.* 203). Essendo A il centro della ruota conduttrice, B il centro della ruota condotta, e T il punto di contatto dei loro circoli primitivi, si faccia rotare il circolo primitivo BT sulla circonferenza del circolo primitivo AT, e si segni l'epicicloide TH descritta in questo movimento dal punto T: poscia sulla circonferenza della ruota B s' intenda piantato perpendicolarmente al piano di essa uno spillo sottilissimo nel punto T: ed alla circonferenza dell'altra ruota ed in un piano un po' più alto di quello della ruota B si fermi un bocciuòlo il cui contorno abbia la forma dell'epicicloide TH. Girando la ruota conduttrice A, il bocciuolo TH sospingerà innanzi lo spillo T, e la ragione delle velocità angolari delle due ruote sarà costante, e la medesima come se esse si conducessero per semplice attrito.

Infatti supponiamo il bocciuòlo TH pervenuto nella posizione *th*, cioè supponiamo che la circonferenza della ruota A abbia descritto lo spazio T*t*: l'ago T della seconda ruota sarà venuto in *m* e per la proprietà della epicicloide la normale GG' alla curva *hmt* del bocciuolo nel punto *m* verrà passare pel punto T, qualunque sia la grandezza dello spazio T*t* descritto dalla ruota A: questa normale dividerà dunque sempre la retta AB nella stessa ragione in tutte le successive posizioni della macchina, e per conseguenza la ragione delle velocità angolari sarà sempre la stessa.

Oppure: la curva *th* del bocciuòlo essendo identicamente la stessa che TH, è la epicicloide descritta dal punto *m* nella rotazione del circolo B sul circolo A; l'arco T*m* è dunque eguale all'arco T*t* sul quale si è sviluppato: le due circonferenze descrivono dunque spazi eguali nello stesso tempo, precisamente come se si conducessero per semplice attrito.

La lunghezza del bocciuòlo essendo necessariamente limitata, la trasmissione del movimento cesserà quando l'estremità H di esso sarà giunta in K sulla circonferenza

della ruota condotta, ed avrà spinto l'ago T sino a questo medesimo punto K : quindi

1° Data la lunghezza del bocciuòlo per conoscere l'ampiezza dell'arco ch'esso potrà far descrivere alla ruota condotta, dal centro A , e con raggio AH si descriva un arco HK : il punto K dove quest'arco taglierà la circonferenza del circolo primitivo della ruota condotta sarà quello dove il bocciuòlo abbandonerà l'ago : e l'arco TK sarà lo spazio descritto dalla ruota condotta ; quest' arco TK verrà da noi detto d'or innanzi l'*arco di azione* del bocciuòlo.

2° Viceversa, dato l'arco TK che il bocciuòlo debb'esser capace di far descrivere alla ruota B, si faccia centro in A, con raggio AK si descriva l'arco KH : il punto H dove esso incontrerà il contorno del bocciuòlo indicherà il luogo dove questo si dee troncare.

Soluzione seconda (*fig.* 204). Essendo sempre A il centro della ruota conduttrice, B il centro della ruota condotta, AT, BT i loro raggi primitivi, si descriva un terzo circolo TKB, tangente ai due primi in T, e di diametro TB eguale al raggio della ruota condotta. Si segni l'epicicloide TH generata dal punto T di questo circolo nel rotare sulla circonferenza del circolo primitivo della ruota conduttrice. Poscia, sulla faccia della ruota B s' intenda inchiodata una riga col suo filo lungo il raggio B*b*T, e sulla ruota A s'intenda fermato un bocciuòlo TH col suo contorno tagliato secondo l'epicicloide ora descritta: girando la ruota A, il contorno del bocciuòlo spingerà innanzi il filo della riga BT mantenendosi sempre ad esso tangente, ed il moto così comunicato alla ruota B sarà lo stesso, come se i due circoli primitivi si conducessero per solo attrito di sviluppo.

Abbia infatti la ruota A descritto l'angolo TA*t*, e sia il contorno del bocciuòlo passato nella posizione *tnmh*: il filo della riga, sempre diretto secondo un raggio della ruota B,

sarà venuto in Bn, e toccherà il bocciuòlo in m, cioè nel punto dove esso contorno taglierà la circonferenza del circolo generatore TmB: poichè, secondo abbiamo veduto nella Lezione precedente, le due corde mB, mT condotte dal punto descrivente m alle due estremità del diametro BT saranno, l'una tangente, l'altra normale all'epicicloide: la mT sarà dunque la normale comune al punto di contatto del bocciuolo e della riga, e passando essa costantemente pel medesimo punto T della linea dei centri, la ragione delle velocità angolari sarà costante, e la stessa come se le circonferenze primitive si conducessero per semplice attrito.

Cesserà il contatto tra il bocciuòlo e la riga, e cesserà la comunicazione del movimento, quando la punta H del bocciuòlo sarà venuta in K sulla circonferenza del circolo generatore della epicicloide, cioè del circolo BKT di diametro BT: ed allora la riga avrà la posizione BKL, e la ruota condotta avrà descritto l'arco TL: dunque

1° Data la lunghezza del bocciuòlo, per conoscere l'ampiezza dell'arco di azione, dal centro A e con raggio AH si descriva l'arco HK sino all'incontro della circonferenza del circolo di diametro BT: pel punto K così trovato si tiri il raggio BKL della ruota condotta: sarà TL l'arco cercato.

2° Viceversa, dato l'arco TL per cui la ruota B debb'essere condotta dal bocciuòlo, si tiri il raggio BL, e si noti il punto K dov'esso incontra il circolotto di diametro BT: poi con centro A e raggio AK si descriva l'arco KH: esso segnerà sul contorno del bocciuòlo il punto H dove questo si dee troncare.

3° Il contatto del bocciuolo con la riga, comincia nel punto T e finisce nel punto K: tutta la parte di riga da K sino in B non è dunque mai toccata dal bocciuòlo, e per conseguenza è inutile, e si può sopprimere: quindi, centro in B, raggio BK si descriva l'arco KF fino all'incontro della linea dei centri, sarà TF la parte di riga che si dee conservare.

Queste due prime soluzioni sono le più importanti a conoscersi, perchè se ne fa continuo uso in pratica; esse vanno però soggette a due gravi incomodi, provegnenti da ciò che la forma di ciascun bocciuòlo dipende non solamente dal raggio della propria ruota, ma eziandio da quello della ruota compagna, dal che consegue, che ciascuna ruota non può far giusto incastro che con una ruota di raggio determinato; da questo sconcio vanno esenti le tre soluzioni che ora passiamo ad esporre, e che perciò possono in alcuni casi essere utilmente applicate.

Soluzione terza (*fig.* 205). A, B sono al solito i centri delle due ruote: AT, BT i raggi dei circoli primitivi: pel punto di contatto T di questi due circoli si conduca ad arbitrio la retta GG′, e dai centri A, B si calino sopra di essa le perpendicolari A*a*, B*b*, che saranno evidentemente proporzionali ai raggi primitivi AT, BT. Con queste perpendicolari come raggi si descrivano i due circoli *a*D*d*, *b*e*E che chiameremo le *basi* delle due ruote: finalmente pel punto T si facciano passare le due curve DTF, ETH che siano le evolventi dei due circoli *a*D*d*, *be*E. Se ora sulle due basi si fermeranno due bocciuòli tagliati secondo la forma delle evolventi ora descritte, facendo girare la ruota A, il bocciuòlo DF sospingerà innanzi il bocciuòlo EH, ed il moto si comunicherà alla ruota B, precisamente come farebbe per semplice attrito tra le due circonferenze primitive.

Abbia infatti la base della ruota A descritto l'arco D*d*, cosicchè il bocciuòlo DF sia venuto in *df*: l'altro bocciuòlo EH sarà passato in *eh*, e così la base della seconda ruota avrà descritto l'arco E*e*, ed il punto di contatto dei due bocciuòli sarà passato da T in *t* senza uscire dalla retta GG′, che per la dimostrata proprietà delle evolventi sarà normale alle due curve nel loro punto di contatto *t*: questa comune normale o linea di azione taglierà dunque sempre la linea dei centri nel punto T, e le velocità angolari

delle due ruote in tutte le loro posizioni saranno sempre reciprocamente proporzionali ai raggi primitivi AT, BT, cioè saranno le stesse come se i circoli primitivi si conducessero per semplice attrito.

Ciò può ancora dimostrarsi in altro modo, ricordandosi quanto è stato spiegato nella Lezione sedicesima. Essendo DT evolvente dell'arco D*a*, quest'arco D*a* è uguale in lunghezza alla tangente T*a* : e l'arco *dt* essendo evolvente di *da*, *da* è eguale a *ta* : dunque l'arco D*d* differenza tra *ad* e *a*D, è eguale a T*t* differenza tra *at*, ed *a*T. Per la medesima ragione sull'altra ruota si ha *b*E eguale a *b*T, *be* eguale a *bt*, e per conseguenza *t*T eguale ad E*e* : i due archi D*d*, E*e* sono dunque entrambi eguali a T*t*, e per conseguenza sono eguali tra loro. Gli archi descritti nello stesso tempo dalle due basi sono dunque eguali : ma i raggi delle basi sono proporzionali ai raggi primitivi : dunque finalmente gli archi descritti nello stesso tempo dai circoli primitivi sono anche eguali tra loro, e per conseguenza questi circoli si muovono, come se si comunicassero il movimento per semplice attrito.

Nelle due prime soluzioni (*figure* 203 e 204) la ruota A comincia a sospingere la ruota B allora soltanto che la curva del bocciuòlo arriva in T sulla linea de' centri ; ma nella soluzione presente (*fig.* 205) i due bocciuòli hanno cominciato a toccarsi ed a spingersi prima di venire nelle posizioni DTF, ETH, e con un poco di attenzione si vedrà che il loro contatto ha dovuto cominciare in *a*, quando l'origine D del primo bocciuòlo passava per questo punto, e che nel muoversi delle due ruote questo contatto viene cangiando luogo sui perimetri dei due bocciuòli, ma cade sempre in qualche punto della retta GG', fintantochè l'origine E del secondo bocciuòlo sia giunta in *b*. Ora mentre l'origine D passa da *a* in D, i due circoli di base descrivono archi eguali tra loro ed eguali ad *a*T come abbiamo dimostrato ; e similmente mentre il secondo bocciuolo passa da

E in b, i due circoli di base descrivono archi eguali tra loro ed eguali a Tb: dunque dall'istante in cui i bocciuòli cominciano a toccarsi in a, fino all'istante in cui si abbandonano in b, i due circoli di base descrivono ciascuno un arco eguale ad aT più bT, cioè eguale a tutta la retta ab. Di più si ha manifestamente

$$Ta : Tb :: Aa : Bb,$$

e quindi ancora

$$Ta : Tb :: AT : BT;$$

dunque nella trasmissione equabile del movimento rotatorio per via di bocciuòli fatti ad evolvente di circolo, l'*arco di azione* si estende di qua e di là della linea dei centri, e la lunghezza totale di quest'arco misurata sulle circonferenze dei circoli di base è eguale alla lunghezza della comune tangente ab a questi circoli. Chiamando *arco di accesso*, e *arco di recesso* le due porzioni dell'arco di azione, descritte, la prima mentre il punto di contatto passa da a in T, la seconda mentre questo punto passa da T in b, si conchiude dalla seconda delle proporzioni che precedono, che l'arco di accesso sta all'arco di recesso, come il raggio primitivo della ruota conduttrice sta al raggio primitivo della ruota condotta.

Affinchè però si verifichi questa proposizione è necessario che i bocciuòli abbiano una sufficiente lunghezza, la quale si determinerà così: centro in A raggio Ab si descriva l'arco bF fino all'incontro del bocciuòlo della ruota A: centro B, raggio Ba si descriva l'arco aH sino all'incontro del bocciuòlo della ruota B: i punti F, H saranno le estremità dei due bocciuòli.

La forma di ciascuna delle curve DF, EH dipende unicamente dal raggio del circolo di cui essa è la evolvente, e niente affatto dal raggio dell'altro circolo, nè dalla distanza dei due centri A,B. Così, se dopo aver costrutti i due boc-

ciuòli nel modo indicato, noi allontaneremo alquanto più una ruota dall'altra, portando il centro B in *b* (*fig.* 206) le due ruote non lascieranno perciò di condursi equabilmente come prima : la linea di azione GG′ passerà in *gg′*, e invece di tagliare la linea dei centri in T, la taglierà in *t* : ma i due segmenti A*t*, *tb* saranno sempre proporzionali ai raggi dei due circoli di base, e la ragione delle velocità angolari delle due ruote sarà sempre la reciproca dei loro raggi.

Per la medesima ragione dell'essere ciascun bocciuòlo descritto in modo affatto independente dal raggio della ruota con la quale dee fare incastro , si vede che due ruote qualunque potranno sempre convenientemente accoppiarsi, senza che sia necessario, come nelle due prime soluzioni, che l'una ruota sia stata appositamente costrutta per affarsi con l'altra.

Soluzione quarta (*fig.* 207). Uno stesso circolo di raggio qualunque *b*T si faccia rotare successivamente sulla convessità del circolo primitivo della ruota conduttrice AT, e nella concavità del circolo primitivo della ruota condotta BT : esso genererà l'*epicicloide* TF, e l'*ipocicloide* TH. Si fissi alla ruota conduttrice un bocciuòlo col contorno formato secondo la prima curva : ed alla ruota condotta un regolo col filo scavato secondo la forma della seconda curva: dico che il bocciuòlo sospingendo il regolo, il moto si trasmetterà con ragione costante tra le velocità angolari delle due ruote, come nelle precedenti soluzioni.

Infatti quando le due curve saranno giunte nelle rispettive posizioni *tf*, *nh* esse incontreranno entrambe il circolo generatore od epiciclo *b*T nel medesimo punto *m*, poichè gli archi T*t*, T*n* saranno entrambi eguali all'arco T*m* : poi, per la proprietà delle curve epicicloidali, la comune normale alle due curve in questo punto passerà costantemente pel punto di contatto T dei due circoli primitivi, onde ecc.

Se il raggio dell'epiciclo si supporrà eguale al raggio

della ruota condotta, si ricadrà così sulla prima soluzione; se si supporrà eguale alla metà del raggio della ruota condotta, si ricadrà sulla soluzione seconda, e se il medesimo raggio si supporrà infinito, l'epiciclo si confonderà con una linea retta, e si ritroverà la soluzione quarta. Se l'arco di azione debb'essere eguale a TL, disegnando in LKh la corrispondente posizione del regolo TH, e dai rispettivi centri A, B, coi raggi AK, BK descrivendo gli archi circolari KfF, KI, questi limiteranno le lunghezze utili TF del bocciuòlo, e TI del regolo.

Soluzione quinta (*fig.* 208). Una curva qualunque Tmq, si faccia successivamente rotare pel medesimo verso sulla convessità del circolo primitivo della ruota AT, e nella concavità del circolo primitivo della ruota BT, cosicchè ne nascano la curva epicicloidale TF, e la curva ipocicloidale TH. Fermando alle due ruote un bocciuòlo ed un regolo tagliati secondo queste due curve, il moto si trasmetterà da una ruota all'altra con la stessa ragion costante tra le velocità angolari, che avrebbe luogo se i circoli primitivi si menassero pel solo attrito delle loro circonferenze. Ciò si dimostra come per le quattro precedenti soluzioni.

Questa soluzione, più generale delle quattro che precedono, le comprende tutte: poichè quando la curva generatrice sarà un circolo, essa coinciderà con la quarta soluzione, che contiene, come abbiamo veduto, le tre prime.

Invece di assumere arbitrariamente la curva generatrice, e di costruir poi quelle dei due bocciuòli, sarà più comodo in pratica il darsi ad arbitrio la forma di uno dei bocciuòli, e cercare la curva conveniente per l'altro, il che potrà farsi semplicissimamente così:

Si taglino due assicelle APp, BQq (*fig.* 209) in forma di settori dei due circoli primitivi, e si dispongano in modo che possano girare intorno a' loro centri rispettivi, menandosi per l'attrito delle loro circonferenze. Sopra una delle assicelle si fermi la sagoma LDF tagliata secondo il con-

torno curvilineo DF che si vuol dare ai denti della ruota A, e si procuri che tra il piano dell'assicella e quello della sagoma possa liberamente passare un cartoncino GHIL fermato sull'altra assicella. Si faccia allora girare l'assicella A, e con essa per conseguenza anche la B, ed in molte successive e poco diverse posizioni dei due settori, si segni sul cartoncino la traccia del contorno DF, facendo scorrere lunghesso la punta di un toccalapis bene aguzzato. Si avranno così sul cartoncino molte curve che si taglieranno due a due: si descriva una curva EH che sia tangente a tutte queste, la qual cosa si farà assai facilmente, quando esse sieno abbastanza numerose: la curva così disegnata sarà la figura richiesta pel contorno del dente o bocciuòlo da fermare sulla ruota B.

Geometricamente poi si procede così: siano AMB, CMD (*fig.* 210) due archi delle circonferenze primitive delle due ruote, che si toccano in M, e sia EMF la curva data del dente della ruota AB. A destra e a sinistra del punto di contatto M, si segnino sopra ambe le circonferenze i punti equidistanti 1, 2, 3, 4 . . . , 1', 2', 3', 4' . . . , I, II, III, IV . . . , I', II', III', IV' . . . . Fatto centro in 1 si apra il compasso finchè l'altra sua punta descriva un arco di circolo tangente alla curva MF, e con la medesima apertura di compasso fatto centro in 1' si descriva l'arco aa': similmente, fatto centro in 2 si apra il compasso finchè l'altra sua punta venga a descrivere un arco tangente alla curva MF, e con la medesima apertura fatto centro in 2' si segni l'archetto $a'a''$; e successivamente si segni nello stesso modo l'archetto $a''a'''$. . . Si passi poi dall'altra parte di M, e tenendo sempre la stessa regola si descrivano gli archetti di circolo bb', $b'b''$, $b''b'''$, $b'''b^{iv}$ . . . . Se si farà una curva che sia tangente a tutti gli archi così descritti, sarà questa la forma conveniente pel dente della ruota CD, affinchè essa sia equabilmente condotta, dal dente dato EF.

SUNTO

DELLA

LEZIONE TRENTUNESIMA.

Applicazione delle soluzioni precedenti alla costruzione delle ruote dentate.

SOLUZIONE PRIMA

Per amor di semplicità noi abbiam sempre supposto nella Lezione passata che ciascuna ruota dovesse portare un bocciuòlo solo: ora se così fosse veramente, la ruota conduttrice non potrebbe mai sospingere la ruota compagna più che per un certo tratto, od arco, che abbiam chiamato *arco di azione*, e di cui abbiamo insegnato a determinare l'ampiezza: al di là di quest'arco, sfuggendo la ruota condotta dal contatto del bocciuòlo conduttore, ogni comunicazione di moto cesserebbe tra le due ruote, ed esse sarebbero per conseguenza inette a trasmettere un moto continuo di rotazione. A ciò si provvede col dare a ciascuna ruota più bocciuòli o denti (e *denti* li chiamerem sempre in avvenire), anzi tanti che all'istante in cui una coppia di essi sta per isfuggire dal contatto, un'altra coppia tosto succeda a quella, e rinnovi l'azione, sospingendo la ruota condotta per un novello arco, e così senza fine.

Abbiam supposto di più che il movimento della ruota conduttrice dovesse farsi sempre pel medesimo verso, come per es. da sinistra a destra, e che non fosse mai per oc-

correre di dover far dare indietro alle ruote: con questo supposto ci bastava tagliare un lato solo di ciascun bocciuòlo secondo l'andamento di una delle curve prescritte, poichè esso doveva sempre toccare il bocciuòlo opposto da una parte sola. Ma se vorremo, come è affatto conveniente, che ogni ruota possa indifferentemente girare e trasmettere il movimento alla ruota vicina, tanto per un verso come per l'altro, i due lati del dente dovranno entrambi avere la conveniente figura, determinata in uno de' modi insegnati. La Lezione presente avrà per oggetto d' indicare ordinatamente la serie delle operazioni grafiche da farsi per ottenere un compiuto disegno di un incastro di ruote dentate conforme alla prima soluzione della Lezione precedente: dico un disegno tale da poterlo mettere fra le mani di un operaio intelligente, cui altro non resti da fare che da copiarne esattamente tutte le parti.

La prima cosa, dati i centri delle due ruote ed i numeri dei giri ch'esse debbono fare nello stesso tempo, sarà di determinarne i *raggi primitivi*, dividendo la linea o distanza dei centri in due parti reciprocamente proporzionali ai dati numeri di giri, e di determinar quindi i numeri dei denti delle due ruote. Già abbiam notato altra volta che il dente di una ruota dovendo entrar nel vano tra due denti dell'altra, la somma delle larghezze di un dente e di un vano debb'essere la stessa nelle due ruote, e che questa somma è ciò che si chiama un *passo*. Il numero de' passi contenuti nella circonferenza è dunque eguale al numero dei denti, e quando due ruote fanno incastro, i numeri de' loro denti sono proporzionali alle lunghezze delle loro circonferenze, e per conseguenza sono proporzionali ai loro raggi. Descritte adunque le due circonferenze primitive, ciascuna di esse si dividerà in tante parti eguali, quanti denti dee aver la ruota: queste parti riusciranno eguali sopra i due circoli primitivi, e formeranno la lunghezza del passo.

Ogni passo dovrà dividersi ancora in due parti eguali o diseguali, una delle quali sarà la grossezza del dente, e l'altra la larghezza del vano. — I denti delle due ruote avendo a fare eguale sforzo, essi dovranno essere egualmente robusti e per conseguenza si faranno di grossezza eguale se sono della stessa materia, diseguale se sono di materie differenti, essendo manifesto che la ruota di materia men resistente dovrà avere i denti più grossi.

Se fosse possibile tagliare i denti con perfetta accuratezza, basterebbe che la larghezza di ogni vano fosse precisamente eguale alla grossezza del dente che in esso dee entrare: ma questa rigorosa esattezza non è possibile in pratica, epperciò il vano dee farsi un po' più largo di quel che sia grosso il dente, ed è regola ricevuta presso i pratici, quand'essi debbono far incastrare due ruote della medesima materia, di dividere il passo in undici parti eguali, e di prenderne poi cinque per la grossezza del dente, e sei per la larghezza del vano. La stessa regola potrà valere anche per le *lanterne*, facendo il diametro del fuso eguale a $\frac{5}{11}$ del passo, purchè il fuso non sia troppo lungo: se no bisognerà accrescerne il diametro.

Supponiamo appunto che debba disegnarsi un incastro di una ruota con una lanterna; varrà qui la prima soluzione, e per camminare per gradi nel farne l'applicazione, noi trascureremo dapprincipio la grossezza dei fusi, considerandoli come semplici linee matematiche: ci sarà facile appresso il correggere il nostro disegno in modo da tener conto del diametro del fuso.

Sieno A, B (*fig.* 211 e 212) i centri della ruota e della lanterna: DTE, GTL le loro circonferenze primitive: gli archi DT, TE, eguali tra loro ed a GT, TL, ed eguali al *passo*: sieno finalmente G, T, L, ecc. i punti della periferia della lanterna ove son fitti i fusi. Si faccia rotare il circolo BGL sul circolo ADE; il punto T descriverà l'arco di epicicloide

TKr: dal punto E, distante un passo da T, si descriva un' altro arco eguale di epicicloide EK, ma volto dalla parte contraria fino all'incontro K con TK: sarà TKE il cercato profilo del dente della ruota, e ripetendolo in THD, e tante altre volte, quanti sono i passi sulla circonferenza ETD, si sarà disegnata la dentatura di una ruota atta a condurre equabilmente la lanterna GTL.

Affinchè però il moto non soffra interruzione è necessario che all'istante in cui un dente della ruota abbandona il fuso corrispondente della lanterna, un altro dente aggrappi od abbia già aggrappato un altro fuso: ora il dente TKE abbandonerà evidentemente il fuso L quando questo sarà giunto in O dove la circonferenza descritta dalla punta K del dente incontra la circonferenza primitiva della lanterna: bisogna dunque che quando il fuso L giungerà in O, il fuso seguente sia già arrivato in T sulla linea dei centri; bisogna cioè che l'arco di azione TO sia maggiore del passo TL, come appunto succede nella figura 211. Ma se si volesse diminuir di molto il numero dei denti della ruota, o quello dei fusi della lanterna, potrebbe avvenire che questa condizione non fosse più adempiuta, e l'incastro allora sarebbe inetto a comunicare un moto continuo di rotazione: così per esempio, se con un rocchetto di quattro denti (*fig.* 212) si volesse condurre una lanterna di cinque fusi, l'arco di azione TO riuscirebbe minore del passo TL, e il fuso L sfuggirebbe dal morso del dente EKT, prima che il fuso seguente T fosse giunto nella linea dei centri, e potesse essere sospinto dal dente TMD.

Questa osservazione ci porta a concludere che non è permesso di diminuire oltre a un certo segno i numeri dei denti delle ruote e dei fusi delle lanterne, e la costruzione grafica ora insegnata basterà a riconoscere in ogni caso se i numeri assunti sieno bastanti per assicurare la continuità del movimento. Sarà tuttavia più comodo per risparmiar la pena di procedere per via di tentativi, il ricorrere alla tavola

che qui riferiamo, nella quale son notati i minimi numeri di denti e di fusi che si possano efficacemente combinare tra loro. Si vede, per esempio in questa tavola, che niun numero di denti potrà essere bastante a condurre una lanterna di tre soli fusi: ma che una ruota di 16 denti potrà mantenere in giro una lanterna di 4 fusi, e che con sei denti soli si potrà menare una lanterna di un pari numero di fusi, e così si dica di tutti gli altri casi.

Tavola prima.

Ruota a sprone conduce una lanterna co' fusi infinitamente sottili.

Minimo numero dei	
Fusi della lanterna.	Denti della ruota.
3	impossibile
4	16
5	10
6	6
8	5
12	4

Le regole finquì esposte non sono immediatamente applicabili, perchè in esse si trascura la grossezza dei fusi supponendoli pure linee matematiche, mentre essi debbono necessariamente essere cilindri di diametro sensibile: ma è facile di compiere queste regole e di adattarle ai bisogni della pratica.

Sia (*fig.* 211) QTP il diametro che si vuol dare ai fusi: da diversi punti n, n', n'', n''', ... , della curva TH precedentemente determinata si descrivano nell'interno del dente tanti archetti di circolo con raggio eguale al raggio

TP del fuso, e si segni la curva PM tangente a tutti questi archi; lo stesso si faccia per tutti gli altri denti: poi nei punti D, T, E .... sempre col medesimo raggio TP o con raggio pochissimo maggiore si descrivano le mezze circonferenze P'R'Q', PRQ, P''R''Q'' ....: si avrà così il vero contorno della ruota.

Quanto è maggiore il diametro dei fusi e tanto più ne resta diminuita la grossezza del dente e la sua lunghezza, onde viene a diminuirsi anche l'ampiezza dell'arco di azione, e si fa necessario aumentare il numero dei denti della ruota e quello dei fusi della lanterna, al di là di quel che sarebbe bastante se i fusi non avessero diametro sensibile: si troverà alla pagina 218 una tavola del minor numero di denti che possa impiegarsi, quando il diametro dei fusi si fa eguale alla metà del passo. Questa tavola suppone che si conservi al dente tutta la lunghezza che risulta dalle operazioni grafiche sopra insegnate, e che per conseguenza egli termini in uno spigolo aguzzo: ma così conformato esso sarebbe troppo debole, e in breve tempo si logorerebbe mettendo la ruota fuori d'uso. Sarà dunque bene in pratica di far sempre il numero dei fusi e de' denti maggiore di quel che porti la nostra tavola, e di troncarne poi la punta, riducendoli così alla lunghezza necessaria (1).

La epicicloide si cangia in cicloide, quando il circolo deferente si cangia in linea retta, e diviene una evolvente di

(1) Nell'incastro di una ruota di otto denti con una lanterna di sei fusi, rappresentato nella *fig.* 211, l'arco di azione TO è maggiore del passo TL, quando il fuso si suppone di diametro nullo od insensibile: ma quando all'incontro il fuso ha il diametro PQ eguale alla metà del passo, l'arco di azione si ristringe e divien minore di TL. Si dee osservare infatti che quantunque sulla figura la punta N del dente QNP'' tocchi ancora la periferia del fuso L che si trova alla distanza di un passo dalla linea dei centri, tuttavia la curva P''N che è quella che dee condurre il fuso equabilmente, ha cessato già alquanto prima di essere tangente alla periferia di esso, cioè che l'arco di azione è veramente minore del passo.

circolo, quando si muta in linea retta il circolo generatore od epiciclo. Quindi segue, che quando una dentiera rettilinea (*fig.* 214) dovrà condurre una lanterna, il contorno dei denti della dentiera sarà formato di due archi della cicloide generata dal circolo primitivo della lanterna: e che quando un rocchetto ad ali dovrà condurre una rastrelliera (*fig.* 215), la curva del dente del rocchetto si otterrà descrivendo la evolvente del suo circolo primitivo.

Le lanterne erano generalmente impiegate quando i meccanismi si soleano costruire di legname: or che i metalli son quasi interamente ad esso sottentrati, esse vanno meritamente cadendo in disuso, malgrado la semplicità della loro costruzione, pei gravi inconvenienti cui vanno soggette, come tosto spiegheremo. Posson però impiegarsi ancora con vantaggio nella costruzione delle ruote annulari, facendo che una ruota dentata meni internamente una lanterna come nella figura 215, oppure che una ruota annulare a piuòli sia condotta da un rocchetto interno come nella figura 216. In entrambi i casi la curva del dente si descriverà facendo rotare il circolo primitivo della ruota condotta sul circolo primitivo della ruota conduttrice e terminando la costruzione nel modo che abbiamo insegnato per tener conto della grossezza dei fusi. Occorre però una importante osservazione in ordine alla differenza che passa tra le ruote a sprone e le ruote annulari: nelle prime le due circonferenze primitive che sono a contatto si allontanano tanto meno rapidamente l'una dall'altra di qua e di là dal punto ove si toccano, quanto sono maggiori i raggi di entrambe le ruote, e quindi l'arco di azione è tanto più esteso, e le ruote si conducono tanto meglio quanto è maggiore in entrambe il numero dei denti. Ma esaminando attentamente la figura di un'incastro annulare, si scorgerà facilmente che le ruote si condurranno tanto meglio e più lontano, cioè per un più esteso arco di azione, quanto sarà più grande la ruota interna, e più piccola la ruota esterna, poichè tanto meno si sco-

steranno l'una dall'altra le due circonferenze di qua e di là del loro punto di contatto. Quindi è che nella tavola relativa alle ruote a sprone, dato il numero dei denti di una delle due ruote, si troverà notato accanto il *minimo* numero dei denti che possa avere la ruota compagna: ma nelle tavole relative alle *ruote annulari* accanto al numero dei denti della ruota interna sarà notato il *massimo* numero di denti che sia permesso di dare alla ruota *esterna*. Nel far uso adunque di queste tavole, per le ruote a sprone si potrà, e generalmente si dovrà accrescere il numero dei denti tanto dell'una come dell'altra ruota: ma per le ruote annulari converrà o accrescere il numero dei denti della ruota interna, o diminuire il numero dei denti della ruota esterna.

Tavola seconda.

Ruota a sprone che conduce una lanterna.
Fusi eguali alla metà del passo.

NB. *Una lanterna di quattro fusi non può mai essere condotta da veruna ruota per grande che sia il numero de' suoi denti.*
Un rocchetto di tre ali non può mai condurre nessuna lanterna per grande che sia il numero de' suoi fusi.

Numero dei fusi della lanterna	Minimo numero di denti della ruota conduttrice
5	25
6	12
7	9
8	8
9	7
10	6
13	5
25	4

TAVOLA TERZA.

Rocchetto a sprone mena una ruota annulare a piuòli.

Numero di ali nel rocchetto	Massimo numero di fusi o piuòli nella ruota
2	6
3	30
4	qualunque numero

TAVOLA QUARTA.

Ruota annulare dentata conduce internamente una lanterna.

NB. *Nessuna ruota può condurre una lanterna di soli due o tre fusi.*

Numero dei fusi della lanterna	Massimo numero di denti della ruota
4	34
5	qualunque numero

Io porrò fine alla Lezione presente con due osservazioni che faranno comprendere perchè i meccanici mostrino di fare così poca stima delle lanterne. La prima osservazione consiste in ciò, che mentre il dente Q'MP della ruota conduttrice (*fig.* 211), passa in QNP'' e sospinge il fuso da T in L, il punto del loro scambievole contatto, che da principio era in P alla radice del dente, si viene grado grado trasportando fino alla sua punta in N, e percorre così sul perimetro del dente tutta la lunghezza dell'arco PM: ma sulla periferia del fuso il movimento del punto di contatto è molto meno esteso, cioè il dente tocca sempre il fuso

press' a poco nello stesso punto. Il dente adunque soffregando sul fuso opera quasi a modo di sega o meglio di lima, e in pochissimo tempo lo rode e lo consuma, e per conseguenza ne altera la figura, e allargando lo spazio che corre tra un fuso e l'altro, dà luogo ad un *gioco* da cui nascono poi continue e nocevoli scosse e traballii, come facilmente può ognuno riconoscere ne' mulini da grano, ed in altri simili grossolani meccanismi.

L'altra osservazione ci tratterrà un po' più lungamente. Tenendo dietro con attenzione alle posizioni successive che prendono il dente della ruota conduttrice e il fuso della lanterna, si vedrà senza pena che il loro contatto comincia all'istante in cui il centro del fuso si trova sulla linea AB dei centri delle ruote, e non prima: cioè a dire che il dente non esercita azione alcuna sul fuso prima di esser giunto sulla linea dei centri, od altrimenti ancora, che l'arco d'azione è tutto oltre alla linea dei centri, è tutto arco di *recesso* e che non vi ha nissun arco di *accesso*.

Ma se noi volessimo che la lanterna diventasse essa la ruota conduttrice, e che la ruota a sprone fosse per conseguenza la ruota condotta, succederebbe manifestamente tutto il contrario: il fuso aggrapperebbe il dente assai prima di giungere alla linea dei centri, lo condurrebbe fino a questa linea e poi lo abbandonerebbe: cosicchè l'arco di azione non si estenderebbe al di là di quella linea, cioè non vi sarebbe arco di recesso, e l'arco intiero di azione sarebbe arco di accesso.

Ora, è fatto di cui renderemo ragione nella seconda parte del nostro corso quando tratteremo espressamente degli attriti, che il fregamento il quale si svolge fra i denti delle ruote prima della linea dei centri, è incomparabilmente più dannoso alla dolcezza del movimento ed alla durata delle ruote, che quello che ha luogo dopo che i denti hanno oltrepassata quella linea. Può anzi avvenire in alcuni casi che l'attrito innanzi alla linea dei centri sia bastante a rendere

il movimento affatto irregolare e saltellante, od anche ad arrestarlo del tutto. È dunque sempre conveniente di fare per quanto è possibile che l'arco di accesso sia assai breve, e che le due ruote interamente o quasi interamente si conducano dopo la linea dei centri: e da ciò è facile conchiudere, che se l'uso delle lanterne può essere permesso quand'esse debbon servire come ruote condotte, esse sono assolutamente intollerabili come ruote conduttrici.



[illegible]

SUNTO

DELLE LEZIONI

TRENTADUESIMA E TRENTATREESIMA.

Costruzione delle ruote dentate.

SOLUZIONE SECONDA

La seconda delle soluzioni date nella lezione 30ª per la descrizione dei denti delle ruote, suppone che quelli della ruota cedente sieno terminati da linee rette condotte secondo i raggi di essa, e che i bocciuòli di cui è armata la circonferenza della ruota movente trasmettano il movimento alla prima ruota, premendo col loro lembo curvo quelle linee rette. Acciocchè meglio s'intendano le cose che siamo per dire intorno al modo di applicare quella soluzione ai bisogni della pratica, noi seguiremo lo stesso metodo che abbiamo tenuto nella lezione precedente, e supporremo a principio che i denti della ruota condotta non abbiano assolutamente nissuna grossezza sensibile, ma sieno pure linee matematiche convergenti nel centro: poi mostreremo come vadano corrette le conseguenze cui saremo condotti, a fin di tener conto della grossezza che i denti di necessità debbono avere per poter effettivamente servire alla trasmissione del moto.

Sieno A, B (*fig.* 217) i centri delle due ruote, AT il raggio primitivo della ruota conduttrice, BT quello della ruota condotta. Sulle circonferenze primitive di qua e di là del punto T di contatto, si portino le distanze eguali al passo DT, TE, ecc., GT, TL, ecc., ed ai punti G, T, L, ecc.,

della circonferenza della ruota condotta si tirino i raggi BG, BT, BL, ecc. Si concepisca la ruota condotta formata di un'anima circolare *t*B*s*, di raggio B*t*, minore del raggio primitivo BT, e armata su tutto il suo contorno ad eguali intervalli di palette piane *g*G, *t*T, *l*L, ecc., senza spessezza sensibile, e tra le quali debbono incastrarsi i denti conduttori. Per descrivere poi il contorno di questi denti, fatto centro in *b* alla metà del raggio BT, si segni la circonferenza B*o*T di diametro BT, e questa circonferenza si faccia rotare sulla circonferenza primitiva TEF in modo che il punto che era a principio in T si muova descrivendo l'arco epicicloidale TK: sarà questo la cercata curva del dente conduttore, e disegnando in EK un arco eguale ma volto in senso contrario, i due archi TK, EK col loro concorso in K daranno il profilo intiero del dente, il quale si ripeterà poi tante volte quanti sono i passi CD, DT, TE, EF ecc. sulla circonferenza primitiva della ruota conduttrice.

Abbiamo dimostrato a suo luogo che il contatto tra la curva E*m*K, ed il raggio che essa sospinge, si fa sempre in un punto della circonferenza dell' epiciclo B*m*T: quando adunque col girar della ruota conduttrice la punta K del suo dente sarà passata in *o*, il contatto avrà luogo in questo punto medesimo, e il dente sarà sul punto di abbandonare la paletta *l*L dopo di averla fatta passare dalla sua posizione primitiva *t*T, alla posizione *r*O: l'arco TO della circonferenza primitiva della ruota condotta è quello che abbiamo chiamato l'arco *di recesso* del dente, e siccome nella nostra figura quest'arco è maggiore del passo TL, si vede che prima che il dente TKE abbandoni la paletta BL, un'altro dente TK'D della ruota conduttrice sarà arrivato nella linea dei centri, ed avrà aggrappata un'altra paletta della ruota condotta, epperò il moto si trasmetterà in maniera continua da una ruota all'altra: il dente infatti è più lungo del bisogno, e si potrà senza nuocere alla continuità del movimento mozzarne la punta, per mezzo di una circonferenza de-

scritta dal centro A, la quale passi pel punto *m* dove la curva del dente tocca la paletta *lL*, quando questa si trova alla distanza di un passo dal punto di contatto: la figura 217 rappresenta i denti della ruota conduttrice così mozzati.

Il punto di contatto tra il dente e la paletta cambia continuamente luogo sull'uno e sull'altra mentre questi si allontanano della linea dei centri AB: e non è difficile dalle cose dette di raccogliere, ch'esso si trasporta successivamente da E fino in *m* sulla curva del dente, e da L fino in *m* sulla faccia della paletta: questi due spazi sono disuguali, epperò l'attrito del dente sulla paletta non è semplice attrito di sviluppo, ma bensì della natura di quelli che nella lezione nona abbiamo chiamati attriti di *scorrimento*.

Risulta ancora dalla stessa osservazione che la sola parte della paletta che serva alla trasmissione del moto è quella che sporge al di fuori della circonferenza descritta dal centro B con raggio B*m*: poichè la curva del dente mai non tocca la paletta al di là di questo punto *m*: tuttavia perchè la punta del dente possa muoversi liberamente senza inciampare nell'anima solida della ruota condotta, è necessario che il raggio di questa sia minore di B*i*, essendo *i* il punto dove la circonferenza descritta dalla estremità dei denti incontra la linea dei centri BTA.

Nella nostra figura la ruota conduttrice ha quindici denti, e la ruota condotta dodici palette: in questo caso, come abbiam veduto, il moto non solamente si può trasmettere in maniera continua, ma non è neppur necessario perciò di conservare tutta l'intiera lunghezza del dente. Si potrebbe dunque ancora lo stesso rocchetto di dodici palette mettere in moto per via d'una ruota che avesse meno di quindici denti: ma chi vorrà farne la prova, troverà che l'arco di azione cesserà di essere eguale al passo, tostochè il numero dei denti della ruota conduttrice si farà minore di sei. La tavola seguente mostra quali sieno i più piccoli numeri

di denti e di palette che possano combinarsi insieme, con un arco di azione maggiore del passo od almeno eguale.

TAVOLA PRIMA.

Denti condotti senza grossezza sensibile.
Arco di recesso eguale al passo.

Minimo numero di

	Denti della ruota conduttrice	Palette della ruota condotta	
Rocchetto	3	una infinità (dentiera)	
Rocchetto	4	24	Ruota
Rocchetto	5	16	Ruota
Rocchetto	6	12	Ruota
Rocchetto	7	12	Ruota
Rocchetto	8	11	Ruota
Rocchetto	9	10	Ruota
Rocchetto	10	10	Ruota
Ruota	12	9	Rocchetto
Ruota	16	8	Rocchetto
Ruota	36	7	Rocchetto

Riprendiamo ora da capo questa soluzione, correggendo la supposizione primitiva che le palette non abbiano grossezza sensibile: ammettiamo anzi che le due ruote essendo della medesima sostanza, e dovendo essere egualmente robuste, i denti della ruota condotta debbano avere una grossezza eguale a quella de'denti della ruota conduttrice, e per conseguenza eguale alla metà del passo. Avendo dunque segnati sulle circonferenze delle due ruote A, B (*fig.* 218) gl'intervalli GT, TL ecc., DT, TE ecc., eguali al passo, divideremo ciascuno di questi intervalli in due parti eguali

ne'punti *g*, *t*, ecc. *d*, *e*, ecc. e così sulla circonferenza della ruota conduttrice A saranno *d*T, *e*E, ecc. le grossezze dei denti, D*d*, T*e*, ecc. le larghezze de'vani: e sulla circonferenza della ruota condotta B le grossezze de'denti saranno G*g*, T*l*, ecc., e le larghezze de'vani *g*T, *t*L, ecc.

Pei punti di divisione G, *g*, T, *t*, L, ecc., si conducano tanti raggi GB, *g*B, TB, *t*B, LB, ecc. e questi c'indicheranno le direzioni de'fianchi de'denti della ruota condotta, de'quali fra poco impareremo a limitare la lunghezza T*i*. Descritto poi il circolo BT*o* di diametro eguale al raggio della ruota condotta si faccia rotare questo circolo sulla circonferenza della ruota conduttrice, in modo ch'esso generi l'arco epicicloidale T*r*, e si descriva l'arco eguale ed opposto *dr*: sarà *dr*T il profilo della costa del dente della ruota conduttrice, il quale dovrà poi ripetersi tante volte quanti sono i denti della ruota A, in *cu*D, *e*KE, *fv*F, ecc.

Abbiam detto testè che avremmo insegnato a limitare la lunghezza dei fianchi della ruota condotta B. Ora è manifesto che essendo *r* la punta del dente conduttore, se dal centro A, con raggio A*r*, descriveremo un'arco di circolo *ri*, il punto *i* nel quale quest'arco incontrerà la linea dei centri AB c'indicherà la massima profondità che sia necessario di dare ai vani della ruota condotta, perchè la punta *r* del dente *dr*T possa muoversi liberamente in quel vano: onde segue che la lunghezza de' fianchi della ruota condotta non dovrà certamente essere maggiore di T*i*, e potrà limitarsi descrivendo dal centro B una circonferenza di circolo col raggio B*i*.

Ma rigorosamente parlando non è neppur necessario che i fianchi abbiano tutta questa lunghezza T*i*. Infatti il punto di contatto tra la costa del dente conduttore ed il fianco del dente condotto essendo sempre in qualche luogo della circonferenza descritta sul diametro BT, questo punto di contatto all'istante in cui i denti si abbandoneranno, si troverà in *o*, nell'intersezione della circonferenza di diametro BT, e della circonferenza *ri*K descritta dal centro A con raggio

Ar : il punto di contatto dei due denti non potrà dunque mai avvicinarsi al centro B più che alla distanza B*o*, e quindi dal centro B con raggio B*o* descrivendo una circonferenza di circolo, questa limiterà le lunghezze T*n*, *gp*, ecc. de' fianchi della ruota condotta, ed il vano, all'interno di questa circonferenza, si potrà terminare con un contorno curvo qualunque, purchè lasci una sufficiente libertà al movimento della punta del dente della ruota conduttrice.

Si può osservare intanto che per ingrossare i denti della ruota condotta, si sono dovuti assottigliare d'altrettanto quelli della ruota conduttrice, i quali riuscendo perciò anche men lunghi, diventano incapaci di condurre i denti della prima ruota alla medesima distanza cui li conducevano quando questi non avevano grossezza sensibile : così l'arco di recesso TO che nella *fig.* 217 era un po' maggiore del passo TL, nella *fig.* 218 è invece un po' minore del passo. Dal che risulta che con la disposizione di quest'ultima figura la ruota A non potrebbe condurre la B in modo continuo e regolare. Ricercando qui nuovamente i minimi numeri di denti che si possano dare alle due ruote perchè esse si conducano alla distanza di un passo dopo la linea dei centri si formerà la tavola seguente, che dovrà sostituirsi a quella della pagina 226.

TAVOLA SECONDA.

Denti eguali ai vani. Arco di recesso eguale al passo.

Minimo numero di denti della ruota

	Conduttrice	Condotta	
Rocchetto	5	impossibile	Ruota
	6	176	
	7	52	
	8	35	
	9	27	
	10	23	
	11	21	
	12	19	
	13	18	
	14	17	
	15	16	
Ruota	17	15	Rocchetto
	20	14	
	24	13	
	30	12	
	34	11	
	dentiera	10	

Dalla quale Tavola si vede che con denti così conformati non si potrà mai aver moto continuo e regolare, se la ruota conduttrice avrà meno di sei denti, oppure se la ruota condotta ne avrà meno di dieci: che una ruota di sei denti non ne potrà condurre una che ne abbia meno di 176: e che una ruota di dieci denti non potrà essere condotta regolarmente che da una ruota di un numero infinito di denti, cioè da una dentiera rettilinea.

Le ruote conformate al modo rappresentato nella *fig.* 218

avrebber dunque l'inconveniente di necessitare un numero grande di denti: ma esse ne avrebbero ancora un altro peggiore, cioè, che la ruota condotta non potrebbe cambiarsi in conduttrice e viceversa, senza che ne nascesse un'attrito molto notabile, e del medesimo genere di quello che si manifesta, quando si vuole impiegare una lanterna come ruota conduttrice (*vedi* LEZIONE 31ª pag. 220). Allora infatti il contatto dei due denti invece di cominciar solamente nella linea dei centri, comincierebbe prima ch'essi giungessero su questa linea, e cesserebbe all'istante in cui vi fossero giunti: cioè l'arco d'azione della ruota sarebbe *arco di accesso* invece di essere *arco di recesso*.

Per costruire due ruote che possano a vicenda ricevere il movimento e comunicarlo con egual regolarità e dolcezza, conviene che i denti di entrambe abbiano un fianco rettilineo ed una costa curvilinea, come quelle che veggonsi disegnate nella *fig.* 219: e non ci sarà difficile dopo tutto ciò che precede di descrivere la costruzione di queste ruote.

I centri delle due ruote sono in A, B; le loro circonferenze primitive sono C*c*D*d*T*e*E*f*F....., G*g*T*t*L*l*....., e si toccano in T. Gl'intervalli CD, DT, TE, EF....., GT TL...., sono eguali al *passo*, e sono divisi in due parti eguali nei punti *c*, *d*, *e*, *f*..... , *g*, *t*.....

Sul raggio TB della ruota condotta preso per diametro si descriva la circonferenza T*x*B*x'*, e facendo rotare questa circonferenza sul circolo primitivo CTF della ruota conduttrice siano generati gli archi epicicloidali eguali ed opposti T*r*, *dr*, che formeranno il profilo della costa del dente conduttore: dai punti *d*, T si tirino i raggi *d*A, TA che daranno le direzioni dei fianchi del dente medesimo, dei quali fra poco limiteremo la lunghezza. Le stesse costruzioni si ripetano in *e*KE, e successivamente tante volte, quanti sono i denti della ruota conduttrice.

Similmente sul raggio TA della ruota conduttrice preso per diametro si descriva il circolo T*y*A*y'*, e facendolo rotare

sul circolo primitivo GTL della ruota condotta sieno generati gli archi epicicloidali eguali ed opposti Tr', tr' che formeranno le coste del dente condotto, e si tirino i raggi TB, tB che ne formeranno i fianchi: le medesime costruzioni si ripetano in gK'G, e successivamente tante volte quanti sono i denti della ruota condotta.

Se si conservasse ai denti tutta la lunghezza risultante dalle costruzioni precedenti, cioè se si terminassero in punta aguzza ne' punti r, K . . . . , r', K' . . . . , la profondità dei vani capaci di riceverli, e di lasciar libero gioco al loro movimento, si determinerebbe facilmente segnando i punti h, h', dove la linea dei centri è incontrata dalle circonferenze che passano per la punta dei denti della ruota conduttrice e della ruota condotta, e descrivendo poi dai centri A, B due circoli co'raggi Ah', Bh. Nè più difficile sarebbe il determinare l'ampiezza dell'arco di azione: infatti, poichè il punto di contatto tra la costa del dente conduttore ed il fianco del dente condotto si trova sempre in qualche luogo della circonferenza BxTx', così all'istante in cui la punta K del primo dente è sul punto di abbandonare il fianco del dente opposto, essa dee trovarsi in o, e la ruota condotta ha descritto così l'arco TO dopo la linea dei centri, cioè TO è l'arco *di recesso*. Ma prima di arrivare alla linea dei centri, il fianco del dente conduttore comincia a spingere la costa del dente condotto, e il loro contatto dovendo trovarsi sempre in qualche luogo della circonferenza TyAy', questo contatto comincia tostochè la punta K' del dente condotto giunge in o' sopra questa circonferenza, epperò O'T è *l'arco di accesso*. L'arco di azione è eguale alla somma dell'arco di accesso O'T e dell'arco di recesso TO, ed ogni volta che questa somma riescirà notabilmente maggiore di un passo, non solamente si potrà, ma sarà pure opportuno troncare alquanto la punta de'denti, che così lunghi e aguzzi riescono soverchiamente deboli e facilmente si rompono e in breve si consumano. Se si voglia per esempio che l'arco

di recesso sia eguale a' due terzi o ai tre quarti di un passo, si porterà sulla circonferenza primitiva della ruota condotta e dopo la linea dei centri un arco TS di questa lunghezza, e condotto il raggio BS, si noterà il punto s dov'esso incontrerà la circonferenza $BxTx'$ di diametro BT, e fatto centro in A col raggio As si descriverà una circonferenza ZSZ' la quale segherà tutti i denti della ruota conduttrice alla voluta lunghezza. E similmente, sulla circonferenza della ruota conduttrice, innanzi alla linea dei centri, si porterà un arco TS' eguale all'arco di accesso che si vuol dare alle ruote, si noterà il punto s', dove il raggio AS' incontrerà la circonferenza $TyAy'$, e la circonferenza descritta dal centro B con raggio Bs' limiterà convenientemente la lunghezza dei denti della ruota condotta.

È manifesto che se la ruota B, che si è fin qui considerata come ruota condotta, diventasse invece ruota conduttrice, e la A fosse così la ruota condotta, l'arco di accesso si muterebbe in arco di recesso, e viceversa l'arco di recesso si muterebbe in arco di accesso, e l'arco totale di azione, eguale alla somma di que' due archi, non sarebbe nè accresciuto nè diminuito.

È manifesto egualmente, che co' denti mozzati come abbiamo detto non è più necessario di dare ai vani della ruota condotta tutta la profondità Th, nè a quelli della ruota conduttrice tutta la profondità Th': ma che a questi vani basteranno le profondità Ti, Ti', ond'essi potranno limitarsi mercè due circonferenze descritte dai centri B, A co' raggi Bi', Ai, come effettivamente si veggono segnati nella figura.

Ecco ora due Tavole estratte dall'opera più volte citata dal sig. Willis, e che fanno conoscere i minimi numeri di denti che si possono impiegare, quando l'arco di recesso è eguale ai tre quarti del passo, od ai due terzi di esso solamente.

Tavola terza.

Denti eguali ai vani.
Arco di recesso eguale ai tre quarti del passo.

Minimo numero dei denti delle ruote	
Conduttrice	Condotta
3	impossibile
4	35
5	19
6	14
7	12
8	10
10	10
12	9
16	8
31	7
impossibile	6

Tavola quarta.

Denti eguali ai vani.
Arco di recesso eguale ai due terzi del passo.

Minimo numero dei denti delle ruote	
Conduttrice	Condotta
2	impossibile
3	36
4	15
5	13
6	10
7	9
8	8
11	7
20	6
impossibile	5

Non è quasi necessario di aggiungere che le tre tavole seconda, terza, e quarta suppongono che i denti terminino in punta, cioè abbiano tutta la lunghezza data dall'incontro dei due archi epicicloidali che ne formano le coste. Se si vorrà che i denti sieno meno fragili, converrà poterne mozzare la punta nel modo che abbiamo insegnato, e allora i numeri di denti segnati nelle tavole non saranno più bastanti, e andranno per conseguenza accresciuti.

Nella costruzione de'grandi meccanismi ne'quali una somma accuratezza non è necessaria, si sogliono dare ai denti le dimensioni seguenti:

Grossezza del dente	$\frac{5}{11}$	del passo
Vano tra dente e dente	$\frac{6}{11}$	»
Sporto del dente oltre alla circonferenza primitiva.	$\frac{3}{10}$	»
Profondità del vano entro alla circonferenza primitiva	$\frac{4}{10}$	»

La *fig.* 220 rappresenta l'incastro di un rocchetto AT e di una dentiera CF capaci di menarsi a vicenda: la costruzione è la medesima che abbiamo insegnata finqui: ma una delle due circonferenze primitive, cioè quella della dentiera, essendo di raggio infinito, cioè essendo una retta CF, ne segue che la costa TK dei denti del rocchetto ha per profilo la evolvente del circolo primitivo OTS del rocchetto medesimo: e quindi, conforme abbiamo veduto trattando dei bocciuòli nella lezione 16ª, il punto di contatto di questa costa col dente della dentiera si trova sempre sulla linea primitiva CF di questa, cioè il dente della dentiera è sempre toccato nello stesso punto da quello del rocchetto. La costa T*r* del dente della dentiera è tagliata secondo la cicloide generata

dal circolo $AoTp$ di diametro eguale al raggio primitivo AT del rocchetto, girando sulla linea primitiva CF della dentiera.

La *fig.* 221 rappresenta l'incastro di un rocchetto interno TAS con una ruota annulare CTF; i denti della ruota si costruiscono ancora secondo la regola insegnata per le ruote a sprone, cioè la loro costa è formata da un arco d'ipocicloide descritta facendo rotare nella concavità della circonferenza primitiva CTF della ruota, un circolo $AoTp$ di diametro eguale al raggio primitivo AT del rocchetto.

La lunghezza del fianco e la profondità del vano del rocchetto si determinano secondo le regole date per le ruote a sprone: ma la costa Tr de'suoi denti si descrive facendo rotare la circonferenza primitiva CF della ruota sulla circonferenza primitiva TS del rocchetto, precisamente come se la ruota annulare fosse una ruota a caviglie (*v.* lezione 31ª). Segue da questa costruzione che il punto di contatto tra la costa del dente del rocchetto e il dente della ruota si trova sempre sulla circonferenza primitiva della ruota, e che i denti di questa non hanno fianco, propriamente parlando, ed in pratica possono avere un fianco di pochissima lunghezza. La profondità del vano si determinerà con la solita regola.

Qui pure come per le ruote annulari a caviglie l'arco di recesso è tanto più grande, quanto è maggiore il raggio del rocchetto, e quanto è minore il raggio della ruota. Quindi, se si vuole che l'arco di recesso abbia una certa ampiezza, non può si dare al rocchetto meno che un certo numero di denti, nè alla ruota più che un certo altro numero, come si vede nelle Tavole seguenti, nelle quali l'arco di recesso si suppone eguale al passo.

Tavola quinta.

Rocchetto interno mena una ruota annulare.
Grossezza del dente eguale al vano.
Arco di recesso eguale al passo.

Numero delle ali del rocchetto	Massimo numero dei denti della ruota
2	6
3	30
4	qualunque numero

Tavola sesta.

Ruota annulare mena un rocchetto interno.
Grossezza del dente eguale al vano.
Arco di recesso eguale al passo.

Numero delle ali del rocchetto	Massimo numero dei denti della ruota
6	impossibile
7	14
8	23
9	60
10	qualunque numero



SUNTO

DELLA

LEZIONE TRENTAQUATTRESIMA.

Costruzione delle ruote dentate; Soluzione 3ª
e ruote di Hooke o di White.

L'uso delle ruote a denti epicicloidali, di cui abbiamo ora minutamente insegnata la costruzione, va soggetto, come abbiamo altra volta osservato, ad alcune eccezioni, le quali costringono talora il macchinista a ricorrere a dentature diversamente conformate. È chiaro infatti che secondo i metodi svolti nelle ultime lezioni, la figura del contorno del dente di una ruota dipende non solamente dal raggio della ruota medesima, ma eziandio da quello della ruota con cui essa dee fare incastro. Da ciò segue, che una ruota intagliata come si conviene per accompagnarsi con un rocchetto di 10 denti, per esempio, non potrà mai fare giusto incastro con una ruota che abbiane 40 o 50; e viceversa, che una ruota che si affarebbe a quest'ultima, malamente si accompagnerebbe con quel rocchetto. Ora egli occorre sovente in pratica, che una medesima ruota, o successivamente, od anche nel medesimo tempo, debba comunicare il movimento a parecchie altre ruote sensibilmente, od anche notabilmente diseguali tra loro. Così nella *fig.* 222 la ruota TT′T″ mena nello stesso tempo le tre ruote diseguali B, B′, B″, e se noi supponiamo, per modo d'esempio, che queste sieno tre

lanterne, i denti della ruota motrice dovrebbero avere nello stesso tempo la figura delle tre epicicloidi T*m*, T'*m'*, T''*m''*, generate dalla rotazione dei tre circoli B, B', B'' sulla circonferenza TT'T'', la qual cosa è impossibile.

A questa difficoltà provveggono le tre ultime soluzioni indicate nella lezione 30ª, e particolarmente la terza, nella quale i denti di due ruote che fanno incastro sono conformati secondo le evolventi di due circoli detti *di base*, i quali hanno i loro raggi proporzionali a quelli delle circonferenze primitive delle due ruote: onde risulta che si possono convenientemente maritare due ruote così costrutte, quali che sieno i loro raggi, tanto solo che il passo sia lo stesso in entrambe, e la stessa sia pure la ragione del raggio primitivo al raggio della base.

Ecco ora brevemente il modo da tenersi nella costruzione di queste ruote.

Sieno A, B (*fig.* 225) i due centri, *d*TE, *h*TF le circonferenze primitive, che si toccano in T. A destra e a sinistra di questo punto, sulle due circonferenze si portino le distanze *d*D, D*t*, *t*T, T*e*, *e*E..., *h*H, HT, TG, G*f*, *f*F... tutte eguali tra loro ed alla metà del passo. Sulla circonferenza primitiva della ruota condotta BF*h*, si porti ancora l'arco TO eguale all'arco di recesso, il quale nella nostra figura si è supposto un po' minore del passo T*f*, ed al punto O si tiri il raggio BO: si tiri pure nella ruota conduttrice il raggio AO' parallelo a BO, e pel punto T si faccia passare la *a*T*b* perpendicolare ai due raggi AO', BO. Le due circonferenze R*ar*R', U*ub*U', descritte dai due centri A, B, coi raggi A*a*, B*b*, saranno quelle che nella Lezione 30ª abbiam chiamate le *basi* delle due ruote: l'arco O'T sarà l'arco di accesso, e così l'arco di azione sarà eguale alla somma dei due archi OT, O'T.

Sia *ri* un arco di evolvente della circonferenza R*ar*R', ed *r'i* un arco eguale ed opposto descritto alla distanza T*t* eguale alla metà del passo. Questi due archi che si tagliano in *i*, daranno la cercata figura del dente della ruota conduttrice:

le porzioni rT, $r't$ dei due archi che cadono nell'interno del circolo primitivo formano i fianchi del dente: le porzioni Ti, ti che sporgono fuori del circolo primitivo ne formano le coste: e per limitarne la lunghezza in modo che l'arco di recesso sia veramente TO come si è supposto, basterà recidere la punta del dente, descrivendo dal centro A e con raggio Aa la circonferenza XvX'.

Similmente se pel punto T si segnerà l'arco uTK della evolvente del circolo $UubU'$ e pel punto G, l'arco eguale ed opposto $u'GK$, troncando questi due archi, mercè la circonferenza $YasY'$ descritta dal centro B col raggio Ba, si avrà il profilo del dente della ruota condotta: e qui pure le parti del contorno contenute entro il circolo primitivo formano i fianchi del dente, e le parti che sporgono fuori di quel circolo, ne formano le coste.

Finalmente per dare ai vani delle due ruote la profondità necessaria, acciò i denti opposti possano muoversi in essi liberamente, dai centri A, B, e coi raggi As, Bv si descrivano le circonferenze SsS', VvV', e la costruzione si compirà col prolungare i fianchi sino all'incontro di queste circonferenze, i quali prolungamenti rs, $r's'$, uv, $u'v'$ potranno farsi retti o curvi, purchè lascino libero gioco ai denti, coi quali non debbono mai venire a contatto.

Se le due ruote avessero un piccol numero di denti, o se l'arco di recesso si fosse assunto troppo grande rispetto al passo, potrebbe avvenire che la circonferenza XvX' non incontrasse le curve rir' del dente, ma passasse al di là del punto i. In tal caso il dente conduttore abbandonerebbe il dente condotto prima di averlo sospinto fino in O, cioè l'arco di recesso risulterebbe in fatti minore di quello che si era assunto, e vi si rimedierebbe ricominciando da capo la costruzione, e scemando l'arco di recesso, oppure accrescendo convenientemente il numero dei denti delle due ruote.

Non ridiremo qui ciò che abbiam detto altre volte sulla proprietà che spetta alle dentature ad evolventi di cerchio,

di potersi condurre equabilmente e con la medesima ragione di velocità angolari, quando si fa variare la distanza dei centri delle ruote: proprietà che può riuscire in pratica sommamente vantaggiosa. Nè ci sembra necessario di ripetere, che quando una stessa ruota dee condurne parecchie di raggio diverso, come nella *fig.* 222, l'arco di accesso O'T (*fig.* 223), dee farsi eguale in tutti questi incastri, cioè che tutti i circoli di base debbono aver raggi proporzionali a quelli dei circoli primitivi delle ruote cui appartengono (ved. Lez. 30ª).

Vedremo in una prossima lezione che si avrà una costruzione sufficientemente approssimata in pratica sostituendo alle linee miste *srti*, *vu*TK due archi di circoli descritti da' centri *a*, *b* co' raggi *a*T, *b*T.

Proponiamoci ora di disegnare una ruota con denti a evolvente, capace di condurre una dentiera rettilinea, o di essere da essa condotta: Sia B (*fig.* 224) il centro della ruota, BT il suo raggio primitivo, ATA' la linea primitiva della dentiera.

Supponendo che la dentiera conduca la ruota, sia TO l'arco di recesso voluto: si tiri il raggio BO, dal punto T si cali sopra di esso la perpendicolare *a*T*b*, si descriva il circolo R*b*R' che sarà la *base* della ruota, e pel punto T si segni l'arco di evolvente *u*TK che formerà una delle faccie del dente della ruota, cioè un fianco *u*T ed una costa TK; l'altra faccia *u*'K si segnerà descrivendo alla distanza di un mezzo passo TG un arco *u*'GK eguale e posto a rovescio.

Quanto al dente *sis'* della dentiera esso avrà la sua faccia *si* rettilinea e perpendicolare alla linea *b*T*a*; infatti la circonferenza della ruota conduttrice essendo qui una retta, la base di questa ruota sarà essa pure una retta parallela ad AA' e condotta a distanza infinita, e l'evolvente di questa base, nelle vicinanze del suo punto di contatto con la curva *u*K, dovendo avere per raggio di curvatura la retta T*a* infinitamente prolungata, si confonderà con la retta *si*.

Per limitare la lunghezza dei denti della dentiera in modo che l'arco di recesso sia effettivamente eguale all'arco dato TO, basterà condurre pel punto *b* la retta X*b*X' parallela alla linea primitiva AA': poichè il punto di contatto dei due denti trovandosi sempre sulla retta *ab*, esso cadrà nel punto *b* all'istante in cui l'estremità del dente della dentiera starà per abbandonare quello della ruota. Notando poi il punto V dove la retta XX' taglia la linea BT dei centri, e descrivendo dal centro BV con raggio B una circonferenza di circolo, essa limiterà la profondità dei vani della ruota.

Non sarà difficile di riconoscere, che se per la punta K del dente della ruota si condurrà la retta K*m* tangente al circolo di *base*, e pel punto *m* di tangenza si farà passare il raggio BM del circolo primitivo, OM sarà eguale all'arco di accesso, cosicchè l'arco totale di azione risulterà eguale a TO più OM, cioè a TM. E qualora quest'arco sia più grande del bisogno, sarà facile limitare la lunghezza del dente della ruota, in modo di ridurre l'arco di azione a quella ampiezza che si giudicherà conveniente.

Finalmente, pel punto dove la circonferenza descritta dalla punta del dente incontra il raggio BT prolungato, conducendo una parallela SS' alla linea primitiva AA', essa limiterà la profondità dei vani della dentiera.

Vedremo nella dinamica che l'attrito che fanno tra loro i denti delle ruote può talvolta occasionare una sensibile resistenza: si è quindi tentato sovente di costrurre ruote esenti in tutto od in gran parte da attrito: il primo che paia aver ottenuto l'intento è il celebre matematico e fisico Hooke (1). Egli osservò, e noi dimostreremo a suo tempo,

(1) Roberto Hooke nato nel 1635 nell'isola di Wight, morto nel 1703. Gli si attribuisce l'invenzione della molla spirale che regola il movimento degli orologi da tasca; a lui pure è dovuto un ingegnoso meccanismo che avremo opportunità di descrivere in una prossima lezione sotto il nome di *giunto universale*.

che l'attrito nelle ruote dentate è tanto maggiore quanto maggiore è l'arco di azione, cioè quanto più grande è la distanza alla quale le due ruote si conducono, prima e dopo della linea dei centri. Scemando adunque questa distanza si scemerà l'attrito, e se fosse possibile di fare, che le due ruote si conducessero soltanto per un arco di azione di lunghezza insensibile, l'attrito sarebbe anche affatto insensibile. Ora ciò con la solita costruzione dei denti si potrebbe soltanto ottenere facendoli infinitamente piccoli, od almeno piccolissimi, e perciò numerosissimi; e il merito pratico della invenzione di Hooke consiste nel poter produrre il medesimo effetto con un numero assai limitato di denti.

Concepiamo che si abbiano per esempio una ruota di otto denti, ed un rocchetto di quattro ali: supponiamo che queste due ruote abbiano una notabile ed eguale grossezza nel senso dei loro assi, cosicchè sia facile di rifenderle sulla spessezza, facendone cinque, sei, otto o più fogli, onde vengano ad ottenersi, per esempio, quattro ruote sottili di otto denti ciascuna, e quattro rocchetti egualmente sottili di quattro ali. Supponiamo ancora che le quattro ruote così ottenute tornino ad unirsi insieme per formarne di nuovo una ruota unica, ma non più in modo che tutti i denti delle quattro foglie sovrapposte si ricoprano perfettamente l'un l'altro come facevano prima che la ruota si rifendesse, ma bensì facendo che i denti di ciascuna foglia sporgano di un quarto di passo su quelli della foglia precedente: in somma, si dispongano queste foglie l'una sull'altra in modo che i loro trentadue denti formino otto gradinate a chiocciola ciascuna di quattro scalini curvi ed eguali. Lo stesso si faccia con le quattro foglie in cui è stato rifesso il rocchetto, ma però in modo che le scalinate de' suoi denti, o le eliche formate dalle loro punte salgano da sinistra a destra, se quelle della ruota salgono da destra a sinistra, e viceversa. Si avranno così le due ruote composte rappresentate nella figura 225, ed esse equivarranno evidentemente ad una ruota di 32

denti e ad un rocchetto di 16 ali, poichè appena cesseranno di condursi i due denti della prima foglia, cominceranno a premersi quelli della seconda, che li seguitano alla distanza di un quarto di passo, a questi succederanno quelli della terza foglia, poi quelli della quarta; e cessando questi la loro azione, sottentreranno due nuovi denti della prima foglia, e così senza fine. Ne segue che ancorchè ciascuna foglia non possa condurre la sua compagna che per un quarto di passo solamente, tuttavia le due ruote composte saranno in grado di condursi in modo continuo, precisamente come se il passo non fosse che la quarta parte di quello di ciascuna foglia.

Ora nulla non limita il numero delle foglie di cui ciascuna ruota può essere composta; e supponendo che si uniscano cento, dugento, o mila fogli sottilissimi di metallo, spariranno tutti gli scalini, i denti offriranno l'aspetto di superficie continue fatte a chiocciola, e le due ruote si condurranno in modo continuo senzachè il loro punto di contatto si allontani mai sensibilmente dalla linea dei centri, che è appunto ciò che si voleva ottenere. Ben inteso però che la lunghezza e la forma dei denti di ciascuna foglia debbono essere tali che il contatto tra' due denti opposti non duri che un istante; la qual cosa è sempre facile a farsi.

Queste ruote a denti elicoidali, riinventate a nostri tempi da Sheldrake e da White, del quale hanno preso il nome, sono state argomento di studio pel sig. Teod. Olivier, che ha pur dimostrato come possano farsi in modo analogo ruote dentate esenti da attrito, per trasmettere il moto rotatorio equabile tra assi convergenti, o collocati in piani diversi. Esse non sono però guari impiegate in pratica, sia a motivo della complicata e difficile loro costruzione, sia perchè vanno soggette ad alcuni gravi inconvenienti, di cui non è questo il luogo di parlare.

Si può far tuttavia dello stesso principio un' applicazione che riesce utile quando con un rocchetto di sole due ali

vuolsi trasmettere il movimento ad una ruota intorno ad un asse parallelo a quello del rocchetto (1); sul perimetro di un disco circolare BCDE (*fig.* 226), si distribuisce ad eguali intervalli un numero pari di denti, co' loro fianchi rettilinei e diretti secondo i raggi. Questi denti però non sono collócati nel piano medesimo del disco, ma alternativamente in due piani differenti, cioè la metà dei denti *aaa* ...... son fermati sopra una delle facce del disco, e l'altra metà *bbb*..... sulla faccia opposta. Il rocchetto A poi è formato di due piastre, ciascuna delle quali porta un dente terminato da due coste curvilinee tagliate secondo la forma della epicicloide generata dalla rotazione di un circolo di diametro eguale al raggio primitivo BT della ruota condotta sul circolo primitivo A del rocchetto. Queste due piastre sono fermate l'una sull'altra così ch'esse pure si trovino in piani differenti, e che condotti a contatto i due circoli primitivi, una delle piastre cada nel piano de' denti *aaa*, l'altra in quello de' denti *bbb*.

Per rendere più chiara la figura si è diminuita la larghezza dei denti della ruota in modo che quelli che stanno nel piano superiore lasciassero scorger bene la disposizione di quelli che sono nel piano inferiore: in pratica però tanto sull'una, quanto sull'altra faccia della ruota, la larghezza dei denti debb'essere eguale, o pochissimo minore di quella dei vani, in modo che i denti della prima faccia ricoprano quasi perfettamente i vani della seconda e viceversa.

(1) Se i due assi fossero tra loro perpendicolari si potrebbe impiegare una vite perpetua a due pani (vedi Lezione 19ª, pag. 123).

SUNTO

DELLA

LEZIONE TRENTACINQUESIMA.

Costruzione delle ruote coniche e dei bocciuòli atti a produrre un moto di rotazione.

Rimandando alla fine della lezione ciò che mi resta da dire sull'uso delle epicicloidi per la comunicazione del moto equabile di rotazione tra assi paralleli, io esporrò ora brevemente la costruzione approssimativa delle ruote coniche, mercè le quali il moto rotatorio si trasmette equabilmente tra assi le cui direzioni prolungate concorrano in un punto.

Siano AB, AC (*fig.* 227) i due assi concorrenti in A, DAE, EAF *i coni primitivi* delle due ruote, cioè due coni col vertice in A, e descritti con tale apertura che valgano a trasmettersi il moto per isviluppo con la voluta ragione di velocità angolari (vedi Lezione 21ª pag. 144-145): noi ci proponiamo di aggiungere sulle superficie di questi coni, o di due tronchi presi da essi, dei denti in rilievo, e di scolpire nella sostanza dei medesimi coni o tronchi di coni dei solchi o vani, cosicchè, i denti e i vani facendo incastro, il moto si trasmetta in maniera più sicura che pel semplice sviluppo, e tuttavia senza scapitare nella sua equabilità.

Essendo AE la generatrice secondo la quale i due coni si toccano, conduciamo in E, nel piano che contiene i due assi AB, AC, la retta bEc perpendicolare ad AE, la quale incontrerà l'asse AB in b e l'asse AC in c: intendiamo poi che la retta bE si faccia girare intorno all'asse AB, e la retta

cE intorno all'asse AC: queste due rette genereranno così due coni DbE, FcE co' loro vertici in b, c: sulle superficie di questi due coni, che per brevità di discorsi chiameremo d'or innanzi *coni fondamentali*, noi dovremo ora tracciare i profili delle dentature di cui debbono armarsi i due coni primitivi.

È noto dalla geometria che la superficie curva di un cono circolare si può sviluppare in piano, e che la figura di questo sviluppo è un settore di circolo, il quale ha per raggio il *lato* del cono sviluppato, ed è terminato da un arco di lunghezza eguale a quella della circonferenza della base del medesimo cono. Se dunque intenderemo che la superficie del cono fondamentale DbE si sia spaccata secondo il lato Db, e quella del cono fondamentale FcE secondo il lato Fc, e che le due superficie si siano sviluppate e distese sul piano condotto pel punto E perpendicolarmente ad AE, noi otterremo così i due settori circolari DEdb, FEfc (*fig.* 228), ne' quali i raggi bD, cF saranno eguali alle linee designate dalle medesime lettere nella *fig.* 227, e gli archi DEd, FEf saranno rispettivamente eguali alle circonferenze che hanno per diametri le linee DE, FE della medesima *fig.* 227, cioè alle circonferenze delle basi comuni ai coni primitivi DAE, FAE, ed ai corrispondenti coni fondamentali DbE, FcE.

Consideriamo ora i due archi DEd, FEf, che si toccano in E (*fig.* 228) come circoli primitivi di due ruote che debbano condursi a vicenda. Dividiamo ciascuno di questi archi in tante parti eguali, quanti sono i denti che debbon farsi al cono corrispondente, e ciascuna di queste parti sarà eguale al passo. Quindi, con una qualunque delle regole precedentemente insegnate disegniamo le dentature di queste due ruote piane, determinando la lunghezza dei denti e la profondità dei vani in modo che le due ruote siano capaci di condursi per un conveniente arco di azione, prima e dopo della linea dei centri. Supponiamo che HK, MO siano le lunghezze dei denti al difuori delle circonferenze primitive,

ed HI, MN le profondità dei vani: poichè le ruote fanno giusto incastro, la lunghezza o sporto HK del dente della ruota *b* sarà eguale alla profondità MN del vano della ruota *c*, e viceversa lo sporto MO del dente di questa, sarà eguale alla profondità HI del vano della prima. Finalmente co' raggi *b*Q, *c*S un po' minori di *b*I, *c*N, descriviamo i due archi PQ*p*, RS*r*.

Si frastaglino ora con le forbici le due corone dentate DHE*dp*QP, FME*fr*SR che supporrò sieno state disegnate sopra sottile lastra di ottone, e conducendo a contatto le estremità DP, *dp* ed FR, *fr*, s'inviluppino le corone così chiuse sui corrispondenti coni fondamentali D*b*E, E*c*F della *fig.* 227, in modo che gli archi DE*d*, FE*f* si applichino esattamente sulle circonferenze delle basi dei due coni: i denti HK, MO sporgeranno all'infuori di queste circonferenze, e se ne' due coni si scaveranno dei solchi corrispondenti ai vani delle due corone, in modo che i denti dell'una possano trovare libero gioco fra quelli dell'altra si saranno formate così due ruote coniche, capaci teoricamente parlando di condursi regolarmente, ma di spessezza eguale soltanto a quella della lastre in cui le corone sono state intagliate, epperò insufficiente a reggere al menomo sforzo.

Per dare alle due ruote la necessaria spessezza converrà ora segnare questa spessezza sugli assi BA, CA in BG, CL, tagliare i due coni primitivi secondo i piani *d*G*e*, *e*L*f* perpendicolari ad AB, AC: ritenere per formarne le due ruote i soli tronchi D*de*E, E*ef*F: e finalmente sulle superficie di questi tronchi si dovranno inchiodare secondo le direzioni dei lati, dei listelli destinati a tener luogo di denti, i quali abbian per basi i denti HK, MD delle corone, avvertendo che tanto questi denti di riporto, quanto i vani scolpiti nella sostanza dei due tronchi si vadano gradatamente stringendo dalla base inferiore alla base superiore dei tronchi: o per parlare con linguaggio più geometrico, le superficie ondulate delle due ruote, debbono essere generate

ciascuna dal movimento di una linea retta, la quale passando sempre pel vertice A del cono primitivo, si appoggi continuamente sul profilo della dentatura della corona inviluppata sul cono *fondamentale*.

Praticamente, volendo costruire due ruote coniche sui coni primitivi DAE, EAF della *fig*. 227, si disegneranno gli sviluppi de' coni fondamentali corrispondenti (*fig*. 228): si segneranno su questi sviluppi le dentature convenienti: poi si faranno tornire due ruote di legno tali che possano in esse scolpirsi i denti ed i vani di forma conveniente: la figura della sezione di queste ruote si disegnerà così:

Sia A*b* (*fig*. 229) l'asse di una delle ruote: nel punto A si facciano gli angoli DA*b*, EA*b* eguali all'angolo al vertice del cono primitivo DAE (*fig*. 227), e siano AD, AE eguali al lato del cono medesimo. Pei punti E, D si tirino le rette KE*b*, K'D*b* perpendicolari ad AE, AD, e questi saranno i lati del cono fondamentale. Sulla retta *b*K si segnino poi le distanze *b*K, *b*I, *b*Q rispettivamente eguali ai raggi *b*K, *b*I, *b*Q presi nella *fig*. 228: e nello stesso modo si segnino sulla retta BD i punti K', I', Q'; poscia dai punti K, K', I, I' si tirino al vertice A le rette KA, K'A, IA, I'A.

Sui lati EA, DA del cono primitivo si segnino ancora le lunghezze E*e*, D*d* eguali alla spessezza che si vuol dare alla ruota, e pei punti *e*, *d* si tirino K*eb'*, K'*db'* parallele a K*b*, K'*b*, le quali incontreranno in *i*, *i'*, le rette AI, AI'. Finalmente si tirino *ii'*, QQ'. L'ottagono irregolare KQQ'K'*k'i'ik* sarà la domandata sezione della ruota di cui l'asse è A*b* (*fig*. 227): e nello stesso modo si costruirà pure la sezione OSS'O'*o'n'no* (*fig*. 230) dell'altra ruota compagna, cioè di quella che dee girare intorno all'asse Ac (*fig*. 227).

Per intagliare adesso le dentature, si descriveranno due corone simili rispettivamente alle DE*d*, RE*r* (*fig*. 228), ma con dimensioni minori nella ragione di A*e*, AE, e si frastaglieranno anche queste in una sottile foglia di ottone. Le corone

maggiori si applicheranno sulle superficie convesse dei *coni fondamentali* IKK'I', NOO'N', e le corone minori sulle superficie concave dei coni simili *i*KK'*i'*, *noo'n'*, in modo che le punte dei denti sull'una e sull'altra superficie cadano sopra altrettante rette le quali prolungate passino pel vertice A, e si segneranno, con la norma di queste sagome, le basi esterne ed interne dei denti; ed allora sia con lo scalpello, sia con la sega da volgere sarà facile intagliare le dentature della forma voluta. La *fig.* 231 rappresenta le due ruote così terminate, e pronte ad essere messe in uso, od a servire di modello pel gitto di ruote di metallo.

Gli stessi principii che abbiamo esposti nella lezione 30ª, si applicano alla costruzione de' bocciuòli, che sono di due generi secondo che servono a trasformare il moto circolare in moto rettilineo, oppure in altro moto circolare. Al primo genere appartengono que' bocciuòli che sollevano i pestelli de'molini da polvere, e de'brillatoi da riso, dei quali abbiamo trattato con sufficiente ampiezza nella lezione sedicesima. Si riferiscono pure alla medesima specie di bocciuòli, le chiavi ordinarie, le quali girando nella toppa menano innanzi o indietro la stanghetta: ma nella costruzione degli ingegni delle chiavi si ha per oggetto di assicurare non tanto l'equabilità del movimento, quanto la sicurezza della serratura contro all'uso, o piuttosto all'abuso, de'grimaldelli.

Quanto a' bocciuòli del secondo genere, a quelli cioè per cui il moto circolare si trasforma in altro circolare, io non citerò altro esempio che quello dei martelli meccanici o magli impiegati a tritolare i cenci nelle *cartiere*, a sodare i panni nelle *gualchiere*, e quelli che servono a lavorare il ferro nelle magone, e che soglion chiamarsi *distendini* e *battiferri*, ai quali ultimi più particolarmente si riferisce ciò che sto per dire.

Maglio è un grosso martello ABC (*fig.* 232, 233, 234, 235, 236) con testa di ferro, e manico o fusto or di legno, or di ferro, mosso dalla forza dell'acqua o del vapore per via di

una ruota a bocciuòli. Il manico del maglio quando è di legno, è fermato con biette nell' occhio di un grosso anello di ferro, detto *boga*, da cui sporgono a destra e a sinistra due perni, intorno ai quali il maglio si muove con moto circolare alternativo. La boga si vede rappresentata di fianco in B nelle citate figure 232, 234, 235 e 236, e separatamente di prospetto in iscala maggiore nella *fig.* 238. Quando il maglio è di ferro fuso (*fig.* 233), esso non ha boga, ma si muove sopra due perni collocati alle estremità di un asse D che fa crociera col manico, ed è di un solo gitto con esso. I bocciuòli disposti intorno alla ruota R, incontrano nel lor giro l'estremità di uno sprone C fermato esso pure sul manico del martello, e premendolo sollevano la testa di questo fino ad una determinata altezza, dalla quale lo lascian poi tutto a un tratto ricadere sull'incudine I, voglio dire sul ferro che si sta lavorando sull'incudine.

La testa del maglio è sempre collocata verso una delle estremità del manico: la boga o più generalmente l'asse di rotazione del maglio ora è verso il mezzo come nella *fig.* 232, ora verso l'altra estremità come nelle *figg.* 233, 234, 235, 236. Nel primo caso (*fig.* 232) i bocciuòli operano premendo d'alto in basso lo sprone o calciuolo C collocato all'estremità della coda BC, cioè di quella parte del manico che sporge dietro alla boga, ed allora il maglio dicesi ad *altaleno* od *a leva*. Nel secondo caso, cioè quando l'asse di rotazione del martello è all'estremità opposta a quella della testa, i bocciuòli operano di sotto in su, sia che aggrappino un dente che sporge al di là della testa come nei magli detti *frontali* (*fig.* 233), sia che spingano uno sprone infilzato sul manico tra la testa e la boga, come ne' magli *tedeschi* detti anche *magli di sollevamento* (*fig.* 234, 235, 236).

Ne' magli ad altaleno (*fig.* 232), dal centro dei perni della boga descrivendo un circolo DCE con raggio eguale alla lunghezza BC della coda, sarà questo il circolo primitivo del maglio; ed il circolo FCG descritto dal centro della ruota

R de' bocciuòli, e tangente al circolo CDE, sarà la circonferenza primitiva della ruota.

Il calciuòlo C presenta ordinariamente nella sua parte superiore una faccia o tavola piana, sulla quale viene a premere il filo del bocciuòlo, e questa faccia è rigorosamente o prossimamente contenuta nel piano che passa per l'asse della ruota e per i perni della boga. Allora, se si vuole che il moto equabile della ruota produca un moto equabile nel martello, la curva del bocciuòlo debb'essere un arco della epicicloide generata facendo rotare sul circolo primitivo FCG della ruota un circolo CMN, che abbia per diametro il raggio primitivo BC del martello. La lunghezza dei bocciuòli si determina facilmente quando si conosce l'angolo di levata del maglio, cioè l'angolo ch'esso dee descrivere intorno ai suoi perni prima di ricadere sull'incudine. Infatti supponiamo che sia OBP eguale a CBL quest'angolo, cosicchè il bocciuòlo afferrando la coda del martello in C debba condurla fino in L prima di abbandonarla: si conduca il raggio CL, e si noti il punto in cui esso incontra la circonferenza CMN: per questo punto descrivendo una circonferenza che abbia il centro nel centro R della ruota, si sarà convenientemente limitata la lunghezza dei bocciuòli.

Se il calciuòlo C non si terminasse superiormente in tavola piana, ma a modo di spigolo smussato, cosicchè il bocciuòlo lo toccasse sempre a un dipresso nello stesso luogo, l'incastro invece di assomigliarsi a quello di una ruota con un rocchetto a fianchi rettilinei, sarebbe in tutto analogo a quello di una ruota con una lanterna, e l'epicicloide del bocciuòlo dovrebb'essere generata dalla rotazione del circolo primitivo DCE sul circolo primitivo CFG. Essendo sempre CBL l'angolo di levata, sarebbe RL il raggio del circolo che limita la lunghezza dei bocciuòli.

Le medesime regole precisamente si applicano al maglio frontale della *fig.* 253, ed a quelli delle cartiere e delle gualchiere, che appartengono alla medesima specie.

Quanto a' magli di sollevamento, la ruota a bocciuòli vi si può disporre in più maniere. Quand' essa è collocata tra lo sprone C e la testa A del maglio *fig.* 234 (supponendo che lo sprone si termini a spigolo smussato) l'incastro è tutto simile a quello di una ruota a sprone con una ruota a caviglie, e la curva del bocciuòlo è la epicicloide generata dal circolo primitivo CD del maglio sul circolo primitivo della ruota. Quando questa è collocata tra lo sprone C e la boga B, *fig.* 235, essa opera come un rocchetto a sprone in una ruota annulare a caviglie, e la curva del bocciuòlo è la epicicloide generata dalla circonferenza primitiva CD del maglio, la quale si faccia rotare con la sua concavità sulla convessità del circolo primitivo della ruota.

Con quest'ultima disposizione sarebbe difficile che la ruota si potesse collocare verticalmente al dissotto del manico del maglio, senzachè i bocciuòli venissero ad incontrare il manico medesimo. Si potrà sfuggire questo sconcio, facendo una ruota doppia, cioè guernita di due corone di bocciuòli, collocate una di qua, l'altra di là del manico del maglio, e terminando lo sprone C dalla parte inferiore con una crociera orizzontale un po' più lunga che la distanza delle due corone, in modo tutto simile a quello che abbiamo descritto nella lezione 16ª trattando de'mulini da pestare.

Generalmente però in questa specie di magli l'albero della ruota de'bocciuòli, invece di essere perpendicolare al piano in cui il maglio si muove, è parallelo a questo piano, ed i bocciuòli incontrano il manico del maglio ad angolo retto. Nella *fig.* 236, AB è il maglio, A la testa, B la boga, C lo sprone, contro il quale vengono successivamente ad operare i bocciuòli P′, P, P″....., fitti sulla circonferenza della ruota RR. Le medesime lettere denotano le stesse cose nella *fig.* 237, che è un taglio fatto nella macchina, tra la testa del maglio e la ruota de'bocciuòli, perpendicolarmente al piano della figura precedente. In questa *fig.* 237 si vede come il bocciuòlo aggrappando in P lo sprone del maglio lo solleverà

fino in Q: se l'altezza PQ si porterà verticalmente in PQ (*fig.* 236), e si tireranno pel centro B dei perni le rette BPL, BQM, sarà LBM l'angolo di alzata del maglio.

Facilmente si può riconoscere, che se la distanza PR (*fig.* 237) dell'asse dell'albero de'bocciuòli dal piano verticale del maglio, fosse eguale alla distanza BC (*fig.* 236) dello sprone dai perni della boga, la linea retta sarebbe la figura più conveniente pel filo dei bocciuòli, i quali così conformati trasmetterebbero al maglio lo stesso moto equabile di rotazione di cui sono essi animati. Quando le distanza PR è maggiore o minore di BC (ed essa è ordinariamente assai minore), i bocciuòli rettilinei non trasmettono più il moto con ragione di velocità assolutamente costante: e tuttavia se l'angolo di levata non sarà troppo grande, gli svarii che verrà facendo la velocità angolare del maglio non avranno nessun inconveniente. Così supponendo che sia PR eguale alla metà di BC, si può formare la tavola seguente nella quale si vede quale sia la velocità angolare del maglio, in diverse posizioni successive di esso: gli angoli notati nella prima colonna sono quelli che fa coll'orizonte la retta BL condotta pei perni della boga e per lo spigolo dello sprone.

Angolo all'orizonte	Ragione della velocità angolare del maglio, alla velocità angolare della ruota
0°	0,500
4°	0,505
8°	0,519
12°	0,543 (1).

(1) In ogni caso si formerà facilmente una tavola simile, osservando che se si chiamano

a il raggio primitivo RP della ruota
b il raggio primitivo BP dello sprone
φ l'inclinazione del bocciuòlo all'orizonte
ψ l'inclinazione corrispondente della retta BP,

Onde si vede, che limitando a otto gradi sopra e sotto l'orizonte l'inclinazione della retta BP, cioè limitando a 16° l'angolo totale di alzata del maglio, l'equabilità del suo movimento sarà quasi perfetta. Che se una più rigorosa equabilità di moto fosse necessaria, non sarebbe difficile ottenerla tagliando il filo dello sprone secondo la evolvente del circolo primitivo del maglio, ed il filo del bocciuòlo secondo la evolvente del circolo primitivo della ruota.

si avrà sempre

$$b \text{ tang } \psi = a \text{ tang } \varphi,$$

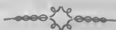
e differenziando

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a}{b} \cdot \frac{\text{Cos}^2 \psi}{\text{Cos}^2 \varphi} = \frac{a}{b} \cos^2 \psi + \frac{b}{a} \text{sen}^2 \psi$$

oppure

$$\frac{d\psi}{d\varphi} = \frac{a}{b} \left(1 + \frac{b^2 - a^2}{a^2} \cdot \text{sen}^2 \psi \right),$$

che è la cercata ragione delle velocità angolari.



SUNTO

DELLE LEZIONI

TRENTASEIESIMA E TRENTASETTESIMA.

Dell'uso dei tiranti per la trasmissione del moto con ragion costante di velocità.

La teorica della trasmissione del moto per via di tiranti esposta nelle lezioni decima ed undicesima rende ragione degli effetti, non solamente de' tiranti, ma d'infiniti altri meccanismi: ogni meccanismo semplice, infatti, il quale operi per via di cingoli o di immediato contatto, può sempre ridursi col pensiero ad un sistema di due braccia mobili intorno a due centri e connesse con un tirante: della quale riduzione abbiamo dato nel corso di queste lezioni più d'un esempio. Noi non abbiam nulla da aggiungere a quella teorica: ma la varietà e l'importanza delle applicazioni di cui i tiranti sono suscettivi, ci consigliano ora di entrare in più minuti particolari sull'uso di essa, e sulle principali conseguenze che ne derivano.

Si è dimostrato nelle citate lezioni, che, quando due braccia AP, BQ, mobili intorno a'centri A, B, (*fig.* 239) si tramandano il movimento per mezzo di un tirante PQ, prolungata la direzione di questo finch'essa incontri in T la linea AB dei centri, ed abbassata sulla direzione medesima la perpendicolare KL dal punto K in cui i prolungamenti delle due braccia s'incontrano:

1° Le rotazioni delle due braccia si faranno per versi contrari o per lo stesso verso, secondo che il punto T cadrà

tra i due centri A, B, oppure da una parte o dall'altra di essi e fuori dell'intervallo AB.

2° Le velocità angolari delle braccia AP, BQ saranno inversamente proporzionali ai segmenti TA, TB della linea dei centri, od alle perpendicolari AH, BT, abbassate dai centri A, B sulla direzione del tirante.

3° Le velocità assolute dei punti P, Q saranno direttamente proporzionali alle distanze PK, QK del punto d'incontro delle direzioni delle due braccia dalle articolazioni P, Q.

4° Finalmente due posizioni successive e vicinissime del tirante si taglieranno nel punto L, su cui cade la perpendicolare KL abbassata dal punto K sulla direzione del tirante.

Quindi agevolmente si conchiude che generalmente la ragione delle velocità delle due braccia andrà continuamente variando: poichè col muoversi del tirante il punto T si trasporterà innanzi o indietro lungo la linea de' centri, e varierà la ragione delle distanze TA, TB; e similmente aprendosi o chiudendosi gli angoli in P, Q del triangolo PKQ, varieranno le lunghezze PK, QK e la ragione di queste lunghezze. Muovendosi adunque uno dei due bracci equabilmente, l'altro braccio, generalmente parlando, avrà moto accelerato o ritardato: ma vi ha un caso in cui il moto si trasmette equabilmente in tutte le posizioni della macchina.

Supponiamo infatti (*fig.* 240) che sieno eguali tra loro le lunghezze AP, BQ delle braccia, e che il tirante PQ sia eguale alla distanza AB dei due centri: allora, qualunque sia la posizione della macchina, la figura APQB sarà un parallelogramma: i lati AB, PQ saranno dunque paralleli, cioè s'incontreranno a distanza infinita, e per conseguenza le distanze del loro punto d'incontro dai centri A, B saranno eguali tra loro: saranno dunque anche eguali tra loro le due velocità angolari, e la trasmissione del movimento sarà equabile.

Si osservi tuttavia che a ciascuna posizione del braccio movente AP possono corrispondere due posizioni del braccio

cedente: infatti, se dal punto P come centro (*fig.* 241) si descriverà un arco di circolo QQ′ con raggio eguale alla lunghezza del tirante, quest'arco taglierà in due punti Q, Q′ la circonferenza descritta dall'estremità del braccio cedente: e così quando il movente si trova in AP, il cedente potrà egualmente trovarsi in BQ, oppure in BQ′. Nel primo caso, i suoi bracci andranno per lo stesso verso, e la trasmissione del moto si farà con ragion costante di velocità, siccome abbiamo or ora dimostrato: ma nel secondo caso, cadendo il punto T tra A e B, i due moti saranno opposti, e variando continuamente le distanze TA, TB, varierà pure in egual modo la ragione delle velocità angolari.

Consideriamo particolarmente ciò che avverrà nell'istante in cui il braccio movente sarà venuto in A*p* sulla linea dei centri AB: allora se dal centro *p* con raggio eguale ad AB si descrive un archetto di circolo, esso invece di tagliare in due punti la circonferenza del braccio condotto, toccherà questa circonferenza nel solo punto *q* collocato sul prolungamento della linea dei centri: epperò alla posizione A*p* del braccio conduttore, corrisponderà una sola posizione possibile B*q* pel braccio condotto. Ma appena il primo braccio avrà oltrepassata la posizione A*p*, torneranno ad esser possibili pel secondo braccio due posizioni diverse, l'una di quà, l'altra di là dalla linea dei centri, cioè continuando AP a muoversi per lo stesso verso di prima, potrà BQ o continuare esso pure il suo primo movimento, oppure prendere un moto opposto, passando il tirante dalla posizione parallela ad AB alla posizione obbliqua o viceversa, e cambiandosi il moto di equabile in vario, o di vario in equabile.

La stessa cosa può avvenire nell'istante in cui il braccio AP passa per la posizione A*p*′ ed il braccio BQ per la posizione B*q*′: epperò nelle macchine che esaminiamo vi ha due posizioni nelle quali, continuandosi il moto equabile e diretto del braccio conduttore, il moto del braccio condotto può o continuarsi esso pure equabile e diretto, o diventare in

un tratto retrogrado e vario: queste due posizioni si chiamano *Punti morti*, e sono quelle in cui i due bracci cadono sulla linea dei centri, o sul suo prolungamento, ed il tirante si trova disteso sulla medesima linea retta.

Non è necessario di dire quanto incomode e dannose possano essere queste repentine mutazioni del moto del pezzo condotto: e quindi i meccanici hanno dovuto ricercare i mezzi di rimuoverne il rischio: la qual cosa è stata fatta da essi in più modi.

Il primo e più semplice artificio consiste nell'aggiungere ai due bracci AP, BQ un terzo braccio eguale CR (*fig.* 242) mobile intorno a qualsivoglia punto C della linea de' centri AB, e connesso col punto R del tirante, in modo che sia PR eguale ad AC, e QR eguale a BC. La figura stessa indica chiaramente il perchè con l'aggiunta del braccio CR resti vietata al tirante ogni posizione obliqua, ed esso si trovi costretto a camminar sempre parallelo ad AB.

Il terzo centro C si può pur collocare fuori della linea che unisce i due primi A, B (*fig.* 243), purchè al semplice tirante rettilineo PQ degli esempli precedenti si sostituisca un telaio triangolare PQR, che abbia i suoi lati PQ, PR, QR rispettivamente eguali alle distanze AB, AC, BC dei centri A, B, C.

Un altro mezzo di pervenire al medesimo fine consiste nell'unire due o più coppie di braccia con altrettanti tiranti, in modo che quando una coppia passa per un punto morto, le altre trovandosi fuori di esso possano costringere la prima a trasmettere il movimento equabile e diretto. Così nella *fig.* 244 sull'asse AC sono fermate due braccia AP, CR entrambe perpendicolari all'asse, ma collocate in due piani che fanno tra loro un angolo retto, e in egual modo sono fermati sull'asse BD parallelo ad AC i due bracci BQ, DS rispettivamente eguali e paralleli ad AP, CR, ed uniti con essi per via de' tiranti PQ, RS, eguali alla distanza AB dei due assi. Quando i due bracci AP, BQ cadono nel piano

ABCD dei due assi, essi trovansi in un punto morto: ma l'altra coppia di braccia CR, DS, che allora è perpendicolare al piano medesimo, costringe il tirante PQ a superare il punto morto, senza ch'ei possa passare in una posizione obliqua.

Con questa disposizione i due assi AD, BC non ponno prolungarsi nè da una parte nè dall'altra fuori dell'intervallo compreso fra i due piani paralleli ABQP, CDSR ne' quali si muovono le quattro braccia: essa è perciò poco suscettiva di applicazioni pratiche, alle quali molto meglio si confà l'altra disposizione rappresentata nella *fig.* 245. I due alberi AC, BD, di lunghezza indefinita, sono qui ripiegati a squadra ne'punti $a, e, f, c, a', e', f', c', b, g, h, d, b', g', h', d'$, in guisa da formare due manovelle doppie, collocate in piani tra loro perpendicolari, ed unite per via de'tiranti eguali PQ, RS.

Lo stesso effetto ancora si ottiene in modo analogo col meccanismo delle *fig.* 246, 247, che equivale a due manovelle triple; la *fig.* 246 rappresenta il prospetto, e la *fig.* 247 la pianta del meccanismo. Ai due alberi orizzontali e paralleli A, B sono fermati due eguali dischi piani o ruote PRV, QSX in modo che essi cadano in piani paralleli alquanto distanti uno dall'altro: i due alberi non si prolungano al di là dei dischi dalla parte delle facce per cui essi dischi scambievolmente si guardano: sulla circonferenza di queste facce medesime, ne' punti P, R, V, e Q, S, X sono impernati i capi di tre tiranti eguali alla distanza AB degli alberi, in mòdo che gli archi PR, RV, VP sieno rispettivamente eguali agli archi QS, SX, XQ. Con ciò i tre tiranti si manterranno sempre paralleli, e l'obliquità loro rispetto ai dischi, cagionata dalla lontananza de' piani di questi, permetterà ch' essi possano continuare il loro movimento senza mai incontrarsi e farsi inciampo a vicenda.

Ho supposto finquì che la trasmissione del moto si dovesse proseguire indefinitamente per lo stesso verso: nella quale supposizione non vi ha altro mezzo di ottenere una ragion

costante di velocità, che quello che ho indicato, cioè di far le braccia eguali tra loro, e il tirante eguale alla linea dei centri. Ma se il moto che si ha da trasmettere sarà molto limitato, cioè se le estremità delle braccia avranno da percorrere archi molto brevi, cosicchè possano senza errore di conto riguardarsi questi archi come linee rette perpendicolari alle direzioni delle braccia, allora sarà sempre possibile di ottenere una trasmissione di moto sensibilmente equabile, senza astringersi alla condizione di fare le braccia eguali e parallele.

Sieno AP, BQ (*fig.* 248) due braccia così disposte che la perpendicolare calata dal punto K sulla direzione del tirante venga cadere nel punto T in cui questo incontra la linea dei centri AB: se il braccio AP si moverà per un piccolo angolo passando nella posizione A*p*, il braccio BQ passerà in B*q*, e la ragione delle velocità sarà press'a poco costante dal principio al fine di questo movimento. Infatti per essere T il piede della perpendicolare KT abbassata dal punto K sul tirante, sarà esso l'intersezione di due successive posizioni del tirante, e per conseguenza questo incontrerà la linea de'centri sensibilmente nel punto T a tutti gl'istanti del moto, epperò la ragione delle velocità angolari delle due braccia si manterrà costante ed eguale a quella dei segmenti AT, BT.

Nella *fig.* 248 il punto T cade fra A e B, e le braccia, una di qua l'altra di là della linea dei centri: ma il medesimo ragionamento si applica alla disposizione della *fig.* 249, nella quale il punto T è fuori dell'intervallo AB, e le due braccia entrambe dalla medesima parte della linea dei centri.

Da ciò deducesi la regola seguente: per trasmettere da un braccio all'altro un moto rotatorio equabile di poca ampiezza, si divida la linea dei centri AB in due parti AT, BT, inversamente proporzionali alle velocità angolari delle due braccia, e pel punto T si conducano ad arbitrio due rette tra loro perpendicolari PQ, KH: da qualsivoglia punto

K della seconda si conducano le rette indefinite KA, KB, e segnando i punti P, Q in cui esse incontrano la retta PQ, saranno AP, BQ le cercate posizioni delle due braccia, e PQ il tirante che le dee unire.

Con questa regola le due braccia avranno velocità dirette per versi contrari: s'esse dovessero girare pel medesino verso, il punto T dovrebbe prendersi fuori dell'intervallo AB dalla parte del braccio più veloce, e in modo che le distanze AT, BT fossero sempre inversamente proporzionali alle velocità angolari delle braccia AP, BQ.

Nell'applicare questa regola, se il punto K si supporrà infinitamente lontano da T, le due rette KA, KB riusciranno parallele tra loro ed alla KT e per conseguenza perpendicolari al tirante PQ; e questa è la più semplice maniera di disporre le braccia in guisa da ottenere per un breve tratto una equabile trasmissione di movimenti: le *fig.* 250 e 251 rappresentano questa disposizione di cui parliamo, pe' due casi de'moti rotatorii volti dalla stessa parte, e da parti contrarie.

Quando si debbono cangiare la velocità e la direzione di un moto rettilineo poco esteso si fa uso frequente di due braccia fermate sul medesimo asse in modo che non possa variare l'angolo ch'esse fanno tra di loro: fingasi per esempio che un breve moto rettilineo diretto secondo OM (*figg.* 252 e 253) si debba trasformare in un moto rettilineo più celere o più lento, e diretto secondo NO. Sulle direzioni OM, ON si portino le lunghezze OH, OI inversamente proporzionali alle velocità assolute dei due movimenti rettilinei, e si faccia il parallelogramma OHLI. Da qualunque punto A della diagonale OL si abbassino sulle direzioni date le perpendicolari AP, AQ: se si costruirà una falsa sguarda PAQ le cui braccia sieno rispettivamente eguali a queste perpendicolari, e facciano tra loro l'angolo PAQ, fermandone il vertice in A, ed attaccando ai punti P, Q i due cordoni PM, QN, il moto si trasmetterà dall'uno all'altro con la

voluta ragione di velocità assolute. Infatti le due braccia essendo invariabilmente connesse descrivono nello stesso tempo angoli dello stesso numero di gradi, epperò le velocità assolute de' punti P, Q sono proporzionali ai raggi AP, BQ: ma è facile di scorgere che

$$AP : BQ :: OI : OH$$

e che per conseguenza le velocità angolari delle due braccia stanno esse pure nella medesima ragione di OI ad OH.

Quando le direzioni date sono parallele, il meccanismo si riduce ad una semplice linea retta mobile intorno ad uno de' suoi punti: se i due cordoni PM, NQ debbono camminare per versi contrarii (*fig.* 254), le due braccia AP, BQ cadono di qua e di là del centro del moto A: se i due cordoni PM, NQ debbono andare pel medesimo verso (*fig.* 255), i due punti P, Q cadono dalla medesima parte del centro del moto. In ambi i casi poi le velocità assolute de' due cordoni stanno in ragione diretta delle loro distanze dal centro.

La figura 256 mostra come si possa trasformare un breve moto rettilineo diretto secondo PM, in un altro moto rettilineo secondo QN, quando queste due direzioni cadono in piani differenti. L'asse AB debb'esser parallelo alla comune perpendicolare alle due rette PM, QN. I due bracci AP, BQ, perpendicolari alle date direzioni PM, QN, debbono trovarsi in due piani condotti perpendicolarmente all'asse, l'uno per la retta PM, l'altro per la retta QN: e le lunghezze di queste braccia debbon essere direttamente proporzionali alle date velocità assolute dei due movimenti: le cose dette finqui suggeriranno i mezzi di adempiere tutte queste condizioni.

Finalmente, quando saranno dati due assi CC', DD' (*fig.* 257) collocati in piani differenti, e si vorrà per mezzo di un tirante trasformare un moto rotatorio di poca ampiezza fatto intorno al primo asse, in un moto rotatorio intorno al secondo asse, con ragione di velocità sensibilmente costante, si procederà così. Condotta la CD comune perpendicolare

ai due assi, si tirerà pel punto D la retta DH parallela a CC′: si porteranno le lunghezze DH, DI direttamente proporzionali alle velocità angolari intorno ai due assi CC′, DD′ e si compirà il parallelogramma HDIL. Da un punto qualunque Q della diagonale di questo parallelogramma si tireranno le perpendicolari QB, QF sui lati DI, DH: dal punto F s'innalzerà FA parallela a CC′, e pel punto A si tirerà AP eguale e parallela ad FQ: saranno AP, BQ le direzioni e le lunghezze delle braccia da fermarsi ai due assi, e PQ il tirante.

Noi ci siamo ora aperta la via alla costruzione di bocciuòli terminati da archi di circolo e capaci di trasmettersi il moto per breve tratto, con ragione di velocità sensibilmente costante. Sia A (*fig.* 258) il centro del pezzo conduttore; B il centro del pezzo condotto; T il punto di contatto dei loro lembi curvi. Per questo punto T si tiri ad arbitrio la retta PQ, e fatto centro in qualsivoglia punto P di questa retta, si descriva con raggio PT l'archetto circolare *mm′*, e debba esser questo il lembo del pezzo conduttore. Per la natura del circolo sarà PQ normale all'arco *mm′* nel punto T, epperò questa retta sarà la *linea di azione*.

Nel punto T si conduca ancora la retta indefinita TK perpendicolare a PQ, e pei punti P, A si tiri PAK fino al suo incontro con TK. Finalmente dal punto K si tiri KB e si prolunghi finchè venga tagliare in Q la retta PQ: sarà Q il centro di curvatura del lembo del pezzo condotto, e descritto l'archetto *nn′* con raggio QT, saranno *mm′*, *nn′* i due archi cercati, capaci di condursi con moto sensibilmente equabile. Infatti, per le cose dette nella lezione 11ª, si scorge che al contatto di questi due archi si può sostituire l'azione di un tirante PQ, legato alle braccia AP, BQ, le quali prolungate s'incontrano in K: e che la perpendicolare KT calata dal punto K sulla direzione del tirante viene a cadere nella intersezione T di questa con la linea dei centri AB.

Se uno dei due bocciuoli dovesse essere terminato da una

linea retta *mm'* (*fig.* 259), si considererebbe questa retta come un arco di circolo descritto con raggio infinito, e col centro sulla normale TP: si condurrebbe pel punto A la retta PK parallela a TP, fino ad incontrarsi in K con la *mm'* prolungata: e da questo punto K tirando KB al centro B dell'altro bocciuòlo, il punto Q in cui essa incontrerebbe la normale PT prolungata sarebbe il centro dell'arco di circolo domandato *nn'*.

Finalmente il lembo di uno dei bocciuòli potrebbe anche esser concavo: sia per esempio l'arco *mm'* (*fig.* 260) descritto col raggio PT, il lembo del pezzo conduttore che gira intorno al centro A: si tiri TK perpendicolare a PT, e si congiunga PA, la quale incontri la TK in K: dal punto K si tiri KB, e il punto d'incontro Q con la linea di azione TP sarà il centro dell'arco circolare *nn'*, secondo il quale dee tagliarsi il lembo del pezzo condotto.

Facciamo l'applicazione di questo metodo alla costruzione approssimativa dei denti delle ruote. Siano CC', DD' (*fig.* 261) le circonferenze primitive di due ruote co' centri in A, B. Tirata pel punto di contatto T la retta qualunque PTQ, e preso ad arbitrio sopra di questa un punto P, da questo punto come centro si descriva l'arco circolare *mm'*, che si prenderà per la curva del dente della ruota conduttrice A: la parte *m'*T di quest'arco formerà il fianco del dente, e la parte T*m* ne formerà la costa. Si tiri TK perpendicolare a PQ, e si conduca la PA prolungandola fino al suo incontro in K con TK. Finalmente dal punto K si tiri KB; il punto Q in cui questa incontrerà la linea di azione PQ sarà il cercato centro della curva condotta. Descritto adunque con raggio QT l'archetto *nn'*, la parte *n'*T di esso formerà il fianco, e la parte T*n* la costa del dente della ruota B.

In questa costruzione se il centro P del dente conduttore si prendesse in modo che la AP fosse perpendicolare a PQ, e per conseguenza parallela a TK, il punto d'incontro K si allontanerebbe ad una distanza infinita: quindi anche la retta

KQB riuscirebbe parallela a TK e perpendicolare a PQ, cioè la costruzione coinciderebbe precisamente con quella che abbiamo insegnata nella lezione 34ª e rappresentata nella figura 233, con la differenza che alle evolventi dei circoli di base delle due ruote si troverebbero ora sostituiti due archi di circolo; la qual cosa giustifica ciò che allora abbiamo asserito.

Supponiamo ancora che si voglia descrivere un arco di circolo, il quale preso per costa del dente della ruota conduttrice A (*fig.* 262), sia capace di menare equabilmente la ruota B, i cui denti abbiano i loro fianchi rettilinei e diretti secondo i raggi. Sulla circonferenza DD′ della ruota condotta B si porti l'arco TE eguale alla metà dell'arco di recesso, si tiri il raggio BE che sarà la direzione del fianco della ruota B, il quale essendo per ipotesi rettilineo dovrà riguardarsi come un arco di circolo di raggio infinito col centro sulla TF prolungata: se all'azione di questo fianco si volesse sostituire un tirante, questo sarebbe dunque diretto secondo la linea FT, si estenderebbe all'infinito al di là di F, e per conseguenza il braccio BH con cui dovrebbe connettersi riuscirebbe infinito e parallelo a TF; pel punto T finalmente si tiri TK perpendicolare a TF, e dal punto K dov'essa incontra la BH si tiri KA: l'intersezione P di questa con la linea di azione PQ sarà il cercato centro della costa della ruota conduttrice.

Io non mi tratterrò a descrivere la costruzione approssimativa delle dentiere e delle ruote annulari che non presenterà veruna difficoltà, e passerò nella lezione prossima ad esporre gli usi moltiplici che si fanno dei tiranti per la trasmissione del moto con ragione variabile di velocità.

[illegible]

SUNTO

DELLE LEZIONI

TRENTOTTESIMA, TRENTANOVESIMA E QUARANTESIMA.

Dell'uso de' tiranti per la trasmissione del movimento con ragione variabile di velocità.

Quando per via di un tirante si trasmette un movimento rotatorio d'ampiezza sensibile tra due braccia diseguali, la ragione delle velocità angolari di queste va continuamente variando secondo la legge dimostrata nella lezione decima, e ricordata nella 36ª, cioè a ciascuno istante del moto le due velocità angolari stanno tra loro in ragion reciproca delle lunghezze dei segmenti adiacenti della linea dei centri o delle perpendicolari abbassate dai centri delle due braccia sulla direzione del tirante. Nè io ritornerei su questo argomento, se non avesser luogo in questa maniera di comunicare il movimento, alcune singolarità degnissime di essere notate, e dallo studio delle quali dipende il saper far uso conveniente di un meccanismo quanto semplice nella sua forma, altrettanto vario ne' suoi effetti.

Siano A, B (*figg.* 263, 264, 265) i centri intorno a cui si muovono le due braccia. Quando il braccio o manubrio conduttore A*r* (*fig.* 263) girando da *r* verso *m*, sarà giunto nella posizione A*m* tale che il tirante M*m* si trovi disteso in linea retta sul prolungamento del braccio condotto BM, è chiaro che il manubrio A*m* non potrà proseguire il suo

movimento al di là di *m* (resistendo a ciò la inestensibilità del braccio BM e del tirante M*m*); ora se, dopo esser giunto in *m*, il braccio A*m* prende un moto retrogrado, ritornando da *m* verso D ed avvicinandosi per conseguenza al centro B, l'articolazione in M dovrà piegarsi, e potrà egualmente cedere andando verso R oppure verso E, cosicchè ad uno stesso movimento di A*m* possono corrispondere due movimenti contrari di BM: la macchina allora dicesi giunta in un *punto morto*, e si distinguono punti morti di due specie, secondochè il tirante si trova disteso sul prolungamento del braccio condotto, come nel caso ora supposto, oppure cade sulla direzione medesima di questo braccio come si vede in A*n*NB (*fig.* 265): ed è chiaro qui pure che il braccio conduttore venuto da S in N non può proseguire il suo movimento verso P (resistendo a ciò la incompressibilità del braccio condotto e del tirante): e che se il braccio conduttore si fa retrocedere verso *s*, allontanando il punto *n* dal centro B, il tirante ed il braccio BN sono costretti a sdoppiarsi e il giunto N si apre: ma ciò può egualmente avvenire in due modi, cioè camminando N verso F oppure verso S.

Vi ha dunque due specie di *punti morti*: sono della *prima specie* quelli in cui il tirante è sul prolungamento del braccio condotto: allora la distanza *m*B (*fig.* 263) della testa del braccio conduttore dal centro del braccio condotto è eguale alla somma delle lunghezze del tirante *m*M e del braccio condotto MB.

Sono *punti morti di seconda specie* quelli in cui il tirante coincide con la direzione del braccio condotto: allora la distanza *n*B (*fig.* 265) della testa del braccio conduttore dal centro del braccio condotto è eguale alla differenza tra le lunghezze del tirante *n*N, e del braccio condotto NB.

Può ancora avvenire che il tirante venga a trovarsi in linea retta, non già col braccio condotto, ma bensì col braccio conduttore, e ciò pure in due modi, cioè, o cadendo il tirante sul prolungamento del braccio conduttore, come si

vede in ArRB (*fig.* 263), o coincidendo la direzione del tirante con quella del braccio medesimo, come si scorge in AsSB (*fig.* 265). Noi chiameremo queste posizioni, *punti di regresso di prima e di seconda specie*, perchè quando la macchina giunge in una di esse, il braccio conduttore può ben continuare liberamente il suo movimento, ma il braccio condotto non può andare al di là, e necessariamente prende moto *retrogrado* o di *regresso*. Ne' punti di regresso della prima specie la distanza AR (*fig.* 263) della testa del braccio condotto dal centro del braccio conduttore è eguale alla somma delle lunghezze del tirante Rr e del braccio conduttore Ar: ne' punti di regresso della seconda specie (*fig.* 265), quella distanza è eguale alla differenza tra le lunghezze del tirante sS, e del braccio conduttore As (1).

Da ciò derivano le regole seguenti:

Per trovare i punti morti, fatto centro nel centro del braccio condotto si descrivano due archi, l'uno con raggio eguale alla somma, l'altro con raggio eguale alla differenza del tirante e del braccio condotto. Il primo arco taglierà la circonferenza del braccio conduttore in due punti che saranno le

(1) Io ritengo qui la denominazione di *punti morti* nel significato usato dai pratici, e vi aggiungo quella di *punti di regresso*, che mi par comoda per abbreviare i discorsi, quale mi sembra pure che sia quella di *punti singolari*, e la distinzione loro in due specie. Meglio tuttavia sarebbe, per avventura, abbandonare il nome di *punti morti* come poco proprio, applicandosi non a punti, ma a posizioni di tutta la macchina. Io proporrei di chiamare *punti di regresso del movente* e *punti di regresso del cedente*, quelli in cui questi pezzi sono costretti dalla scambievole loro connessione ad indietreggiare: e *punti ambigui del movente o del cedente* quelli in cui uno o l'altro pezzo può prendere indifferentemente un moto diretto od un moto retrogrado, per uno stesso moto del pezzo compagno. Con queste denominazioni, ad ogni punto di regresso o ad ogni punto ambiguo del conduttore corrisponderebbe un punto ambiguo od un punto di regresso del pezzo condotto, e viceversa; i punti singolari poi non cangerebber nome, quando il movente si cangiasse in cedente, e viceversa.

posizioni della testa di questo braccio ne' punti morti di prima specie; il secondo arco taglierà la medesima circonferenza in due punti, che saranno le posizioni della testa del braccio conduttore ne' punti morti di seconda specie.

E similmente

Per trovare i punti di regresso, fatto centro in A, *nel centro del braccio conduttore, si descrivano due archi, l'uno con raggio eguale alla somma, l'altro con raggio eguale alla differenza del tirante e del braccio conduttore. Il primo arco segnerà, sopra la circonferenza del braccio condotto, le posizioni della testa di questo braccio corrispondenti ai punti di regresso di prima specie; il secondo segnerà le posizioni relative ai punti di regresso di seconda specie.*

I punti morti ed i punti di regresso si chiamano complessivamente *punti singolari*; dalle cose dette finora risultano manifestamente queste conchiusioni, cioè:

1° Quando il braccio conduttore diviene braccio condotto, i punti morti si cangiano in punti di regresso e viceversa.

2° I punti singolari esistono generalmente per coppie, cioè se vi ha un punto morto di prima specie, ve ne ha pure un secondo collocato simmetricamente dall'altra parte della linea dei centri: tali sono A*m*MB, A*m*'M'B (*fig.* 263). Lo stesso si dica in tutti gli altri casi. Due punti morti, o due punti di regresso vengono però a confondersi in un punto solo, quando cadano sulla linea dei centri. Così avviene, come abbiam veduto, quando le braccia sono eguali, ed il tirante è eguale alla distanza dei centri.

Non bisogna credere però che tutte queste specie di punti singolari esistano sempre necessariamente in ogni sistema di due braccia e di un tirante: anzi alcuna sempre ne manca, come tosto vedremo. L'esistenza di questa o di quella specie di punti singolari dipende dalle relazioni che passano in ciascun caso fra le lunghezze delle quattro linee seguenti, cioè fra le lunghezze delle due braccia, quella del tirante e la distanza AB dei due centri.

Rispetto alle lunghezze delle braccia, ed alla distanza dei centri, si hanno da considerare i quattro casi seguenti:

1° Quando la somma dei raggi o bracci è minore della distanza dei due centri, come nelle figure 263, 264, 265 finora citate. Allora le circonferenze descritte dalle teste dei due bracci non si tagliano.

2° Quando ciaschedun braccio è minore della distanza dei due centri, ma la somma dei due bracci è maggiore di questa distanza. Allora le due circonferenze si tagliano in due punti (*fig*. 266); ma ciascun centro è collocato fuori della circonferenza descritta dall'altro braccio.

3° Quando uno dei due bracci BQ è maggiore, e l'altro AP minore della distanza dei centri. Allora le due circonferenze possono tagliarsi o non tagliarsi (*figg*. 267 e 268). Uno dei centri B è fuori, l'altro A è dentro della circonferenza descritta dalla testa dell'altro braccio.

4° Finalmente quando entrambe le braccia sono maggiori della distanza dei centri (*figg*. 269 e 270): allora l'uno e l'altro centro è contenuto nella circonferenza descritta dall'altro braccio: le circonferenze poi possono tagliarsi o non tagliarsi.

Noi prenderemo ora a considerare questi diversi casi, esaminando con qualche minutezza ciò che avviene nel primo; ed accennando solamente ciò che più importa a sapersi degli altri.

Mettendo gli occhi sulle figure 263, 264 e 265, che si riferiscono appunto al caso in cui la somma dei due bracci è minore della linea de' centri, si fa tosto manifesto che il tirante non può mai essere nè minore della minima distanza DE delle circonferenze descritte dalle estremità delle due braccia, nè maggiore della distanza massima CF delle circonferenze medesime: ma tra questi due limiti, il tirante può avere una infinità di lunghezze differenti che danno pur luogo a differenti combinazioni di punti singolari, epperò ancora a differenti vicende nella trasmissione del

movimento: noi farem dunque successivamente le tre supposizioni che seguono:

1ª *Supposizione.* Il tirante è maggiore di DE e minore di CE, cioè maggiore della distanza dei centri meno la somma dei due raggi, e minore della distanza dei centri più la differenza dei due raggi.

2ª *Supposizione.* Il tirante è maggiore di CE e minore di DF, cioè maggiore di AB meno la differenza de'due raggi, e minore di AB più la stessa differenza.

3ª *Supposizione.* Il tirante è maggiore di DF e minore di CF, cioè maggiore di AB più la differenza dei due raggi, e minore di AB più la somma dei raggi medesimi.

Supposizione prima (*fig.* 263).
Tirante maggiore di DE
— minore di CE.

Centro in B: raggio eguale al tirante più BE, si descriva l'arco *mm'*, il quale incontrerà la circonferenza C*m*D*m'* nei due punti *m*, *m'*: saranno A*m*, A*m'* due posizioni del braccio conduttore corrispondenti a due punti morti di prima specie, e conducendo le rette *m*B, *m'*B le quali incontrino in M, M' la circonferenza FMEM', sarannno BM, BM' le posizioni corrispondenti del braccio condotto.

Centro sempre in B: raggio eguale al tirante meno BE si descriva l'arco *nn'*: questo non incontrerà la circonferenza C*m*D*m'*, e mostrerà così che non vi ha nissun punto morto di seconda specie.

Centro in A: raggio eguale al tirante più AD, si descriva l'arco RR': i punti R, R' in cui esso incontrerà la circonferenza FRER', indicheranno due posizioni BR, BR' del braccio condotto, corrispondenti a due punti di regresso di prima specie, e dai punti R, R' conducendo le rette RA, R'A che incontrino la circonferenza C*m*D*m'* in *r*, *r'* saranno A*r*, A*r'* le corrispondenti posizioni del braccio conduttore.

Finalmente, centro in A: raggio eguale al tirante meno

AD si descriva l'arco SS'; esso non incontrerà la circonferenza del braccio condotto, e si comprenderà da ciò che non vi ha nessun punto di regresso di seconda specie.

Quindi conchiudendo: in questa prima supposizione, vi avrà quattro punti singolari, cioè due punti morti, e due punti di regresso, tutti e quattro di prima specie. Il braccio conduttore potrà muoversi per tutto l'arco *mrDr'm'*, ma non potrà mai passare al di là dei punti *m*, *m'* sull'arco *mCm'*. Il braccio condotto potrà oscillare sull'arco RMEM'R', ma non potrà mai oltrepassare i punti R, R' venendo sull'arco RFR'. Di più, per la natura de' punti morti, tutte le volte che la macchina passerà per una delle posizioni A*m*MB, A*m*'N'B, il braccio condotto potrà proseguire il suo movimento diretto, oppure prendere un moto retrogrado.

Supposizione seconda (*fig.* 264).

Tirante maggiore di CE
— minore di DF.

Ripetendo qui le operazioni indicate nella supposizione precedente si troverà che niuno de' due archi *mm' nn'*, descritti dal centro B con raggi eguali al tirante più, o meno BE, non incontra la circonferenza descritta dal braccio conduttore; onde si dedurrà che non vi sono punti morti nè di prima, nè di seconda specie.

Si troverà ancora che gli archi RR', SS', descritti dal centro A, con raggi eguali al tirante più AD, ed al tirante meno AD, incontrano entrambi la circonferenza descritta dal braccio condotto, il primo ne' punti R, R', il secondo ne' punti S, S', e se ne conchiuderà che vi sono qui due punti di regresso della prima specie A*r*RB, A*r*'R'B, e due punti di regresso della seconda specie A*s*SB, A*s*'S'B.

Non essendovi punti morti, il braccio conduttore potrà descrivere l'intera circonferenza C*sr*D*r*'*s*', cioè potrà ad arbitrio muoversi con moto continuo o con moto alternativo: ma a cagione dei quattro punti di regresso, anche quando il

braccio conduttore camminerà con moto continuo, il braccio condotto andrà necessariamente con moto alternativo oscillando da R in S′ e da S′ in R, oppure da R′ in S e da S in R′.

Noi abbiamo supposto il braccio conduttore più breve che il braccio condotto: se supponessimo al contrario che fosse BR il braccio conduttore, AS il braccio condotto, troveremmo che il primo necessariamente camminerebbe con moto oscillatorio, poichè alle posizioni BR, BR′ corrisponderebbero due punti morti di prima specie, ed alle posizioni BS, BS′, due punti morti di seconda specie: ma il braccio condotto potrebbe camminare con moto continuo, oppure con moto alternativo.

Supposizione terza (*fig.* 265).

Tirante maggiore di DF
— minore di CF.

Con gli stessi metodi finquì praticati si riconoscerà facilmente che in questa terza supposizione non vi possono essere punti singolari della prima specie; ma che vi saranno bensì due punti morti A*n*NB, A*n*′N′B, e due punti di regresso A*s*SB, A*s*′S′B′, tutti di seconda specie. Nè il braccio conduttore, nè il braccio condotto non posson dunque mai muoversi con moto continuo; ma il primo necessariamente oscilla per l'arco *ns*C*s*′*n*′ senza poter mai passare sull'arco opposto *n*D*n*′; il secondo similmente di necessità si contiene sempre sull' arco SNFN′S′ senza passare mai sull'arco opposto SES′.

Risulta adunque da questo esame che nella prima supposizione vi sono due punti morti e due punti di regresso, tutti e quattro di prima specie; che nella seconda si trovano o quattro punti morti, o quattro punti di regresso, secondochè il braccio conduttore è più corto o più lungo che il braccio condotto; che nella terza supposizione finalmente si hanno due punti morti e due punti di regresso, tutti e quattro della seconda specie. Ancora: nella prima e nella terza supposizione il moto di entrambi i bracci è necessariamente alter-

nativo; nella seconda, il braccio minore può avere moto continuo, l'altro ha necessariamente moto alternativo.

Io farei un trattato anzichè una lezione se volessi minutamente descrivere tutti i movimenti che possono imprimersi al braccio conduttore, tutti quelli che possono comunicarsi al braccio condotto in ciascuna delle tre supposizioni che ho finora esaminate, e in tutte le supposizioni analoghe che dovrebber farsi per ciascun de'casi espressi nelle figure 266, 267, 268, 269 e 270: questa così minuta analisi riuscirebbe certamente più fastidiosa che utile, nè i lettori troveranno difficoltà a supplirvi da sè. Io mi restringerò quindi ad una osservazione sola: nelle tre supposizioni che siamo venuti facendo sulla lunghezza del tirante (quando la circonferenza descritta da uno de' bracci è tutta esterna alla circonferenza descritta dall'altro braccio), abbiam sempre trovato che uno almeno dei due bracci necessariamente si muove con moto alternativo: non è dunque possibile, con un meccanismo così disposto, di trasmettere da un braccio all'altro un movimento continuo di rotazione, salvo il solo caso di due braccia eguali connesse con un tirante di lunghezza eguale alla linea dei centri, caso che abbiamo minutamente esaminato in una precedente lezione. La medesima osservazione si applica egualmente alle disposizioni espresse nelle figure 266, 267 e 268, nelle quali le due circonferenze si tagliano, ma uno almeno dei due bracci è minore della distanza AB dei centri: cioè in tutti questi casi è impossibile che ambe le braccia vadano con moto continuo. Non così però nelle disposizioni delle figure 269 e 270, nelle quali l'uno e l'altro braccio si suppongono maggiori di AB; poichè con queste due disposizioni, purchè la lunghezza del tirante sia maggiore di DF e minore di DE, si troverà, eseguendo le costruzioni più volte praticate finquì, che non esisteranno nè punti morti, nè punti di regresso, che cioè non vi sarà nè pel braccio conduttore, nè pel braccio condotto veruna posizione oltre alla quale essi non possano passare, e ch'essi

potranno così liberamente proseguire le loro rotazioni intorno ai centri A, B.

La ragione delle velocità angolari, e quella delle velocità assolute delle due estremità del tirante saranno sempre facili a determinarsi in tutti i casi e per tutte le posizioni della macchina, mercè i generali teoremi delle lezioni 10ª ed 11ª; e le regole lungamente insegnate nelle due lezioni seguenti, cioè nella 12ª e nella 13ª, daranno sempre il mezzo di rappresentare graficamente per via di curve l'andamento di quelle velocità. Intanto è chiaro che supponendo che il braccio conduttore cammini con velocità equabile, il braccio condotto andrà con velocità ora maggiore ora minore; che ne' punti di regresso questa velocità sarà nulla, poichè allora la direzione del tirante incontrerà la linea dei centri nel centro stesso del braccio conduttore; e che ne' punti morti all' incontro la velocità del braccio condotto sarà infinitamente grande, poichè allora la direzione del tirante passerà pel centro del braccio condotto: questa osservazione ci sarà utile fra poco.

Quando uno dei due bracci si fa crescere all'infinito la circonferenza da esso descritta si muta in linea retta, e il meccanismo si trasforma in una manovella, equivalente ne'suoi effetti ad un eccentrico o ad un bocciuòlo di contorno circolare. Di questi organi meccanici, considerati come pezzi conduttori, ho già trattato nelle lezioni 14ª, 15ª e 16ª: aggiungerò ora ciò che par più necessario a conoscersi, anche pel caso che la manovella o braccio di lunghezza finita sia il pezzo condotto.

Le quattro figure 271, 272, 273 e 274 rappresentano altrettante maniere di trasformare il moto circolare in rettilineo, o il rettilineo in circolare per via di una manovella e di un tirante. In tutte e quattro le figure, l'estremità P del tirante PQ si muove circolarmente intorno al centro A: ma l'altra estremità Q, o per esser unita a snodo con una stanghetta QH ritenuta da piegatelli, o per essere impegnata

in un fesso rettilineo, è costretta a camminare in linea retta. Havvi però tra le quattro figure questa differenza, che nelle due prime la direzione del moto del punto Q vien passare pel centro A del movimento della manovella, mentre nelle due ultime la direzione del punto Q è eccentrica, cioè non passa pel centro A.

Nella prima figura 271, il tirante PQ si finge minore della manovella AP: ora il punto P non può mai allontanarsi dalla retta Hr', sulla quale si muove il punto Q ad una distanza maggiore della lunghezza PQ del tirante: condotte adunque di qua e di là di Hr', le parallele mm'', $m'm'''$ a distanze eguali a PQ, il punto P non potrà mai oltrepassare sulla circonferenza da esso descritta le posizioni m, m', m'', m''', cioè sarà obbligato a muoversi con moto alterno, o sull'arco sinistro mm', o sull'arco destro $m''m'''$, senza mai trascorrere sugli archi laterali mm'', $m'm'''$. La distanza poi del punto Q dal centro A, non potendo mai esser nè maggiore della somma AR delle lunghezze del braccio AP e del tirante PQ, nè minore della differenza AR′ di queste lunghezze medesime, questo punto Q di necessità si muoverà tra i termini R, R′ che saranno le sue posizioni di regresso. All'istante in cui il punto B giungerà in m, oppure in m', il punto Q sarà venuto in M, il tirante PQ sarà perpendicolare ad AM, e la macchina si troverà in un punto morto, cioè retrocedendo il punto P, il punto Q potrà proseguire il suo cammino con la direzione primitiva, oppure indietreggiare. Le stesse considerazioni si applicano al caso in cui la manovella si faccia oscillare per l'arco destro $m''m'''$.

Qualora poi il pezzo conduttore sia la stanghetta HQ, la manovella avrà due punti di regresso in m, m', ed un punto morto in r, se essa si muove sull'arco sinistro: se si muove sull'arco destro, i punti di regresso saranno m'', m''' ed il punto morto r'.

Nella figura 272 il tirante si suppone maggiore del braccio della manovella: allora è facile di scorgere che questa può

prendere qualsivoglia posizione intorno al punto A, cioè che il suo movimento può essere continuo: s'essa è conduttrice non vi sono punti morti, e i regressi di Q sono in R, R′ alle distanze, AR eguale alla somma, ed AR′ eguale alla differenza del tirante e del braccio. Se poi la stanghetta conduce la manovella, non vi sono punti di regresso, e la manovella ha due punti morti, uno in r, l'altro in r'. Quanto alle vicende della ragione delle velocità dei due pezzi, veggasi ciò che è detto nelle lezioni sopracitate.

Se la direzione della linea descritta dal punto Q non passa pel centro A, il moto della manovella sarà ancora alternativo, oppure potrà essere continuo, secondochè la lunghezza del tirante PQ si farà minore oppure maggiore della distanza EC (*figg.* 273 e 274).

Col tirante minore di EC (*fig.* 273) essendo conduttrice la manovella, i punti morti m, m' si troveranno tirando mm' parallela alla linea QH su cui si muove il punto Q, e distante da essa quanto è lungo il tirante, il quale, in questi due punti morti è perpendicolare alla linea QH: i punti di regresso R, R′ si segnano tagliando la retta QH con un arco di circolo descritto dal centro A e con raggio eguale al tirante più il braccio della manovella. Tutti i punti singolari sono qui di prima specie.

Col tirante maggiore di EC (*fig.* 274), ed essendo sempre conduttrice la manovella, non vi sono punti morti di sorta, ond'essa può muoversi tutt'intorno al centro A con moto continuo: i punti di regresso poi sono quattro: due di prima specie R, R′ e due di seconda S, S′: essi trovansi tagliando la linea QH con due archi di circolo descritti dal centro A, co' raggi AR, AS eguali, uno alla somma, l'altro alle differenze del tirante e del braccio: il punto Q necessariamente si muove oscillando tra i punti R, S, oppure tra i punti R′, S′, nè mai può passare tra S ed S′, oppure all'infuori di R o di R′.

In entrambe le figure è facile comprendere ciò che avverrà quando la manovella sarà il pezzo condotto.

Nel prendere finalmente commiato dai tiranti, io indicherò con tre esempi alcune applicazioni delle proprietà che lo studio precedente ci ha fatte scoprire in questi meccanismi.

Esempio primo. Movendosi un braccio AP (*fig.* 275) con moto alternativo per l'arco CC′, si vuol comunicare il movimento ad un altro braccio BQ, in modo che questo faccia due oscillazioni mentre il primo ne fa una sola.

Si divida l'arco CC′ in due parti eguali nel punto D, e si conduca il raggio AD prolungandolo fino in R della quantità DR, eguale alla lunghezza del tirante PQ. Dal punto C o dal punto C′ con apertura di compasso eguale alla medesima lunghezza PQ si tagli la retta AD in H. Sulla retta HR come base e coi lati HB, RB eguali alla lunghezza del braccio condotto BQ, si faccia il triangolo isoscele HBR; dico che prendendo il punto B per centro del moto di questo braccio BQ, esso farà due oscillazioni per ogni una che ne farà il braccio AP.

Infatti il punto Q si troverà in H, sia che il braccio condotto venga nella posizione AC, sia che venga nella posizione AC′: quando poi esso sarà in AD, il punto Q sarà in R. Dunque venendo il braccio conduttore da C in D, il braccio condotto farà una corsa diretta da H in R: e seguitando il primo braccio il suo cammino da D in C′, il secondo farà una corsa retrograda da R in H.

Quantunque il moto del braccio AP sia equabile, non sarà mica equabile quello del braccio BQ, poichè essendo R un punto di regresso, la velocità di Q in questo punto è nulla, ed essa viene continuamente scemando da H fino in R, epperò l'arco HI è percorso più velocemente che l'arco eguale IR: e tanto maggiore sarà il ritardamento, quanto più brevi il braccio condotto ed il tirante rispetto all'arco CC′. Quest'osservazione ci conduce all'

Esempio secondo. Muovendosi equabilmente il braccio AP (*fig.* 276) sull'arco dato CC′, trasformare questo movimento in un altro rapidissimamente ritardato.

Dividasi l'arco dato in qualsivoglia numero di parti eguali, per esempio in quattro, ne' punti 1, 2, 3, e pel primo punto di divisione 1 si conduca il raggio DA, e si prolunghi indefinitivamente: poi segnisi il punto 1' alla distanza D1' eguale alla lunghezza del tirante PQ. Centro in C con apertura eguale alla medesima lunghezza si tagli la retta D4' in 4', e sopra 1'4' come base si costituisca il triangolo isoscele 1'B4'.

Collocando in B il centro del moto del braccio BQ eguale a B1', il moto di questo braccio rapidissimamente si rallenterà nel venire da 4' verso 1'.

Il punto 1' è un punto di regresso di seconda specie: dunque sia quando il braccio AD si trova in AC, sia quando si trova in A2, il braccio condotto BQ si troverà in B2' vicinissimo a B1', cioè venendo AP da AC in A2, descriverà BQ due volte l'archetto appena sensibile 1'2': ma passando AP da A2 in A4, il braccio BQ descriverà l'arco molto maggiore 2'4', nel medesimo tempo che aveva impiegato a descrivere due volte l'archetto 1'2': dunque il moto da 1' in 4' sarà rapidissimamente accelerato, ed il moto retrogrado da 4' in 1' rapidissimamente ritardato.

Esempio terzo. Muovendosi equabilmente il braccio AP sull'arco CC' (*fig*. 277) comunicare un moto intermittente a due altri bracci BQ, B'Q', in modo che l'uno di essi stia fermo mentre l'altro cammina, e viceversa.

Si divida l'arco dato CC' in quattro parti eguali ne' punti 1, 2, 3, e pei punti 1, 3 si tirino i raggi 1A, 3A prolungandoli in H, H' tanto che siano 1H, 3H' eguali ai tiranti PQ, PQ' che debbono tramandare il movimento di AP ai bracci BQ, B'Q'; poi fatto centro in C con raggio eguale a PQ si tagli la retta AH prolungata nel punto I, e dal centro C' con apertura di compasso eguale a PQ' si tagli la retta AH' in I'. Sulle basi HI, H'I' si costruiscano i triangoli isosceli HBI, H'B'I', ed in B, B' si fermino i centri dei due bracci condotti BQ, B'Q' rispettivamente eguali a BH, B'H'.

Non è difficile lo scorgere quale sarà l'effetto di questa

disposizione. Quando il braccio AP è in A1, il braccio BQ è in un punto di regresso, epperò venendo AP da AC in A2, BQ appena si muove: ma seguitando AP il suo cammino col percorrere l'arco 23C', il braccio BQ rapidamente si accelera, e descrive l'arco intiero HI. Tutto all'incontro, quando AP è in A3, B'Q' è in un punto di regresso, onde questo braccio non ha moto sensibile mentre AP passa da A2 in AC', e si muove rapidamente, mentre AP passa da AC in A2; i due bracci BQ, BQ' hanno dunque moti intermittenti, e l'uno cammina mentre l'altro riposa.



[illegible]

SUNTO

DELLE LEZIONI

QUARANTUNESIMA E QUARANTADUESIMA.

Dei giunti e degli innesti mobili.

I meccanismi di cui intendo ora trattare appartengono tutti alla trasformazione del moto rotatorio, in moto rotatorio equabile o non equabile, e s'impiegano a comunicare il movimento tra due alberi che si possono riguardare come prolungamento uno dell' altro, sia che infatti gli assi loro sieno collocati in linea retta, sia che abbiano direzioni parallele od inclinate, o sia finalmente che cadano in piani differenti. Do il nome di *giunti* a quelli fra gli accennati meccanismi che stabiliscono una congiunzione permanente fra i due alberi, cosicchè l'uno non possa mai girare senza trasmettere all' altro il suo movimento: e distinguo col nome di *innesti mobili* quegli altri meccanismi ne' quali la comunicazione del moto si può a piacimento interrompere e ristabilire senza scomporre la macchina, e mercè un semplice cangiamento di luogo di alcuna delle sue parti. Gli esempi ch'io sto per addurre dichiareranno meglio che un più lungo discorso la distinzione così stabilita tra i giunti e gl'innesti.

Come primo esempio di un giunto sieno A*a*, B*b* (*fig.* 278) due alberi paralleli le cui estremità vicine A, B si trovino a poca distanza di qua e di là di un piano perpendicolare agli alberi medesimi. Sieno fermate in queste estremità due brac-

cia AP, BQ, entrambe maggiori della distanza AB dei due assi, e si uniscano le due braccia con un tirante PQ di lunghezza conveniente: secondo ciò che abbiam detto nelle ultime lezioni, il movimento si trasmetterà in modo continuo dall'albero A*a* all'albero B*b*.

Per ben comprendere le vicende di questa trasmissione rappresentiamo nella figura 279 il piano in cui si muove il tirante PQ: siano AP, BQ le lunghezze delle due braccia; CP*p*D, EQ*q*F le circonferenze descritte dalle loro estremità intorno ai centri A, B: il tirante dovrà essere maggiore di CE, e minore di ED, e quando esso si troverà nella posizione PQ le velocità angolari delle due braccia AP, BQ staranno tra loro in ragione inversa delle perpendicolari AH, BI abbassate da A e B sulla direzione del tirante, o, se più ci piace, in ragione inversa delle distanze AT, BT dei due centri dal punto d'incontro T del tirante prolungato con la linea AB.

All'istante in cui il braccio AP passerà per la linea dei centri confondendosi con AC, oppure con AD, il punto T cadrà in C, oppure in D: nella prima posizione la velocità angolare di BQ sarà minore di quella di AP, nella ragione di AC al BC: e nella seconda posizione sarà maggiore nella ragione di AD al BD.

Quando poi verrà sulla linea dei centri il braccio condotto BQ, cadendo la sua estremità Q in E, oppure in F, sarà la velocità angolare di BQ minore di quella di AP, nella ragione di AE al BE nel primo caso, e nel secondo caso sarà maggiore nella ragione di AF al BF: nè è difficile di vedere che supponendo equabile il movimento di AP, la minima velocità di BQ avrà luogo quando questo braccio si confonderà con BE, e la sua velocità massima quando si confonderà con BF.

Supponiamo per es. che sia AP eguale a 30 centimetri, BQ a 25 centimetri, AB a 10: la velocità angolare minima di BQ sarà i tre quinti, e la massima sarà i sette quinti di quella di AP.

Poichè BQ cammina ora più adagio, ora più presto che AP vi debbono anche essere dei punti nei quali le velocità angolari delle due braccia sieno eguali, e ciò succede evidentemente tutte le volte che il tirante prende la direzione parallela alla linea dei centri, cioè due volte ad ogni giro della macchina, nelle posizioni $ApqB$, $Ap'q'B$ (1).

La figura 280 rappresenta un giunto non meno semplice del precedente: gli alberi paralleli Aa, Bb portano qui pure due bracci AP, BQ, ma questi invece di essere congiunti con un tirante si tramandano il movimento per via di una caviglia M piantata nel braccio condotto BQ, e inserta in un fesso rettilineo EF del braccio conduttore AP. Acciocchè il moto possa trasmettersi per l'intera circonferenza, ossia acciò la macchina possa camminare con moto continuo, basta che il fesso sia abbastanza lungo, cioè che sia la distanza AE minore di AB, ed AF maggiore di AB più BM.

(1) Per determinare le posizioni dei bracci per le quali il tirante è parallelo alla linea dei centri, e le velocità angolari sono eguali, si osserverà, che in una di queste posizioni le due braccia si tagliano in s in modo che

$$As : Ap' :: Bs : Bq' :: AB : AB + p'q'$$

dalla quale proporzione si ritrae

$$As = \frac{Ap'.AB}{AB+PQ}$$

$$Bs = \frac{Bq'.AB}{AB+PQ}$$

e con questi valori si costruirà il triangolo AsB, i cui lati prolungati daranno la cercata posizione delle braccia Ap', Bq'.

Quanto all'altra posizione $ApqB$, se si prolungassero al di là di A e B le due traccie, esse andrebbero incontrarsi in un punto r tale che si avrebbero

$$Ar = \frac{Ap.AB}{PQ-AB}$$

$$Br = \frac{Bq.AB}{PQ-AB}$$

Il movimento trasmettendosi per contatto immediato tra la caviglia M e l'orlo del fesso EF, la linea di azione è qui la perpendicolare NMT (*fig.* 281) alla direzione del fesso, e la velocità angolare del braccio condotto BQ sta a quella del braccio conduttore AP, come TA sta al TB, oppure come la perpendicolare AM alla perpendicolare BI; e da ciò è facile pure di conchiudere che la velocità angolare di BQ sarà minima quando questo braccio cadrà sulla linea dei centri in BC, e massima quand'esso cadrà in BD: nel primo caso essa starà a quella del braccio conduttore come CA al CB, e nel secondo caso come DA al DB. Le due velocità angolari saranno eguali quando il braccio conduttore si troverà in A*m* od in A*m'*, perpendicolare alla linea dei centri, poichè allora la linea di azione sarà parallela ad AB.

Il giunto di Oldham, rappresentato nella figura 282, serve come i due precedenti a trasmettere il moto tra due alberi paralleli A*a*, B*b*, ma qui l'albero condotto gira sempre con la medesima velocità dell'albero conduttore, come tosto dimostreremo. Ciascuno dei due alberi porta alla sua estremità una forcella semicircolare FAF, GBG: le quattro branche di queste forcelle hanno in F, F, G, G quattro fori, i quali si trovano tutti nello stesso piano perpendicolare alle lunghezze de'due alberi, ne' quali fori scorrono liberamente le quattro braccia della croce CDDEE. Se ora si fa girare l'albero A*a*, girano insieme con esso la forcella FAF, e l'asta ECE della croce, e quindi anche l'altr'asta DCD, la quale essendo sempre perpendicolare alla prima, si muoverà sempre per un angolo eguale a quello descritto da essa: e per conseguenza gli angoli descritti intorno ai due alberi saranno sempre eguali, e sempre eguali le velocità angolari di questi.

Le due circonferenze G*g*G*g*, F*f*F*f* (*fig.* 283) rappresentano quelle che le branche delle due forcelle descrivono intorno agli assi A*a*, B*b*: in F,F sono le estremità delle branche della forcella conduttrice, in GG quelle della forcella condotta: l'asta DD della croce in tutte le posizioni della macchina

passerà sempre pel centro B, l'altr'asta passerà pur sempre pel centro A, epperò il loro punto d'incontro C si troverà sempre sulla circonferenza di un circolo di diametro eguale alla distanza AB dei due centri, poichè l'angolo DCE è retto, e i suoi lati passano sempre per le due estremità del diametro AB.

Simile nella sua forma al giunto di Oldham è il giunto di Hooke o giunto universale (*fig*. 284), ma ben diverso ne'suoi effetti. Qui pure due alberi A*a*, B*b* armati di forcelle FAF, GAG sono uniti per via di una croce GCEFC: ma i due alberi non sono paralleli, e le braccia della croce non pòssono scorrere, ma soltanto girare nei fori F, F, G, G delle branche delle forcelle, cosicchè il punto C è sempre a metà di GG e di FF, e gli assi A*a*, B*b* prolungati passano sempre pel punto C: qui finalmente il moto non si trasmette con ragione equabile di velocità, come si dirà fra poco.

Una bella proprietà del giunto di Hooke, per la quale appunto gli si dà il nome di *giunto universale*, consiste in ciò ch'esso si adatta in qualunque angolo d'assi, cioè che uno stesso giunto può egualmente servire a congiungere due alberi che facciano tra loro un angolo qualunque. In altre parole, ritenendo l'albero A*a* una direzione determinata, si posson far prendere all'albero B*b* tutte le direzioni immaginabili intorno al punto C senza punto scomporre il giunto, e senza che il moto rotatorio del primo albero cessi di comunicarsi al secondo.

Per far comprendere la ragione di questa proprietà io descriverò qui un altro congegno d'invenzione assai più antica che il giunto di Hooke, e conosciuto sotto il nome di *sospensione cardanica* (1): esso è impiegato sulle navi a tener

(1) L'invenzione di questo congegno, viene attribuita, come indica il nome stesso, a Girolamo Cardano medico, matematico e astrologo famoso, nato in Pavia nel 1501, e morto, siccome si racconta, volontariamente di fame in Roma nel 1576 affin di non ismentire la predizione

sospesa la bussola in modo che comunque s'inclini la nave, la bussola si stia sempre orizzontale, e se ne fa uso egualmente per sospendere certe lampade portatili, affinchè coll'inclinarne il gambo da questa parte o da quella la fiamma non si spenga e l'olio non si spanda.

Sieno FLFL, MGMG (*fig.* 285) due anelli di metallo di diametri tali che il secondo possa liberamente passare nel primo; e sieno ME, ME due perni fitti nell'anello minore alle due estremità del diametro MM, e girevoli entro a due fori che attraversano l'anello maggiore alle due estremità del diametro FF; sia DODO un disco, o piano circolare di diametro un po' minore di quello del secondo anello, e mobile sopra i due perni DG, DG che attraversano questo anello alle due estremità del diametro GG, perpendicolare ad MM.

Fingiamo ora che l'anello esterno FLFL (*fig.* 286) s'inclini in qualunque modo e da qualunque parte: dico che il disco DODO potrà tuttavia collocarsi sempre in posizione orizzontale. Infatti facendo girare l'anello interno MGMG sui perni EM, EM, il diametro GG genererà un piano perpendicolare ad EE; e siccome in un piano comunque collocato si può sempre tirare una retta orizzontale, sarà sempre fattibile di condurre l'anello interno MGMG in una tal posizione che la linea dei perni GG sia orizzontale: ed allora facendo girare il disco DODO intorno a' suoi perni D, D finchè il diametro OO sia anch'esso orizzontale, il piano DODO contenendo due rette GG, DD che si tagliano in C e sono orizzontali, sarà esso pure orizzontale.

Ciò posto se noi supponiamo per un istante che nel centro del disco si pianti un albero CA perpendicolare al piano del

ch'egli avea avuto l'audacia di fare dell'anno della propria morte. Egli è più conosciuto per le sue stranezze, i suoi vizi e le sue empietà che per vero merito scientifico. La soluzione delle equazioni di 3° e di 4° grado che va sotto il suo nome non gli appartiene, avendone egli involato il merito al vero scopritore che fu Nicolò Tartaglia suo contemporaneo.

disco medesimo; e che l'anello esterno ELFL si fermi alle due branche di una forcella fissata all'estremità di un secondo albero, perpendicolare al piano dell'anello, ritenendo il primo albero in posizione verticale, si potranno dare al secondo tutte le direzioni immaginabili intorno al punto C, cosicchè in grazia dei due assi FF, GG, intorno cui si muovono l'anello interno ed il disco, il giunto cardanico si può trasformare in un vero giunto universale: esso infatti essenzialmente non differisce dal giunto di Hooke.

Per iscoprire con qual legge giri la forcella condotta GBG intorno all'asse B*b* (*fig*.284) quando si dà alla forcella conduttrice FAF un moto equabile di rotazione intorno all'asse A*a*, conduciamo un piano per questi due assi, e nel punto C dov'essi s'incontrano facciam passare un altro piano perpendicolare all'asse conduttore A*a*. L'asta FF della croce, la quale noi chiameremo d'or innanzi *asta movente*, sarà sempre contenuta in questo secondo piano, e le estremità F, F delle branche AF, AF descriveranno in esso una circonferenza di circolo rappresentata in DEDE nella fig. 287, che si suppone segnata in quel piano. In questa figura il diametro EE è l'intersezione del piano della figura con quello che contiene i due assi, e il diametro DD è l'intersezione del piano della figura (perpendicolare all'asse A*a*) con un piano condotto pel centro C e perpendicolare all'asse B*b*: In quest' ultimo piano si muove l'asta cedente GG della croce, descrivendo in esso una circonferenza eguale a DEDE: ma siccome il piano di questo circolo è inclinato al piano della figura, e fa con esso un angolo eguale a quello dei due assi, se noi proietteremo su questo piano la circonferenza così descritta, la proiezione sarà una ellisse D*e*D*e*, che avrà per asse maggiore il diametro DD.

Supponiamo che al principio del movimento l'asta movente si confondesse col diametro DD (*fig*. 287): l'asta cedente era dunque allora proiettata in *e*C*e*: quando poi la prima asta girando intorno all'asse A*a* sarà passata nella posizione FF de-

scrivendo l'angolo DCF, l'asta cedente, sempre perpendicolare ad FF, si troverà proiettata in *gCg*, cioè secondo una retta che fa con EE l'angolo EC*g* eguale a DCF. In altri termini, mentre l'estremità F dell'asta movente avrà percorso l'arco di circolo DF nel piano della figura, l'estremità dell'asta cedente avrà descritto un altro arco di circolo che sarà situato in un piano inclinato a quello della figura e si proietterà in quest'ultimo piano sull'arco di ellisse *eg*: pel punto *g* si tiri G*g*H perpendicolare a DD, e non sarà difficile a riconoscere che l'arco di circolo di cui parliamo sarà eguale ad EG (1): e finalmente conchiuderemo che mentre la forcella movente avrà descritto l'angolo DCF, la forcella cedente avrà descritto l'angolo minore ECG: e con questa semplice costruzione sarà sempre facile di ritrovare quale sarà stato il movimento della forcella cedente, per qualsivoglia moto della forcella movente. Così mentre questa allontanandosi dalla comune intersezione DD dei piani dei due circoli descriverà una intera circonferenza, anche l'altra farà un giro intero; anzi quando il movente avrà descritto uno, due, tre o quattro quadranti, anche il cedente allontanandosi dal piano degli assi avrà descritti similmente uno, due, tre o quattro quadranti: il suo moto tuttavia non sarà equabile, ma verrà accelerandosi nel primo quadrante, ritardandosi nel secondo, accelerandosi di nuovo nel terzo, e di nuovo ritardandosi nel quarto.

(1) Quando una figura contenuta in un piano si proietta sopra un altro piano inclinato al primo, le rette parallele alla comune intersezione dei due piani conservano nella proiezione la medesima lunghezza che avevano nel piano primitivo. Nel caso nostro essendo DD la comune intersezione dei due piani che contengono le circonferenze descritte dalle estremità delle branche conduttrici e dalle estremità delle branche condotte, la retta *gk* parallela a DD non ha sofferto nell'essere proiettata verun cangiamento, ed è per conseguenza eguale alla vera distanza dell'estremità della branca cedente dal piano EE dei due assi: ora, per passare alla distanza *kg* oppure KG, questo punto dee aver descritto un arco di circolo EG.

Per dare una idea di questo movimento, io supporrò che i due alberi A*a*, B*b* facciano un angolo di 135°, e noterò nella tavola che segue gli angoli descritti nello stesso tempo dalla forcella movente e dalla forcella cedente.

movente		cedente		
0°	. . . . . .	0°		
15°	. . . . . .	10°	43′	43″
30°	. . . . . .	22°	12′	27″
45°	. . . . . .	35°	15′	52″
60°	. . . . . .	50°	46′	7″
75°	. . . . . .	69°	14′	47″
90°	. . . . . .	90°	0′	0″
105°	. . . . . .	110°	45′	13″
120°	. . . . . .	129°	13′	53″
135°	. . . . . .	144°	44′	8″
150°	. . . . . .	157°	47′	33″
165°	. . . . . .	169°	16′	17″
180°	. . . . . .	180°	0′	0″

Egli è appena bisogno di avvertire che se l'asta movente invece di partire dalla posizione in cui essa giace nella intersezione DD del piano dei due circoli, partisse da un'altra posizione qualunque F′F′ (*fig.* 288), e descrivesse l'angolo F′CF″, per determinare l'angolo G′CG″ descritto nello stesso tempo dall'asta cedente, basterebbe determinare successivamente con la costruzione testè insegnata le posizioni G′G′, G″G″ del cedente, corrispondenti alle F′F′, F″F″ del movente.

Quando i due alberi tra i quali si dee trasmettere il movimento non s'incontrano, sia che sieno paralleli, oppure che non si contengano nel medesimo piano, si può tuttavia trasmettere il moto dall'uno all'altro, impiegando due giunti universali in luogo di un solo, cioè, condotta ad arbitrio una retta che incontri entrambi gli alberi dati A*a*, D*d* (*figg.* 289 e 290) nei punti CC′, si disporrà tra i due primi un

terzo albero B*b* secondo le direzioni CC′, il quale riceverà il movimento da A*a* e lo trasmetterà a D*d*. Si aggiunge talvolta questo terzo albero ancorchè le direzioni dei due primi A*a*, D*d* s'incontrino, al solo fine di rendere equabile la trasmissione del moto, la qual cosa con un giunto solo non è possibile. Supponiamo in primo luogo che i due alberi A*a*, D*d* (*fig.* 289) sieno veramente in uno stesso piano: anche B*b* sarà per conseguenza nel piano medesimo, e potrà scegliersi in modo che faccia angoli eguali con A*a*, e con D*d*. Facciamo di più, che le due forcelle GBG, F′*b*F′ fermate alle due estremità di quest'albero di mezzo B*b* sieno in uno stesso piano, cosicchè se all'origine del moto la GBG sarà nel piano che contiene i tre alberi, anche la F′*b*F′ sarà in questo piano: allora tutto essendo simile e similmente disposto nel primo giunto AB, e nel secondo giunto *b*D, l'albero di mezzo riceverà precisamente lo stesso movimento, sia che si prenda per movente il primo albero A*a* e gli si faccia fare una rotazione di un certo numero di gradi, sia che si prenda per movente il terzo albero *d*D e gli si faccia fare una rotazione eguale: viceversa adunque se si facesse fare una rotazione qualunque all'albero di mezzo B*b*, i due alberi estremi A*a*, D*d* ne riceverebbero movimenti eguali: dunque finalmente il movimento dell'albero condotto D*d* sarà sempre eguale a quello dell'albero conduttore A*a*, purchè, come abbiam detto, B*b* faccia angoli eguali con A*a*, D*d*, e le due forcelle GBG, F′*b*F′ cadano in uno stesso piano.

Se poi il primo albero e il terzo non giacessero in uno stesso piano (*fig.* 290), si potrebbe tuttavia trasmettere il moto equabilmente da quello a questo, e converrebbe ancora perciò collocare l'asse di mezzo in modo che facesse angoli eguali con A*a*, D*d*, ma le forcelle GG, F′F′ non vorrebbero più essere in un solo piano, bensì quando la prima GG si trova nel piano che contiene i due alberi A*a*, B*b*, la F′F′ dovrebb'essere in quello che contiene in due alberi B*b*, D*d*.

Vengo ora brevissimamente agli innesti mobili. AB (*fig.*

291) è un albero formato di due parti A, B collocate sul prolungamento l'una dell'altra, ma interamente separate e divise in C da un piccolo intervallo, cosicchè la parte A possa girare senza comunicare il suo movimento alla parte B. All'estremità di A è fermata una ruota corona che gira con A: sull'altra parte B dell'albero è infilzata e può scorrere innanzi e indietro un'altra ruota corona EE perfettamente eguale a DD, la quale in tutte le posizioni che può prendere lungo l'albero, non può mai girare senza comunicare il suo movimento all'albero medesimo, a cagione di due linguette sporgenti *bb*, *b'b'* saldate sull'albero medesimo, e impegnate in due scanalature incavate nell'occhio della ruota EE: queste linguette e queste scanalature si veggon viemmeglio nella figura 292 che rappresenta di fronte il medesimo meccanismo.

Quando le due ruote DD, EE sono così lontane come la figura 291 le rappresenta, il moto non si comunica tra le due parti dell'asse: ma se la ruota EE si spingerà da destra a sinistra in modo che i suoi denti vengano ad incastrarsi fra quelli della ruota DD, allora il movimento si comunicherà: per far avanzare così la ruota EE basta muovere d'alto in basso il braccio OG, il quale girando intorno al centro O, muove la forcella FF: poichè questa abbracciando la collana HH che fa corpo con la ruota EE, non può andar verso sinistra senza sospingere con sè la collana e la ruota. Rialzando la leva OG, la forchetta e la ruota retrocedono, e la comunicazione del moto nuovamente s'interrompe tra A e B.

Questa specie d'innesto va però soggetta a due inconvenienti: il primo, che quando si spinge innanzi la ruota EE può avvenire che i suoi denti non imbocchino perfettamente in quelli di DD ma s'incontrino nelle loro punte; il secondo molto più grave, che la parte B dell'albero e tutti i meccanismi coi quali essa è unita passando tutto ad un tratto dal riposo al movimento, ne ricevono una scossa violenta che deteriora la macchina, e può cagionare gravi guasti e rot-

ture. Si rimedia ad entrambi questi sconci, quando lo sforzo che si dee tramandare non è molto grande, sostituendo all' incastro di due ruote dentate il semplice fregamento di due coni (*fig.* 293), l'uno solido EE, scorrevole lungo l'albero conduttore A, l'altro DD vuoto e solidamente fermato sull' albero condotto B. Quando per via della forcella FF il cono solido EE penetra nel cono vuoto DD e preme la sua parete interna, il fregamento scambievole delle loro superficie è bastante a stabilire le comunicazione del movimento: essa si interrompe ritirando il cono EE da destra a sinistra.

Lo stesso effetto si può ottenere per via di attrito con la disposizione della figura 294. AB è come nelle figure precedenti un albero interrotto in C: A è la parte conduttrice di esso, dalla quale il movimento si trasmette al tamburo T per via della puleggia D e della coreggia GG. Una seconda coreggia HH inviluppata al medesimo tamburo si può a piacimento far passare sulla puleggia EE, la quale così comunica il moto all'albero B su cui è fermata, oppure sulla puleggia folle FF che girerà sull' albero medesimo senza dargli movimento nissuno.

Gli innesti mobili sono talvolta destinati non solamente ad interrompere la comunicazione del movimento, ma eziandio ad invertirne la direzione, facendo, per esempio, che una ruota che girava da destra a sinistra, prenda tutto in un tratto a girare da sinistra a destra, o viceversa. Sia R una ruota conica (*fig.* 295), la quale girando costantemente per lo stesso verso debba poter comunicare all'albero BB′ due moti opposti, a piacimento. L'albero BB′ è tutto d'un pezzo, e porta infilate due ruote folli SS′, che entrambe incastrano con R e girano per conseguenza con direzioni contrarie senza comunicare tuttavia nissun movimento al loro albero comune. HH è una calza o manica infilata nel medesimo albero, lungo il quale può scorrere liberamente, ma intorno al quale non può girare se non facendo girare l'albero pure, a motivo delle due linguette *bb′*, simili a quelle descritte parlando del-

l'innesto delle figure 291 e 292. Le due estremità della calza sono armate di denti a sega EE, E'E', per modo che facendola correre a sinistra, i denti EE vanno impegnarsi ne'denti eguali DD, scolpiti in rilievo sulla faccia della ruota S; ed allora il moto rotatorio si comunica da questa ruota alla calza, e dalla calza all'albero BB'. Ritirando la calza verso il mezzo dell'intervallo delle due ruote essa non riceverà verun movimento e l'albero BB' starà fermo: ma conducendola verso destra, i suoi denti E'E' s'impegneranno fra i denti D'D' della ruota S', e questa comunicherà così alla calza ed all'albero un moto di rotazione contrario a quello ch'era ad esso trasmesso dall'altra ruota S.

Questa maniera d'innesto va soggetta ai medesimi sconci che abbiamo apposti a quello della figura 291. Non così quest'altro: T (*fig*. 296) è un tamburo motore che porta due coreggie: una GG va invilupparsi secondo le tangenti esterne alla puleggia folle FF infilzata sull'albero BB, e non comunica per conseguenza verun movimento a quest'albero: l'altra HH cinge secondo le tangenti interne la puleggia E'E' imbiettata sull'albero BB, e comunica così a quest'albero un moto rotatorio contrario a quello del tamburo T. Se ora con un artifizio qualunque, assai facile ad immaginare dopo tutto ciò che abbiam detto, se ora, dico, la coreggia HH si farà passare sulla puleggia folle FF, cesserà ogni moto dell'albero BB: e se intanto l'altra coreggia GG si trasporta sulla puleggia EE imbiettata sull'albero BB, questo che prima girava a ritroso di T comincerà a girare nel medesimo verso di esso.

Ma bastino queste poche cose sui giunti e sugli innesti mobili.

SUNTO

DELLA

LEZIONE QUARANTATREESIMA.

Dei nottolini, degli arresti e degli scappamenti.

Finora abbiamo considerate le varie maniere di meccanismi destinati a trasmettere il movimento, modificandolo nella sua direzione o nella sua velocità: questa sera diremo di alcuni congegni ordinati ad impedire, a frenare, a regolare il movimento; e ne diremo troppo più brevemente che l'importanza del soggetto non richiederebbe, mancandoci nelle poche lezioni che ci avanzano il tempo necessario a svolgere come pur vorremmo gli argomenti che ci rimangono da trattare.

Sovente nel trasformare un moto alternativo in moto continuo, il pezzo conduttore, dopo avere sospinto il pezzo condotto fino ad una certa distanza, lo abbandona per tornare indietro a riprenderlo in un altro punto e fargli far poi un altro passo innanzi. Ora nel tempo di questo ritorno del movente, il cedente potrebbe dare indietro per cagion delle forze che lo sollecitano: ed allora invece di un moto continuo esso avrebbe un moto alternativo, e lo scopo della macchina sarebbe fallito. Così per esempio, se la ruota di forza G (*fig.* 40) fosse destinata a muovere un verricello inalberato sul suo asse, e mercè di questo a sollevare un peso, mentre la leva AB verrebbe da b in b', l'azione del peso farebbe retrocedere il verricello e la ruota, e il peso stesso invece di sollevarsi con moto continuo, non prenderebbe che un moto alternativo di salita

e di discesa. In questo ed in infiniti altri casi siffatti si rende impossibile il moto retrogrado del cedente per via di un semplicissimo ordigno detto nòttolino, rappresentato in HI (*fig.* 40) e così disposto, che mentre esso per nulla non contrasta al moto diretto, efficacemente si oppone ad ogni moto di regresso. Esaminiamo quali condizioni sieno necessarie acciò il nottolino goda di questa doppia proprietà.

Sia la ruota di forza $Amm'q$ (*fig.* 297), e cada sui suoi denti la punta *m* del nottolino B*m*, mobile intorno al centro B. Supponiamo che la ruota faccia sforzo per girare nel verso contrario a quello indicato dalla saetta S: il dente *m* premerà la punta del nottolino sforzandosi di farlo girare intorno al suo centro B, e la direzione di questa pressione, ossia la linea d'azione (come abbiamo veduto parlando in genere di meccanismi per contatto immediato) sarà quella della normale *mn* condotta nel punto di contatto del nottolino e del dente. Se poi la ruota si volesse far girare in direzione opposta, cioè secondo la saetta S, il dente allora premerebbe il nottolino secondo la normale *pr*, cioè sarebbe *pr* la linea d'azione. Ora se la normale *mn* incontra la linea dei centri AB in un punto compreso tra A e B, quando la ruota vuole retrocedere essa e il nottolino tenderanno a prendere rotazioni contrarie, cioè saranno sempre più sospinti l'uno contro l'altro, ed ogni movimento sarà così vietato dal loro scambievole contrasto. Ma se il centro B si trasportasse in *b*, cosicchè la normale *mn* più non passasse tra i due centri A, *b*, allora i due pezzi tenderebbero a girare per lo stesso verso; e siccome non vi ha nulla che resista a questo movimento, esso avrebbe luogo, il nottolino si solleverebbe e la ruota cesserebbe di essere ritenuta: così avviene infatti (restando il centro del nottolino in B), quando la ruota va al contrario della saetta, poichè la normale *pr* passa fuori dei due centri A, B.

Perchè adunque un nottolino faccia l'uffizio suo è necessario che la normale innalzata nel punto dove il dente preme il

nottolino nel moto retrogrado della ruota passi tra il centro della ruota ed il centro del nottolino: e che all'incontro la normale innalzata nel punto dove il dente spinge il nottolino nel moto diretto passi fuori dei due centri.

Al nottolino si dà qualche volta la forma di *uncino* o di *arpione*, come si vede in B'*m'*: allora perchè sia impedito il moto retrogrado, è necessaria la condizione inversa di quella testè enunciata: cioè la normale *m'n'* dee passare fuori dei centri A, B, lasciandoli entrambi da una parte. Se il centro B' si trasportasse in *b'*, l'arpione B'*m'* più non sarebbe capace di fermare la ruota, perchè allora la direzione *m'n'* della linea d'azione taglierebbe la linea dei centri A*b'*.

Le ruote a dente di sega non sono le sole che possano essere ritenute da nottolini: ogni movimento retrogrado sarebbe efficacemente impedito dal nottolino BM sia ch'esso operi sopra una ruota a sprone, come nella figura 298, sia che operi sopra una ruota a caviglie, come nella fig. 299.

Non è sempre bisogno che il nottolino tolga affatto la possibilità del moto retrogrado: anzi basta molte volte ch'esso opponga qualche resistenza tanto a questo movimento, quanto al movimento diretto, acciocchè ogni menoma scossa non faccia andar la ruota innanzi o indietro: tali sono i due nottolini C*m'* (*figg.* 298 e 299): in entrambi la normale *m'n'* nel moto retrogrado passa fuori dell'intervallo de'centri A, B, e la normale del moto diretto *pr*, passa tra questi due centri, onde restano possibili entrambi i movimenti. La resistenza di questa specie di nottolini, che chiamerò *morsi* (1), si può accrescere facendoli premere contro la ruota da una molla FG. Un esempio dell'uso di simili morsi lo vedremo fra poco.

Quando col giro continuo e permanente di una ruota A

(1) I Francesi li chiamano *sautoirs*; io ignoro qual nome dieno ad essi gli orologieri fiorentini: quello ch'io propongo mi par giustificato dalla forma e dall'ufficio di questi ordigni.

(*fig.* 301) si vuol produrre in un'altra ruota B un moto intermittente, il mezzo più ovvio consiste nel sopprimere i denti della ruota conduttrice sopra una parte del suo perimetro, la qual parte dovrà essere tanto maggiore, quanto più lunghi debbono essere gl'intervalli di riposo della ruota condotta. Questa disposizione ha però l'inconveniente che mentre la parte liscia del perimetro di A passa dirimpetto ai denti di B senza toccarli, questa seconda ruota, non essendo tenuta a luogo da nulla, può prendere un movimento accidentale, il quale per una parte può essere direttamente nocevole all'effetto che s'intende di produrre, e per altra parte può anche essere cagione che al ritorno della parte dentata del conduttore il primo dente D di esso invece d'incontrarsi in un vano e di entrare a far incastro con esso, s'imbatta nella punta di un dente, onde la macchina si trovi così tutto a un tratto fuor di sesto, con pericolo anche di rottura. A quest'ultimo sconcio si ripara fermando sul perimetro della ruota movente un po' innanzi del primo dente D, un braccio sporgente E, il quale nel girare della ruota venga aggrappare una caviglia F piantata sulla ruota condotta in posizione tale, che pel suo incontro col braccio E, i denti corrispondenti delle due ruote si trovino condotti ad imboccare esattamente ne' vani opposti.

Il meccanismo ora descritto si vede nella figura 302 felicemente modificato, in guisa da fuggire ogni danno. La parte liscia del perimetro della ruota conduttrice è tagliata secondo una porzione di circonferenza di raggio maggiore del raggio primitivo della ruota stessa. La ruota condotta poi è intaccata sopra una parte FG della sua circonferenza, essendosene recisa una porzione secondo un arco concentrico alla ruota conduttrice, per modo che, nel tempo del riposo, la parte liscia della circonferenza di questa giri nella intaccatura della ruota condotta senza punto toccarla. Segue da ciò che la ruota condotta nel tempo del riposo non può muoversi girando nè a destra nè a sinistra, poichè in questo giro

le corna F, G dell'intaccatura verrebbero a dare nel perimetro della ruota conduttrice. Per esser certi poi che al ritorno dei denti di A, essi imbocchino dritto nei vani di B, si aggiungon qui pure il braccio E e la caviglia F.

Con entrambi questi meccanismi, mentre il pezzo conduttore fa un giro, il pezzo condotto ha un periodo di movimento ed uno di riposo, e queste vicende possono ripetersi indefinitamente, non essendovi nulla che limiti il numero de' giri del conduttore. I meccanismi seguenti, conosciuti sotto il nome di *arresti*, hanno per oggetto di fare che il conduttore, dopo compiuto un certo determinato numero di giri, incontri un ostacolo che assolutamente gli vieti di proseguire il suo movimento. Gli orologieri fanno uso continuo degli arresti per limitare il numero de' giri che si posson dar con la chiave nel caricare l'orologio, ed evitare così che andando al di là del segno non si lacerino, o la molla maestra, o la catenella.

Il più semplice di tutti gli arresti è quello rappresentato nella figura 303. Il pezzo conduttore A ha un solo dente o dito M: il pezzo condotto B ha tanti vani quanto sono i giri che voglionsi permettere ad A: è chiaro infatti che ad ogni giro il dito M entrerà in uno dei vani di B, e che dopo ch'egli li avrà successivamente occupati tutti, ogni movimento riuscirà impossibile, venendo la punta del dito a percuotere contro la parte liscia del perimetro di B.

Assai più ingegnoso è l'arresto della fig. 304, tutto che sia un'applicazione del medesimo principio: la ruota condotta B ha cinque tacche quadrangolari ed equidistanti $p, p', p'', p''', p^{\text{IV}}$, nelle quali viene successivamente ad incastrarsi il dito D della ruota conduttrice: gl'intervalli compresi tra due tacche sono tutti, da uno in fuori, incavati in forma d'arco concentrico alla ruota A, per modo che questa può fare un giro quasi intero senza toccar la B, ma la B è sempre tenuta salda, in modo tutto simile a quello della figura 302: uno degl'intervalli *qq* ha invece figura di arco convesso descritto

dal centro B con raggio maggiore della distanza di questo centro dalla circonferenza di A, e non può mai per conseguenza venire a collocarsi fra i due centri.

Supponiamo ora che nella posizione rappresentata nella figura la ruota A abbia già fatto un giro pel verso della saetta: il dito D, continuando il movimento, entrerà nella tacca p', e sospingerà innanzi la ruota B per un quinto di giro, poi lascerà ad essa un tempo di riposo, e venendo ad incastrarsi nella tacca seguente p'' farà fare a B un altro quinto di giro; e così successivamente esso verrà ad incastrarsi nelle altre tacche p''', p^{iv}, ma quando questa si troverà così condotta nel luogo dove ora sta la p, il moto non potrà più continuarsi, poichè, quando si volesse ancora mandar avanti la ruota conduttrice la convessità dell'arco qq verrebbe ad incontrare la circonferenza della ruota di A: e per conseguenza questa dopo aver fatti quattro giri si troverà insuperabilmente arrestata. I due incavi che si veggono di qua e di là del dito D sono necessari per lasciare libero giuoco alle corna della ruota B; la figura di questa ha fatto dare a tutto il congegno il nome di *Croce di Malta*.

Coloro che avranno presente alla memoria ciò che abbiamo detto sul fine della lezione 27ª (*pag.* 191) intorno all'uso del *dente di cacciata*, comprenderanno facilmente il modo di operare dell'arresto della figura 305. A e B sono due ruote nelle quali i numeri dei denti sono primi tra di loro. Sopra queste due ruote sono fermate due piastrette Aa, Bb, le quali sporgendo fino alla circonferenza che limita la lunghezza dei denti coprono l'una un dente della ruota A, l'altra un vano della ruota B, onde è palese che questo dente e questo vano non potranno mai venire a fare incastro tra loro, ma tuttavia il dente a potrà entrare in tutti i vani di B fuorchè in b, ed il vano b potrà ricevere tutti i denti di A, fuorchè a. Ora per essere i numeri dei denti delle due ruote numeri primi tra loro, il dente a a ciascun giro entrerà in un nuovo vano della B, e non rientrerà una seconda volta

in nissuno di essi, prima di avere occupati tutti gli altri: epperò la ruota A potrà fare liberamente tanti giri quanti sono i vani aperti di B, e dopo questi si troverà invincibilmente arrestata dall'incontro delle due piastre *a*, *b*.

Tutti questi arresti sono così congegnati che ad ogni volta che vengono messi in azione riproducono precisamente i medesimi effetti, cioè gli stessi intervalli di movimento e di riposo, ed arrestano il pezzo conduttore precisamente nella stessa posizione. Ma occorre pur talvolta di opporre al movimento di un pezzo un ostacolo che non lo fermi sempre nello stesso punto della sua corsa, ma ora gli permetta di trascorrere più lontano ed ora meno. La *fig*. 300, destinata a dare una qualche idea del meccanismo della ripetizione degli orologi, ci somministrerà un esempio di questa maniera di arresti mobili (1).

Il rastrello INLM, mobile intorno al centro I, incontra co' suoi denti la coda PQ, di una leva a squadra PQR, di cui l' altro braccio QR si appoggia contro il gambo di un martelletto SRT mobile intorno al punto S, e sospinto sempre da sinistra verso destra dalla molla VX. Quando il rastrello viene sollevato, i suoi denti sollevano la coda P della leva senza comunicare nissun movimento al martello; ma quand'esso viene lasciato in libertà, e comincia a ridiscendere (a motivo della pressione della molla FH), ciascun dente incontrando la leva PQ la costringe a sollevare il martellino, ed a lasciarlo poi ricadere sulla campana, epperò tanti sono i colpi battuti quanti sono i denti che vengono ad incontrare la leva PQ. Ora il rastrello essendo sempre sollevato alla stessa altezza, cioè tanto che la sua estremità M venga in P, e il numero totale de' suoi denti essendo dodici, l'orologio ad ogni ripetizione darebbe

(1) Quella che segue non si dà come puntuale descrizione della soneria degli orologi a ripetizione; chi vorrà conoscere tutti i particolari di questo ingegnosissimo ma complicato meccanismo dovrà ricorrere ai libri speciali che trattano di orologieria.

dodici colpi, se non si fosse provveduto a far variare convenientemente da una volta all'altra il numero de' denti che possono far levare il martello; la qual cosa si è ottenuta ad un dipresso nel modo che segue.

Il gambo IL del rastrello porta un lungo sprone NO, la cui estremità O, mentre il rastrello discende, viene ad incontrarsi nel lembo di una piastrina d'acciaio cBD, intagliata in forma di chiocciola (e chiocciola si chiama essa veramente), e quest' incontro arresta il rastrello, impedendogli di discendere al di là. Ora la chiocciola può girare intorno al centro B, e la sua circonferenza è divisa in dodici scalini, ciascuno de' quali è formato di un arco di circolo di 30 gradi tutti col centro in B; ma questi archi sono descritti con raggi decrescenti da *b* fino in *c*, per modo che quando la chiocciola si fa girare fintantochè lo sprone NO si appoggi sul primo scalino *b*, un solo dente del rastrello si trova al dissotto di P; ma quando lo sprone si appoggia sul secondo, sul terzo, sul quarto scalino, vi sono pur due, tre, quattro denti al dissotto di P: e quindi appare che in queste posizioni della chiocciola, sollevando quanto è possibile il rastrello e poi lasciandolo ricadere da sè, esso farà dare due, tre o quattro colpi al martello.

Resta dunque soltanto da fare in modo che l'orologio col regolato suo movimento conduca sempre la chiocciola nella posizione conveniente, perchè il numero dei colpi del martello corrisponda giustamente all'ora segnata dalle lancette, cioè che l'orologio faccia girare la chiocciola in modo che tra un' ora e due, fra due ore e tre, fra tre ore e quattro, ecc., vengano a collocarsi sotto lo sprone il primo scalino *b*, poi il secondo, poi il terzo; e via discorrendo fino al dodicesimo, che dovrà trovarsi sotto lo sprone fra le dodici ore e l'una. A questo fine la chiocciola è fermata sull'albero di una ruota a stella E di dodici raggi, tenuta a freno dal morso *fh*, in guisa che ciascuna delle dodici posizioni della ruota ritenga la chiocciola in una delle dodici posizioni ch'essa

dee prender successivamente. La ruota A, che è quella che porta sul suo albero la lancetta dei minuti, e che per conseguenza fa un giro in ogni ora, porta pure in un punto della sua circonferenza una caviglia G, la quale in ogni giro, cioè una volta all'ora, e un po' prima che la lancetta dei minuti passi innanzi al numero 60, aggrappa un raggio della stella in *g*, e vincendo la resistenza del morso, lo conduce rapidamente in G, facendo fare un passo alla stella ed alla chiocciola, e lasciando così al rastrello il giuoco necessario acciò esso faccia dare al martello un colpo di più (1).

Chiamansi *scappamenti* que' meccanismi ne' quali il pezzo conduttore ha moto continuo, e mena il pezzo condotto con moto alternativo, operando a vicenda sopra due punti differenti di esso: così i congegni delle *figure* 26, 27 e 92 sono *scappamenti*, perchè in tutti e tre il movimento continuo dei bocciuòli conduttori si trasforma in movimento alternativo, venendo quelli ad operare a vicenda sopra due palette diverse, nelle *fig.* 26 e 92, e sopra le due traverse orizzontali del telaio EE, nella *fig.* 27.

Allo stesso genere appartiene pure il meccanismo disegnato nella *fig.* 306. Girando la ruota conduttrice A pel verso della saetta, una delle sue caviglie *n* ha condotto da *m* in *n* lo sprone D della stanghetta CC′, alla quale essa ha fatto descrivere da sinistra a destra lo spazio *mn*: in questo medesimo istante la caviglia *p* incontra il braccio BD della

(1) Ognuno comprende che se il rastrello ne' tempi di riposo stesse effettivamente calato come indica la figura, quando l'orologio sta per segnare un'ora e la chiocciola dee passare in posizione tale che venga sotto lo sprone il primo scalino *b*, questo movimento riuscirebbe impossibile incontrandosi lo sporto *cb* della chiocciola nello sprone NO. Infatti le cose non sono così disposte: nei tempi di riposo il rastrello è sollevato; quando si vogliono far ripetere le ore esso viene abbassato con forza, finchè il suo sprone s'incontri nell'opposto scalino della chiocciola, e il rastrello nel risollevarsi verso la sua posizione di riposo fa scattare il martello.

squadra DBE, mobile intorno al punto B, e lo sospinge fino in *q*, nel qual movimento il braccio BE della squadra passa in BS, e premendo la caviglia *r* impiantata nella stanghetta, riconduce questa alla sua posizione primitiva; dalla quale essa viene tosto rimossa un'altra volta per l'incontro della caviglia *l*, nello sprone ritornato in *m*: e così con perpetua vicenda.

Gli scappamenti sono soprattutto importanti a considerarsi a cagione dell'uso che se ne fa per regolare il movimento degli orologi: ma quest'uso, per essere bene inteso, esige molte cognizioni di dinamica, che non è questo il luogo di esporre, e sulle quali mi dovrò lungamente trattenere nelle lezioni del prossimo anno scolastico. Il descrivere oggi la disposizione degli scappamenti da orologio, rimandandone ad un altr'anno la compiuta spiegazione, sarebbe un voler fare che nè l'una nè l'altre non fossero perfettamente comprese, e quindi io mi astengo per ora dall'entrare in questo argomento e differisco fino all'anno prossimo l'adempimento della promessa fatta in una precedente lezione.

Ben si apparterrebbe alla materia che abbiamo per le mani la descrizione di uno de' più artifiziosi e più utili meccanismi che sieno stati inventati mai: voglio dire della *giaccarda*, che regola il movimento dei licci nei telai da tessere le stoffe ad opera, e che può applicarsi ad una infinità di altri usi. Ma il tempo che io potrei consacrare all'illustrazione di questo congegno per nulla non risponderebbe all'importanza di esso, e piuttostochè dirne poco io mi risolvo di tacerne affatto, con la speranza e col proponimento di riparare alla ommissione, col trattarne quando che sia con tutta l'ampiezza ch'esso merita.

SUNTO

DELLE

LEZIONI QUARANTAQUATTRESIMA E QUARANTACINQUESIMA.

Dei moti complessi.

Un corpo che nello stesso tempo riceve movimento da più cagioni, ciascuna delle quali operando sola gl'imprimerebbe una certa velocità secondo una certa direzione, prende una direzione ed una velocità diversa da quelle che gli sarebbero così separatamente impresse; il suo moto partecipa di tutti i movimenti *semplici* ch'esso riceve, e chiamasi per ciò *moto complesso* o *moto composto*.

I moti semplici si chiamano pure *moti componenti*, ed allora il moto composto prende il nome di *moto risultante*.

Se dunque vi sarà in un meccanismo un pezzo che riceva moto ad un tempo da due o da più altri pezzi, esso non seguirà la strada e non prenderà la velocità che gli competerebbero se ricevesse movimento da questo o da quel pezzo soltanto, e noi ci proponiamo in queste ultime lezioni di mostrare per via di esempli, come si possa determinare il moto complesso che risulta in esso dalla coesistenza di due o di più movimenti semplici.

Fin dalle prime lezioni abbiamo esposte le leggi generali della composizione de'movimenti, onde non ci rimane ora che a farne l'applicazione a' casi particolari.

Quando i moti semplici sono diretti secondo la medesima

retta, gli uni per un verso, gli altri pel verso contrario, la direzione del moto composto si confonde con quella dei moti semplici, e la sua velocità è eguale alla somma delle velocità semplici che sono dirette da una parte, meno la somma di quelle che sono dirette dalla parte opposta. Sia per primo esempio una spranga rigida AB (*fig.* 307) sostenuta nelle sue estremità da due cordoni AM, BN: sollevandosi questi due cordoni in modo che l'estremità A sia trasportata in *a*, e l'estremità B in *b*, il punto di mezzo C della spranga riceverà nello stesso tempo due movimenti, che potranno senza error sensibile riguardarsi entrambi come rettilinei e verticali, purchè le altezze A*a*, B*b* siano piccole rispetto alla lunghezza AB della spranga: si domanda il moto composto che ne risulterà nel punto C.

Se l'estremità A fosse sola sollevata in *a*, e l'altro termine B stesse fermo, il punto C essendo alla metà di AB, è manifesto pei triangoli simili A*a*B, C*c*B che esso sarebbe portato ad una altezza C*c* metà di A*a*: e similmente se stesse fermo il termine A, ed il termine B si innalzasse in *b*, il punto C salirebbe in *c'* percorrendo lo spazio C*c'* eguale alla metà di B*b*. Ora, se i due termini A, B si solleveranno insieme l'uno in *a*, l'altro in *b*, il punto C prenderà un moto eguale alla somma dei due moti semplici ch'esso avrebbe separatamente ricevuti dai due cordoni: cioè esso verrà in E percorrendo lo spazio CE eguale a C*c* più C*c'*, cioè eguale alla metà della somma di A*a* e di B*b*.

Se poi mentre uno dei termini A s'innalza, l'altro B si abbassasse, i due movimenti semplici del punto C sarebbero opposti, ed il moto complesso che ne risulterebbe sarebbe eguale non più alla loro somma, ma bensì alla loro differenza.

Se il cordone che tira il termine B fosse attaccato al punto di mezzo F di una seconda spranga BE tirata essa pure da due cordoni DN, EO, sollevandosi ad un tempo i tre cordoni AM, DN, EO il punto C riceverebbe tre movimenti semplici, e poichè il moto del punto F sarebbe eguale alla semi-somma

di quelli di D, E, il moto di C riuscirebbe eguale alla metà del moto di A, più la quarta parte dei movimenti di D, E. Se alcuno de'punti A, D, E si abbassasse invece di alzarsi, il suo moto invece di sommarsi andrebbe sottratto dagli altri.

Queste osservazioni semplicissime danno la spiegazione di ciò che avviene nell'uso delle puleggie o carrucole mobili: la carrucola ACB (*fig.* 309) essendo accavalciata alla fune MABN, il suo diametro orizontale AB si trova nel medesimo caso della spranga AB del primo esempio: e sollevandosi i due tratti della fune l'uno da M in *m*, l'altro da N in *n*, il centro C della girella si solleva ad un'altezza eguale alla semi-somma di M*m* e di N*n*.

La *fig.* 310 rappresenta una macchina conosciuta sotto il nome di *verricello chinese:* è un verricello il cui subbio è formato di due cilindri DE, FG di diametri differenti, mobili sul medesimo asse: la fune MABN che sostiene la carrucola mobile ACB, è legata ne'suoi due capi alle due parti del subbio, per modo che girando questo, uno dei tratti MA si raccoglie sul cilindro DE maggiore, mentre l'altro tratto NB si sviluppa dal cilindro minore FG. Così mentre il punto A si solleva, il punto B si abbassa, e il movimento del centro C della carrucola è eguale alla semi-differenza di questi due movimenti, cosicchè ad ogni giro di subbio il peso P vien sollevato ad un'altezza eguale alla semi-differenza delle circonferenze dei due cilindri.

La stessa cosa avviene col verricello conico della *fig.* 311, e lo stesso pure a un dipresso con un verricello il cui profilo fosse una curva qualunque concava o convessa; ma qui di mano in mano che la corda verrebbe sviluppandosi da una parte ed inviluppandosi dall'altra, varierebbe la differenza delle circonferenze e la velocità con cui è sollevato il peso.

Il meccanismo conosciuto sotto il nome di vite differenziale ci darà un altro esempio della composizione di due movimenti semplici diretti secondo la medesima linea: AD (*fig.* 312) è un cilindro sul quale sono scolpite due viti AB,

CD di passo disuguale, e vôlte dalla medesima parte. La chiocciola EE, in cui è impegnata la vite di passo maggiore CD, è fissa: l'altra chiocciola FF, in cui gira la vite AB, può muoversi su e giù tra i due ritti GI, GI, ma non può girare intorno all'asse della vite. Facciasi fare un giro al cilindro da sinistra verso destra: la vite inferiore discenderà nella sua chiocciola, di una quantità eguale al proprio passo, e trascinerà nella sua discesa anche la vite superiore BA e la sua chiocciola FF: ma intanto questa chiocciola FF si sarà mossa all' insù sulla sua vite di una quantità eguale al passo di questa; epperò in complesso, la chiocciola FF sarà discesa di un passo della vite CD, e sarà salita di un passo della vite AB, epperò sarà discesa assolutamente di una quantità eguale alla differenza dei due passi. La vite differenziale può tornar utile per produrre un moto progressivo regolare e lentissimo: infatti unendo due viti il cui passo differisca di un centesimo di millimetro per es., si avrà lo stesso movimento che si avrebbe impiegando una vite semplice di passo eguale ad un centesimo di millimetro: ma quest'ultima vite sarebbe impossibile a farsi, e la vite differenziale sopperirà a questa impossibilità.

Se le due viti AB, CD avessero le loro eliche vôlte in parti contrarie, ad ogni giro del cilindro la chiocciola FF salirebbe o discenderebbe per un'altezza eguale alla somma dei due passi.

Si può ancora con una vite semplice di qualsivoglia passo ottenere un effetto eguale a quello della vite differenziale, purchè s'imprimano nello stesso tempo due moti rotatorii disuguali alla vite ed alla sua chiocciola. Sia DD (*fig.* 313) una vite la cui testa porti una ruota dentata BB; sia FF la sua chiocciola, e questa pure porti una ruota dentata EE: la vite sia libera non solamente di girare intorno al proprio asse, ma ancora di salire e di discendere: ma la chiocciola sia contenuta in un anello GG che le permetta bensì il moto rotatorio, ma la impedisca da ogni moto progressivo: sia poi OO un albero parallelo all'asse della vite ed armato di una

ruota CC che faccia incastro con quella EE della chiocciola, e di un rocchetto AA le cui ali s' incastrino ne' denti della ruota BB della vite, e che sia tanto lungo che la ruota possa salire e discendere insieme con la vite senza che cessino i suoi denti d'imboccare con quelli del rocchetto. Fingiamo, per fissare le idee, che il rocchetto abbia sei ali, la ruota CC dodici, la EE ventiquattro, e la BB trentasei. Allora girando il manubrio MO, quando si saranno dati sei giri, la ruota BB avrà fatto un giro, e la chiocciola ne avrà fatti tre: e quindi secondo che la rotazione sarà stata diretta a destra od a sinistra, la vite si sarà alzata od abbassata di due passi. Per render più manifesto il gioco della macchina io ho assunti per le quattro ruote A, C, B, E dei numeri dei denti tali, che le rotazioni della vite e della chiocciola ne sono risultate molto disuguali: ma se si supponesse, per esempio, che A e C avessero lo stesso numero di denti come a dire dieci, e che avendo B 100 denti, E ne avesse 99, sarebbe facile di scorgere che 990 giri dell'albero OO ne farebber fare 99 alla BB ed alla vite, e 100 alla ruota CC ed alla chiocciola, onde quella si solleverebbe all'altezza di un passo: epperò ad ogni giro di manubrio il moto della vite sarebbe di un $1/990^{mo}$ di passo.

Finqui abbiamo considerata la composizione dei moti rettilinei: nello stesso modo possiamo comporre tra loro per via di somma o di differenza due moti rotatorii che si facciano intorno al medesimo asse, od intorno ad assi paralleli, come avviene tutte le volte che in un meccanismo vi ha una o più ruote le quali girino intorno ad assi, i quali intanto si muovan essi medesimi in giro intorno a qualche altro asse: questi meccanismi si chiamano *rotismi circolanti*, e noi ci limiteremo qui, stretti come siamo dalle angustie del tempo, ad indicarne uno o due esempli.

Sieno ACA′, DD′D″ due ruote dentate concentriche, la prima a sprone, la seconda annulare: sia poi BO′B′ una terza ruota dentata che abbia per diametro primitivo la differenza dei raggi primitivi delle due prime, e che faccia incastro

con entrambe: supponiamo per ora che la ruota annulare DD′D″ sia fissa, cioè non possa girare intorno al centro C: allora se si farà girare la ruota centrale AA′, essa farà pur girare la BB′ intorno al suo proprio centro O′, ma intanto questo centro O′ si muoverà intorno al centro fisso C, descrivendo la circonferenza del circolo OO′O″; epperò questa ruota BB′ potrà con giustezza chiamarsi *ruota circolante*, o *ruota epiciclica*. Sia dunque il centro O′ venuto da O in O′, sviluppandosi la circonferenza della ruota circolante BB′ sull'arco DN della ruota fissa e sull'arco AM della ruota centrale. Ora questi due archi essendo disuguali, i due sviluppi non potrebbero essersi fatti senza scorrimento, se la ruota centrale non avesse girato tanto intorno al proprio centro pel verso contrario a quello del movimento di O′ e di una quantità *Am*, eguale alla differenza dei due archi DN ed AM. L'arco poi che la ruota circolante descrive intanto intorno al proprio centro è manifestamente eguale all'arco fisso DN, sul quale la sua circonferenza si è sviluppata. Quando adunque il centro mobile O′ avrà fatto tutto il giro da destra a sinistra intorno a C e sarà tornato in O, la ruota centrale avrà descritto da sinistra a destra un arco eguale alla differenza delle due circonferenze DD′D″ e AA′. Così per esempio se la ruota annulare avrà 45 denti, la ruota circolante 13, e la ruota centrale 19, quando il centro mobile O′ avrà compiuto il suo giro intorno a C, la ruota centrale avrà rinculato di 26 denti (essendo 26 la differenza tra 45 e 19), cioè avrà fatto un giro intero, più $\frac{7}{19}$ di giri, e la ruota circolante avrà fatti due giri interi intorno al proprio centro O′.

Se si volesse che la ruota centrale fosse fissa, e che la ruota annulare potesse girare intorno a C, lo stesso ragionamento farebbe comprendere, che mentre il centro della ruota circolante farebbe un giro intero sulla circonferenza OO′O″ andando da destra a sinistra, la ruota annulare si avanzerebbe per lo stesso verso di un arco eguale alla differenza delle due circonferenze DDD″ ed AA, e la ruota circolante

BB′ avanzerebbe girando intorno al proprio centro di un arco eguale alla circonferenza della ruota fissa AA′ su cui essa si viene sviluppando. Così dunque con gli assunti numeri di denti la ruota annulare avanzerebbe di 26 denti (differenza tra 45 e 19), e la ruota circolante di 19 denti, cioè farebbe un giro e $\frac{6}{13}$ intorno al proprio centro.

La stessa regola varrebbe per tutti gli altri casi che si potessero proporre.

Come secondo esempio di rotismi circolanti prendiamo a considerare il meccanismo della *fig.* 315. Il bilanciere o braccio AB oscilla intorno al suo centro A: esso è articolato in B con un tirante BO, alla cui estremità O è fissata una ruota dentata che non può girare intorno al suo centro, ma che nel movimento del bilanciere e del tirante viene trasportata in giro intorno alla ruota C con cui fa incastro, essendo le cose disposte in modo che il centro mobile O non possa mai allontanarsi dal centro fisso C, ma solo circolare intorno ad esso. Quest'ultima ruota C poi è fermata sull'albero della grande ruota o volante VVV. La ruota O dunque comunica il moto alla C e per mezzo di essa al volante, e si vuol saper quanti giri farà quest'ultimo, mentre il centro O darà una volta intorno a C.

Si noti che mentre il centro O e la linea mobile CO dei centri fanno un giro intorno a C, tutta la circonferenza di O si sviluppa sulla circonferenza di C, cioè passano per la linea mobile dei centri CO tutti i denti della ruota O, ed altrettanti della ruota C: di più questa fa un giro intero precisamente come se fosse unita all'estremità O del tirante da un braccio CO: dunque in tutto la ruota centrale farà un giro intero, più tanta parte di giro quanta ne occupa sulla sua circonferenza un numero di denti eguale a quello della ruota circolante; così mentre O compie una sola rivoluzione,

Se le due ruote sono eguali, C farà due giri.

Se C ha due volte più denti che O, essa farà un giro e mezzo,

Se C ha metà meno denti che O, essa farà tre giri.

Se C non ha che i due terzi dei denti di O, essa farà due giri e mezzo,

Se C ha una volta e mezzo i denti di O, essa farà un giro e due terzi,

ecc. ecc. ecc.

Questo meccanismo immaginato da Watt (1) e da lui sostituito all' altro più semplice della manovella, di cui un agente infedele gli aveva involata la proprietà, assicurandone l'uso a se stesso per via di un privilegio, questo meccanismo, dico, ha ricevuto dall' inventore stesso il nome di *ruota planetaria* (2), per una certa analogia de' movimenti della ruota circolante intorno alla ruota centrale con quello dei pianeti intorno al sole. Esso è ora andato in disuso.

Veniamo ora alla composizione de'movimenti le cui direzioni non cadono sulla medesima retta. I nostri lettori non hanno dimenticato che quando un punto A (*fig.* 3) riceve insieme due moti che nell'unità di tempo lo porterebbero, uno in B, l'altro in C, esso non andrà nè in questo nè in quel punto, ma bensì in D, descrivendo in quel tempo la diagonale AD del parallelogramma costrutto sulle linee AC, AB come lati. Si ricorderanno similmente che quando ad un punto A (*fig.* 4) s' imprimono nello stesso tempo più velocità espresse in direzione e in grandezza dalle rette AC, AD, AE, AF, se si fa un poligono AB*cdef*, i cui lati sieno rispettivamente eguali e paralleli alle velocità date, la retta A*f*

(1) Giacomo Watt, nato a Greenock nel 1736, morto ad Heathfield presso Birmingham nel 1819. Egli vivrà perpetuamente nella gratitudine degli uomini di cui, col perfezionamento della macchina a vapore, egli ha accresciuta quasi senza limiti la potenza. La storia della sua vita darà argomento ad una lezione nel corso dell'anno prossimo.

(2) Propriamente *Ruote a sole e pianeta* (*Sun and planet wheels*).

che chiude il poligono esprimerà la direzione e la velocità del moto composto di A (1).

Segue da ciò, che se congegneremo un meccanismo tale, che un punto dato riceva da esso due o più movimenti, ci sarà facile in ciascuno istante determinare la direzione e la velocità del moto complesso ch'esso prenderà, purchè sappiamo quali sono in quell'istante le velocità e le direzioni dei movimenti semplici ch'esso riceve. Segue ancora, che se questi moti semplici sono tutti equabili, e si fanno sempre secondo le medesime direzioni, il moto complesso sarà pure equabile, e sempre diretto secondo la medesima linea retta. Ma se alcuno de'movimenti viene continuamente variando velocità o direzione, anche il moto complesso varierà continuamente velocità e direzione, cioè sarà moto vario e curvilineo. Segue finalmente, che se vogliamo che un punto M (*fig.* 322) descriva nel suo movimento una curva data qualunque AMB, basta che noi imprimiamo a questo punto due moti semplici MC, MF tali che ad ogni istante costruendo il parallelogramma MFCC sulle linee MC, MF che rappresentano le velocità e le direzioni di questi movimenti, la diagonale MG di questo parallelogramma si confonda con la tangente alla curva, che si vuole descrivere. Si potrà pure per lo stesso fine impiegare più di due moti semplici, purchè (*fig.* 323) si confonda con la tangente della curva voluta la linea M*f* che chiude il poligono MC*ef* costrutto con lati eguali e paralleli alla velocità MC, ME, MF dei moti semplici impressi nel punto descrivente M.

Generalmente però s' impiegano due soli moti semplici diretti secondo linee tra loro perpendicolari: se, per es., un lato di una squadra si farà scorrere lunghesso il filo di una riga immobile, ed intanto la punta di una matita si farà pur

(1) Prego i lettori prima di andare più innanzi a rileggere tutte intere le Lezioni 4ª e 5ª, ed a voler correggere un errore corso nella figura 4ª, nella quale il disegnatore ha inavvertentemente ripetuta due volte la lettera D: all'estremità della retta che passa per A ed è parallela al lato *de* si dee mettere E invece di D.

correre lungo il filo del lato della squadra che è perpendicolare alla riga, la matita descriverà sulla carta una curva, la cui figura dipenderà dalla legge con cui saranno venute variando le velocità della squadra lungo la riga, e della matita lungo la squadra.

Fingasi per esempio che un filo di lunghezza AG*a* (*fig.* 316) eguale alla lunghezza del lato GH della squadra sia legato da una parte all'uncinetto fisso A, e ripiegandosi sulla girella G mobile con la squadra, vada attaccarsi in *a* ad un *cursore* od anello mobile CM, il quale porti in M la matita: è manifesto che mentre la squadra scorrerà da sinistra verso destra lungo la riga AB, il filo farà discendere d'altrettanto il cursore e la matita lungo il lato HG, onde la matita sarà animata da due moti eguali diretti uno parallelamente ad AB, l'altro secondo HG: la sua punta descriverà dunque la diagonale di un quadrato, cioè la retta SR, inclinata a 45° sulla AB.

Ma se i due moti semplici non saranno più equabili entrambi, la linea descritta sarà curva. Sia sempre AB (*fig.* 317) una riga fissa, e sia GHI una squadra che scorra col suo lato GI lungo il filo inferiore di essa riga. Nel punto O il braccio KH della squadra sia attraversato dall'asse di una ruota FoF, dentata o non dentata, di raggio tale che la sua circonferenza appoggiandosi sul filo superiore della riga si sviluppi sovra di esso quando la squadra si fa muovere innanzi o indietro. L'asse della ruota FF porti pure una piastra eccentrica MLN di qualsivoglia figura, la quale girerà con la ruota, e spingerà col suo contorno una matita M disposta in modo che possa scorrere su e giù per un fesso HM aperto nel braccio KH della squadra: è manifesto che muovendosi questa da destra a sinistra, la ruota FF, e l'eccentrico MLN, gireranno pure da destra a sinistra, e la matita animata da due movimenti l'uno parallelo ad AB, l'altro secondo MH, descriverà una curva RMS, la cui figura dipenderà da quella dell'eccentrico, e dalla grandezza del raggio della ruota FF.

Ho detto che si compongono generalmente due moti per-

pendicolari tra loro: nulla vieterebbe però d'impiegare una squadra zoppa, i cui due bracci facessero tra loro un angolo comunque differente dal retto.

La *fig.* 318 mostra una disposizione di parti con cui il punto M si troverebbe animato da due velocità la cui inclinazione scambievole andrebbe continuamente variando. Una gran ruota, di cui non si vede in figura che una parte AB, girando intorno al centro O, comunica il movimento alle due ruote eguali o disuguali AA', BB'. Gli alberi di queste portano due rocchetti C, C', le cui basi sono due curve chiuse qualunque. Due fili annodati insieme nel punto descrivente M vengono avvolgersi su questi due rocchetti, onde esso si trova continuamente tirato con velocità variabili, secondo le direzioni parimenti variabili MC, MC', e descrive una curva RMS di cui non sarebbe difficile determinare la figura, quando si conoscessero i raggi delle due ruote AA', BB', e la figura delle curve C, C' che servono di base ai due rocchetti. Il filo MGP non fa altro uffizio che quello di mantener sempre tesi, per azione del peso P, i due tratti CM, C'M.

Invece di combinare due moti rettilinei come abbiam fatto in tutti gli esempi addotti finora, si posson pure comporre un moto rettilineo ed uno curvilineo, oppure due moti curvilinei. Sia AB (*fig.* 319) una riga che giri intorno al centro O, e sia in O un rocchetto immobile sul quale, girando la riga, venga invilupparsi il filo FAM, il quale tiri così verso A il cursore C, e la matita M. Questa sarà animata insieme di un moto di rotazione intorno al punto O, e di un moto progressivo secondo il raggio MO; e siccome questi due moti saranno entrambi equabili, la curva descritta MSR sarà una spirale d'Archimede. Si otterrebbero altre curve sostituendo al rocchetto circolare O altri rocchetti che avesser per basi delle curve differenti dal circolo.

Già nelle lezioni in cui trattavamo delle viti abbiamo insegnate diverse maniere di descrivere una elica equabile o non equabile sulla superficie di un cilindro o di un cono,

mercè la combinazione di due moti, uno rettilineo, l'altro rotatorio, nè ripeteremo adesso le cose allora esposte con bastante estensione. Ripiglierò bensì, per isvolgerla, una osservazione fatta in quelle lezioni (*pag.* 118) intorno ai mezzi impiegati nelle filature per raccogliere i fili sugli aspi e sui rocchetti in modo perfettamente regolare: io mi sono limitato allora a far notare che, girando equabilmente un rocchetto RR′ (*fig.* 320), se il filo che viene ad avvolgervisi è condotto ad esso da un anello L, il quale abbia un moto rettilineo equabile ed alternativo secondo la linea DD′ parallela all'asse del rocchetto, il filo si disporrà sulla superficie di questo secondo l'andamento di una elica perfettamente regolare: e che il moto alternativo dell'anello L potrà essere convenientemente prodotto dall'azione di un eccentrico *a cuore* EE′, che riceva il movimento dalla stessa forza che fa girare il rocchetto. Io non ho esaminato allora l'influenza che esercita sulla disposizione del filo, cioè sul suo modo d'incrocicchiarsi sopra il rocchetto, la diversa ragione che può passare tra le durate delle rotazioni del rocchetto e dell'eccentrico, e mi tratterrò ora alcuni istanti sovra questo importante argomento per volgere ad esso l'attenzione dei miei lettori.

Supponiamo in primo luogo che mentre l'eccentrico EE′ fa un giro e l'anello L fa due corse intere da D in D′, e da D′ in D, il rocchetto faccia un numero intero qualunque di rivoluzioni, per esempio cento. Allora alla fine di ciascun giro dell'eccentrico, l'eccentrico stesso, il rocchetto ed il filo si trovano ricondotti precisamente nelle medesime posizioni in cui si trovavano al principio del giro; e per conseguenza nel giro seguente il filo tornerà a disporsi sul rocchetto secondo le medesime eliche secondo le quali si era inviluppato nel giro precedente, e per conseguenza ancora il filo si sovrapporrà continuamente a se stesso, senza mai segnare sulla superficie del rocchetto una nuova curva. Ognun vede quanto viziosa sarebbe questa disposizione, nella quale il rocchetto si troverebbe sopracaricato di fili in alcuni punti, ed in altri

interamente nudo. Ma se ad un giro dell'eccentrico corrisponderà un numero fratto di rivoluzioni dell'eccentrico, svanirà questo inconveniente, od almeno si renderà tanto minore, quanto sarà maggiore il numero di giri che dee fare l'eccentrico, prima che il rocchetto abbia compiuto un numero intero di rivoluzioni. Supponiamo per esempio, che ad un giro dell'eccentrico corrispondano 100 giri ed $\frac{1}{7}$ del rocchetto: le parti del meccanismo non ritorneranno nelle stesse posizioni relative se non di sette in sette giri di eccentrico, e per conseguenza il filo si disporrà successivamente secondo sette eliche differenti, prima di tornarsi a raccogliere sull'elica da esso segnata al primo giro dell'eccentrico. Se poi le durate delle rivoluzioni dell'eccentrico e del rocchetto fossero incommensurabili, il filo mai non tornerebbe alle medesime eliche prima segnate.

La descrizione della cicloide per moto continuo ci dà un altro esempio di composizione di un moto progressivo con un moto rotatorio, e quella delle epiciclodi ce ne somministra uno della composizione di due moti rotatorii. Un altro esempio di quest'ultima specie lo abbiamo nel meccanismo della *fig.* 321. Due ruote A, B, di diametro eguale o disuguale, si comunicano il movimento per via di cingolo CDEF. Queste ruote portano due braccia eguali o disuguali AP, BQ, connesse da un tirante PMQ, formato di due verghe PM, MQ unite a snodo in M: in questo punto M è fissata la matita che col suo movimento dee segnare la curva SMR: è facile lo scorgere che la natura di questa curva dipenderà dai diametri delle due ruote A, B, dalle lunghezze delle due braccia AP, BQ, e da quelle delle due verghe PM, QM. Fermando la matita, non già nello snodo M, ma successivamente in diversi altri punti di PM o di QM, si otterrebbero infinite curve differenti. Il caso più semplice è quello in cui le due ruote, i due bracci e le due verghe sono rispettivamente eguali tra loro, come si vede nella *fig.* 325, nella quale all'azione del cingolo si è sostituita quella di

due ruote dentate; se al principio del movimento i punti P, Q si suppongono simmetricamente collocati dalle due parti della verticale MV, essi saranno sempre in posizioni simmetriche per tutta la durata del moto, e lo snodo M si muoverà in linea retta, percorrendo la verticale medesima MV.

Questo che abbiamo ora descritto è uno de' tanti congegni immaginati dai meccanici per trasformare il moto rotatorio continuo in rettilineo alternativo e viceversa, la quale trasformazione, a vero dire, è una di quelle che hanno nelle arti più frequenti e più importanti applicazioni. Quando per via del giro di una ruota si vuol comunicare il moto allo stantuffo di una tromba, o quando lo stantuffo di una macchina a vapore dee comunicare il moto ad un bilanciere, si viene a fare l'una o l'altra di quelle trasformazioni, ed in entrambi i casi è necessario che si faccia in guisa, che il gambo dello stantuffo si mantenga sempre perfettamente verticale, acciò lo stantuffo stesso si muova sempre parallelamente a se stesso, e non prenda nella tromba o nel cilindro della macchina a vapore una posizione obliqua, per la quale premendo inegualmente dalle diverse parti, esso potesse dar luogo ad ineguali logoramenti, e quindi al trapelamento dell'acqua o del vapore. La trasformazione del moto circolare in rettilineo, o del rettilineo in circolare ha dunque per fine in questi casi di assicurare il parallelismo del moto dello stantuffo, e per questa ragione i congegni atti ad operare quelle trasformazioni si dicono meccanismi pel *moto parallelo*.

Uno, ed assai ingegnoso, se ne vede espresso nella *fig.* 324; ADA'D' è una ruota annulare immobile, nel cui centro passa l'asse di una manovella di braccio CO, eguale alla metà del raggio primitivo della ruota: nell'estremità O di questo braccio è impernata la ruota a sprone BCM di raggio eguale a CO: finalmente in M, precisamente sulla circonferenza primitiva di questa seconda ruota, è fitta una caviglia dalla quale pende il gambo MV dello stantuffo. Girando la

manovella CO intorno a C, il punto M descrive una ipocicloide che ha per deferente il circolo primitivo della ruota annulare, e per epiciclo il circolo primitivo della ruota a' sprone: e siccome il raggio di questo secondo circolo è la metà di quello del primo, la ipocicloide così descritta si confonde col diametro AA′ (V. Lez. 28ª, pag. 197), ed il gambo dello stantuffo mai non esce dalla verticale VC.

Per quanto ingegnosi sieno questi due mezzi di ottenere un moto parallelo, essi sono poco o nulla in uso, e vengono invece generalmente impiegati quelli di cui sto per parlare, dopo che avrò indicato il principio dal quale la riuscita loro dipende.

Sul tirante PQ articolato in P, Q coi due bracci AP, BQ (*fig.* 326) si consideri un punto M collocato verso il mezzo della lunghezza del tirante. Mentre questo si muove, e passa per tutte le posizioni che può prendere tra le due circonferenze CD, EF descritte dai punti P, Q, il punto M descrive una curva O*m*GM*a*O*b*LNO, che ha la forma a un dipresso della cifra 8, i cui due rami si tagliano nel punto O, e che ha nelle vicinanze di questa intersezione due punti di flesso, cioè due punti nei quali la concavità della curva si cangia in convessità. Abbiamo già fatto notare altre volte (V. Lez. 12ª e 13ª, pag. 82) che ne'punti di flesso ogni curva moltissimo si accosta alla sua tangente, e per un breve tratto sensibilmente con essa si confonde: nel caso poi della curva particolare che ora consideriamo, una notabile porzione *a*O*b*, di qua e di là dal punto d'incrociamento O ha una curvatura così poco sensibile che può, quasi senza errore, considerarsi come una linea retta: epperò il moto rotatorio delle braccia AP, BQ, trovasi trasformato in un moto sensibilmente rettilineo fatto dal punto M del tirante che li unisce.

Questa osservazione fatta da Watt lo condusse alla invenzione dei meccanismi che ora prendo a descrivere. Siano AP, BQ (*fig.* 327) due braccia mobili intorno ai centri A, B ed unite dal tirante PQ. Questi centri sono collocati in modo che quando i bracci sono in posizioni orizzontali, come la figura

li rappresenta, il tirante è verticale: in altri termini, la distanza orizontale dei due centri è eguale alla somma delle due braccia, e la loro distanza verticale è eguale alla lunghezza del tirante. Supponiamo ora che il braccio AP si abbassi descrivendo l'angolo PAp: il moto si comunicherà per via del tirante al braccio BQ, il quale descriverà l'angolo QBq, e passerà nella posizione Bq, ed il tirante prenderà la posizione inclinata pq. Ora vi ha sulla lunghezza del tirante un punto M, che in questo movimento della macchina sensibilmente non si scosta dalla verticale PQL, e tale per conseguenza che se ad esso si attaccherà l'estremità superiore del gambo di uno stantuffo, questo ne concepirà un moto parallelo.

Per iscoprire quale sia questo punto M il cui movimento può riguardarsi come rettilineo, supponiamo che siano Ap, Bq le posizioni in cui si trovano i due bracci alla fine della corsa discendente dello stantuffo, cioè che questi bracci non debbano mai fare con l'orizzonte angoli maggiori di PAp e di QBq. Quel punto M del tirante, che in questa posizione della macchina si troverà sulla verticale PQ sarà quello che cerchiamo, poichè in tutte le altre posizioni meno inclinate delle due braccia esso appena uscirà dalla verticale medesima.

Ora a motivo dei due triangoli simili phM, qiM, avremo:

$$pM : qM :: ph : qi,$$

cioè il punto M dividerà il tirante pq in due parti direttamente proporzionali alle linee ph, iq, oppure alle linee eguali Pr, Qs, che sono le saette di due archi, uno doppio di Pp, l'altro doppio di Qq.

Purchè gli angoli PAp, QBq descritti dai due bracci non sieno troppo grandi, gli archi corrispondenti Pp, Qq saranno di lunghezza sensibilmente eguale: ed è principio che dimostrasi in geometria, che le saette di due archi circolari di eguale lunghezza, ma presi sopra circoli di raggi differenti, stanno tra loro in ragione inversa dei raggi: avremo

dunque

$$ph : qi :: BQ : AP,$$

e per conseguenza

$$pM : qM :: BQ : AP ;$$

onde concluderemo: che il punto M divide la lunghezza del tirante in parti reciprocamente proporzionali alle due braccia contigue. Così se il braccio AP fosse doppio di BQ, divisa la lunghezza del tirante pq in tre parti eguali, il punto M cadrebbe nel primo punto di divisione dalla parte di p. E se i due bracci saranno eguali, il punto M sarà alla metà di pq.

Per dare un'idea della picciolezza degli scarti del punto M a dritta e a manca della verticale PQ, noi recheremo qui una tavola tolta ad imprestito da quell'opera del sig. Willis, che abbiamo tante volte citata, e che qui ancora prendiamo per guida. Suppongansi i due bracci eguali ad un metro, ed il tirante a mezzo metro: quando i bracci AP, BQ faranno sopra o sotto l'orizzonte gli angoli qui sotto segnati, le deviazioni del punto di mezzo del tirante dalla verticale saranno quelle che seguono:

	Inclinazione dei bracci		Deviazioni del punto di mezzo del tirante
	AP	BQ	
sopra l'orizzontale	25°	27° 15′	0,m 00864
	20°	20° 54′	0, 00274
	15°	15° 17′	0, 00064
	10°	10° 5′	0, 00007
	0°	0° 0′	0, 00000
sotto l'orizzontale	10°	9° 57′	0, 00007
	15°	14° 44′	0, 00060
	20°	19° 7′	0, 00258
	25°	22° 48′	0, 00777

Così limitandosi ad inclinazioni delle braccia minori di 20°, al dissopra e al dissotto dell'orizzontale, il punto di

mezzo del tirante, con una corsa di più di 34 centimetri, non arriverebbe mai a deviare di tre millimetri da una parte o dall'altra della verticale.

Questa deviazione si può ancora diminuire con una disposizione un po' differente dei centri: supponendo sempre eguali le lunghezze delle due braccia, sia Ap (*fig.* 329) la posizione più bassa che debba mai prendere il braccio AP girando intorno al centro A. Pel punto p si conduce la verticale pV, e fatto centro in P con raggio eguale alla lunghezza del tirante si tagli questa verticale in Q; pel punto Q si tiri l'orizontale QB eguale alla lunghezza comune delle braccia, e si ponga in B il centro del movimento del secondo braccio. Così disposte le cose, il tirante prenderà inclinazioni sensibilmente eguali a destra e a sinistra nelle due posizioni estreme delle braccia, cioè quando queste sono orizontali in AP, BQ, e quando sono al più basso delle loro corse in Ap, Bq: ed il punto di mezzo M a mala pena si scosterà mai dalla verticale: a segno che con due braccia di un metro e con un tirante di mezzo metro, il braccio superiore potrà inclinarsi di 20°, senza che la deviazione del punto M arrivi ad un mezzo millimetro.

Con le due disposizioni delle *figure* 327 e 329 le due braccia sono collocate di qua e di là del tirante: esse potrebbero ancora collocarsi entrambe dalla medesima parte, come si vede nella *figura* 328: ma allora il punto M, invece di cadere tra le due articolazioni P,Q, cade fuori di esse dalla parte del braccio maggiore AP, e si dimostra nello stesso modo di prima che le sue distanze MP, MQ dalle articolazioni P,Q sono inversamente proporzionali alle lunghezze delle braccia contigue AP, BQ.

Sia ora APD il bilanciere di una macchina a vapore, il quale oscilli dissopra e dissotto dell'orizontale condotta pel centro A; e sia BQ un braccio di cui fra poco determineremo la lunghezza, articolato in Q col tirante QP. Per le cose dette finqui, dividendo la lunghezza QP del tirante in due parti PM, QM inversamente proporzionali ad AP, BQ, il

punto M si muoverà in linea sensibilmente retta e verticale, quando il bilanciere APD passerà in Apd, il braccio BQ in Bq, il tirante PQ in Pq, ed il punto M in m. Si compia il parallelogrammo $dpqe$, e s' intenda che de, qe sieno due verghe rigide rispettivamente eguali a dp, pq, ossia a DP, PQ, e si conduca la retta Ae. Se questa retta passerà pel punto m, i due triangoli Apm, Ade saranno simili, poichè le rette pq, de sono due lati opposti del parallelogramma $pqed$: avremo dunque la proporzione

$$Am : me :: Ap : pd,$$

ossia $$Am : me :: AP : PD,$$

e per conseguenza il punto e si troverà sempre sulla verticale condotta pel punto D, come m si trova sempre sulla verticale condotta pel punto P.

Ora, la similitudine dei due triangoli Apm, eqm ci dà:

$$qm : pm :: eq : Ap,$$

cioè: $$qm : pm :: DP : AP;$$

ma noi abbiamo collocato il punto m in modo che sia

$$qm : pm :: AP : BQ$$

avremo dunque ancora, confrontando queste due proporzioni tra loro,

$$DP : AP :: AP : BQ$$

e da questa concluderemo che acciò il punto e si muova in linea retta e verticale è necessario che la distanza AP sia media proporzionale tra DP e BQ.

Il telaio mobile formato delle cinque spranghe Ad, de, pq, qe e Bq è ciò che chiamasi il *parallelogramma di Watt*: esso ci dà due punti m ed e, i quali si muovono secondo linee sensibilmente rette e verticali, quando il bilanciere AD oscilla intorno al punto A. La verga de si suol chiamare il *tirante maestro*, la pq il *tirante di dietro*, la eq la *spranga parallela*, e la Bq finalmente la *briglia*.

Il parallelogramma di Watt è generalmente impiegato nelle grandi macchine a vapore stazionarie: al punto *e* si attacca il gambo dello stantuffo a vapore, che dà il movimento a tutta la macchina: nel punto *m* si articola il gambo di un altro stantuffo, cioè di quello della tromba ad aria.

Io citerò ancora fra i meccanismi destinati alla trasformazione del moto circolare in rettilineo, quello che è dovuto al sig. Roberts, e che è rappresentato nella *fig.* 331. Il triangolo isoscele BAC è una lastra sospesa ne' suoi due vertici B,C, a due verghe eguali BD, CE mobili intorno ai centri fissi D,E. Quando si fa dondolare il triangolo BAC, il suo vertice A descrive una curva che pochissimo si allontana da una retta orizzontale. Se s'inclina dapprima il triangolo BAC verso sinistra finchè il punto B venga in *b* sulla verticale D*b*, il punto C verrà in C′, ed il punto A in M. Se poi si fa lo stesso dall'altra parte, inclinando il triangolo finchè il punto C venga in *c* sulla verticale E*c*, il vertice A passerà in N: ed è sempre possibile di proporzionare così tutte le parti del meccanismo, che i tre punti M, A, N cadano in linea retta, nel qual caso la curva intera descritta da A si confonderà con questa retta medesima.

Io qui pongo fine alla lezione ed alla prima parte del corso, col desiderio più che con la speranza di aver saputo fare una conveniente scelta di quistioni, di averle ordinate in modo naturale, di averle risolute con sufficiente chiarezza. Possa l'indulgenza de' lettori eguagliar quella de' miei uditori, e la gratitudine ch'essa ha eccitato nell'animo mio.

FINE DELLA PRIMA PARTE.

INDICE

DELLE LEZIONI CONTENUTE IN QUESTA PRIMA PARTE.

LEZIONE XXI.

LEZIONE XXII.

LEZIONI XXIII E XXIV.

LEZIONE XXV.

LEZIONI XXVI E XXVII.

LEZIONE XXVIII.

LEZIONI XXIX E XXX.

LEZIONE XXXI.

LEZIONI XXXII E XXXIII.

LEZIONE XXXIV.

LEZIONE XXXV.

LEZIONI XXXVI E XXXVII.

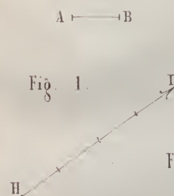
LEZIONI XXXVIII, XXXIX E XL.

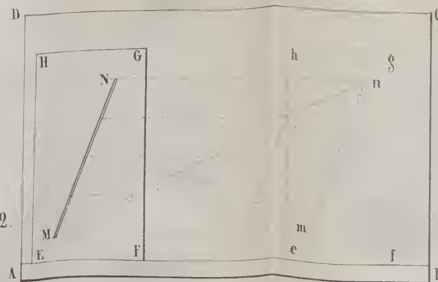
LEZIONI XLI E XLII.

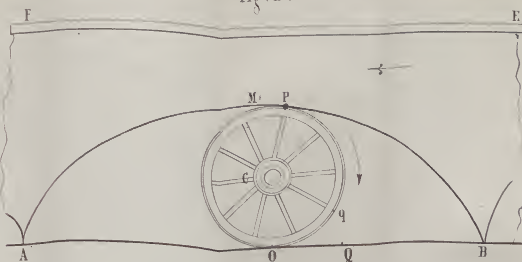
LEZIONE XLIII.

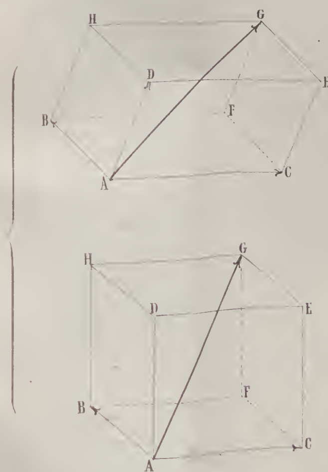
LEZIONI XLIV E LXV.

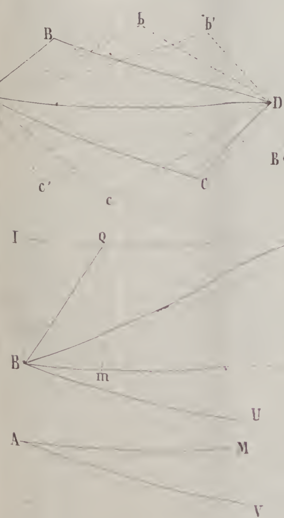
TAV. 1

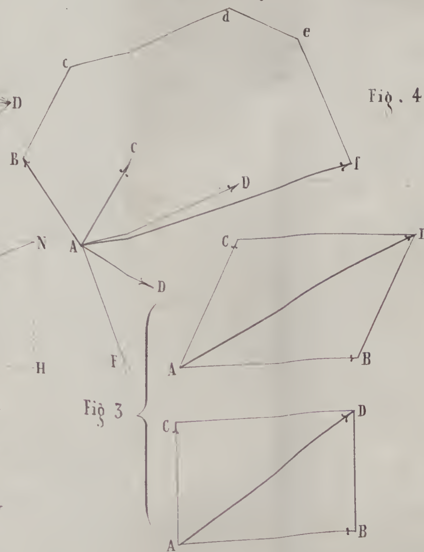












Lith. Iunck. Torino

TAV. 2.



Fig. 9

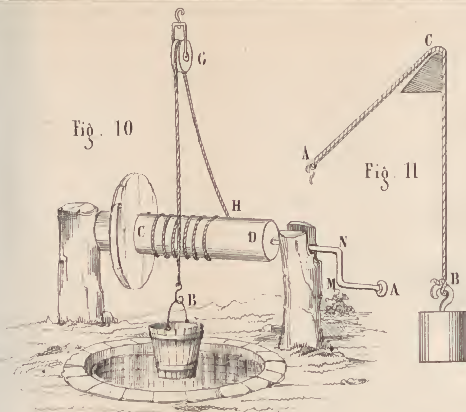


Fig. 10

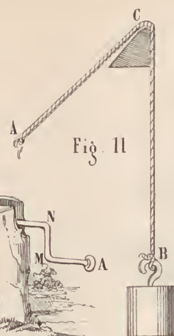


Fig. 11

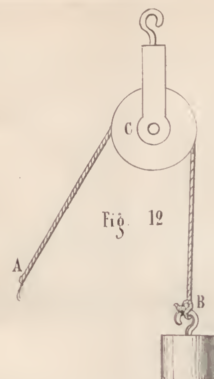


Fig. 12

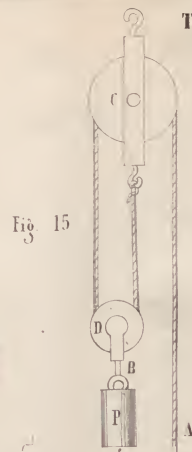


Fig. 15

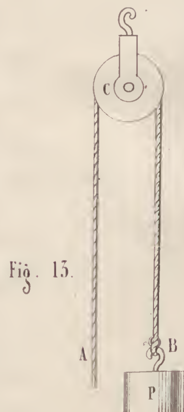


Fig. 13.

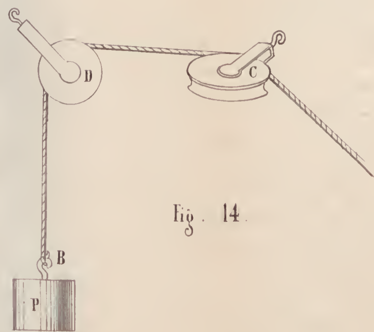


Fig. 14.

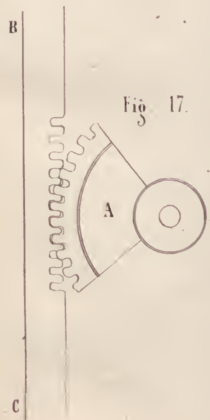


Fig. 17.

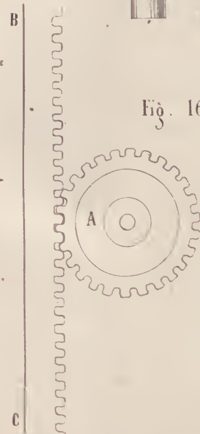


Fig. 16



TAV. 3.

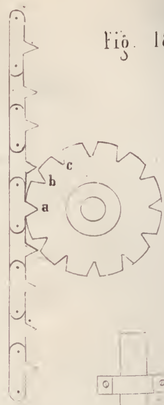
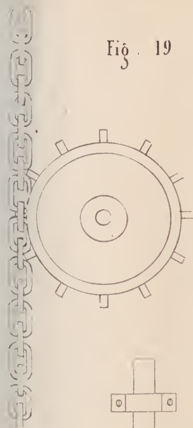


Fig. 18.


Fig. 19

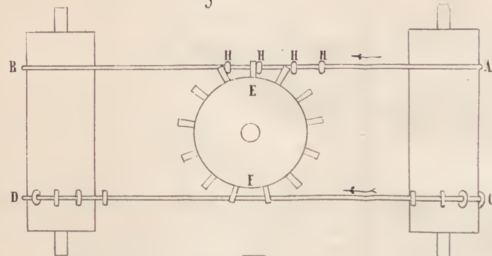


Fig. 20.

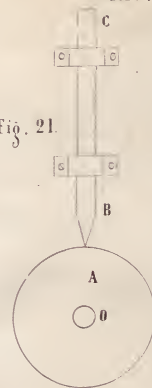


Fig. 21.

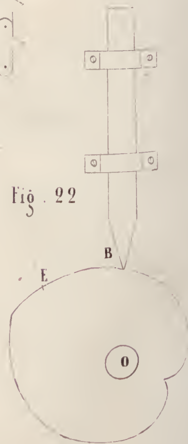


Fig. 22

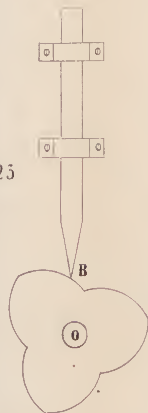


Fig. 23

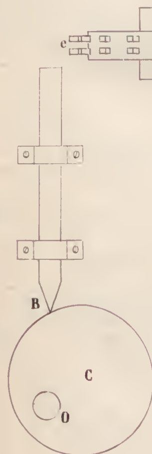


Fig. 24

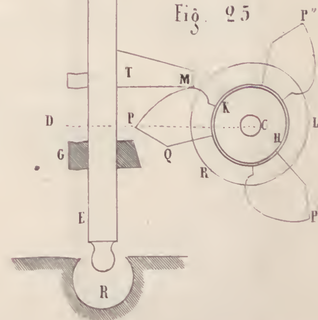
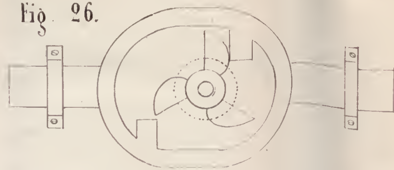


Fig. 25

TAV. 4.


Fig. 26.

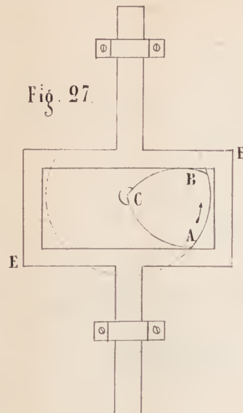


Fig. 27.

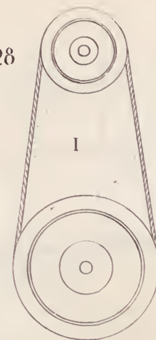
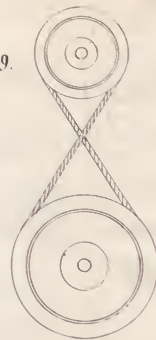


Fig. 28.


Fig. 29.

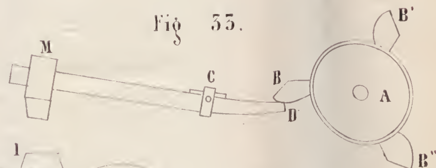


Fig. 33.

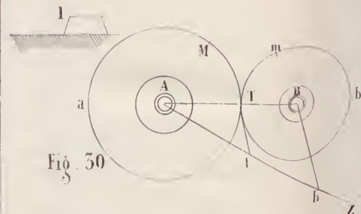


Fig. 30

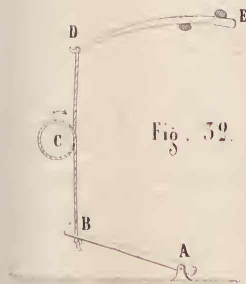


Fig. 32.


Fig. 35.

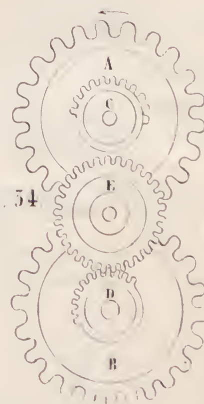
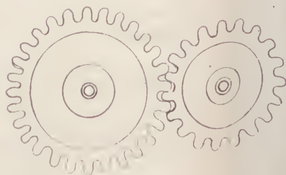


Fig. 34


Fig. 31

TAV. 5


Fig. 36.

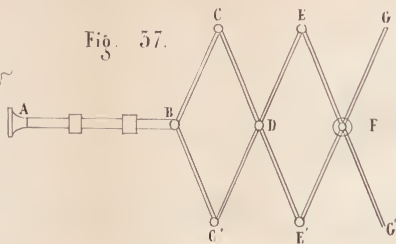


Fig. 37.

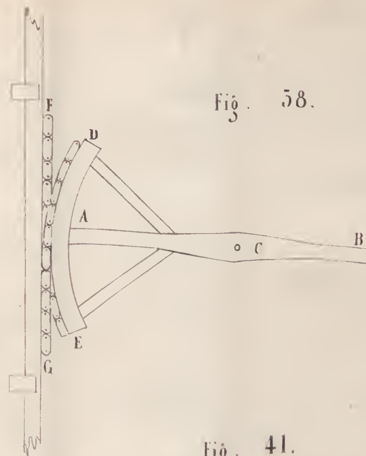


Fig. 38.

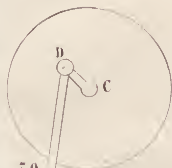


Fig. 39

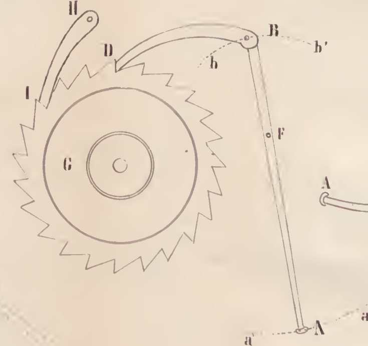


Fig. 40

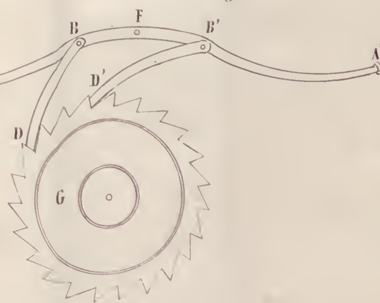


Fig. 41.



Fig. 42

TAV . 6

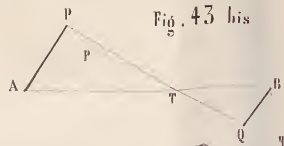


Fig. 43 bis

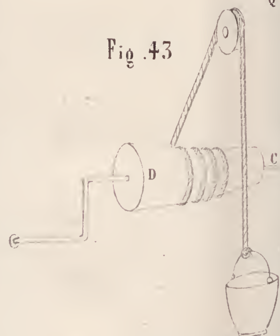


Fig. 43

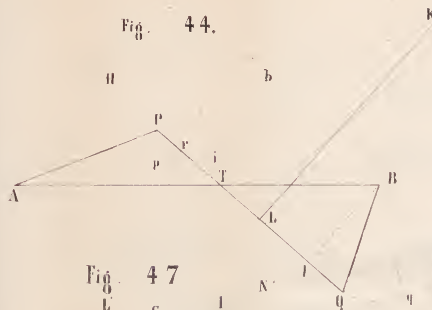


Fig. 44.

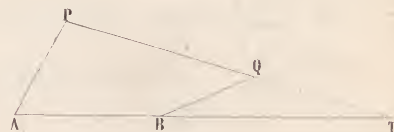


Fig. 45.



Fig. 47

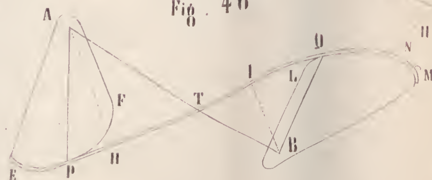


Fig. 46

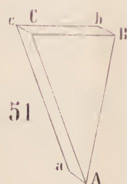


Fig. 51

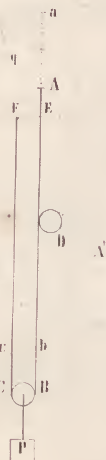


Fig. 48

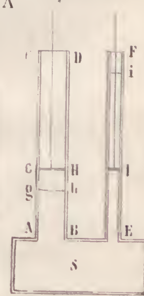


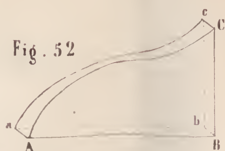
Fig. 50. bis

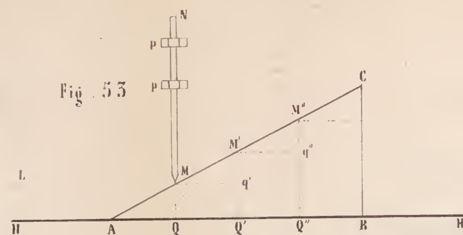


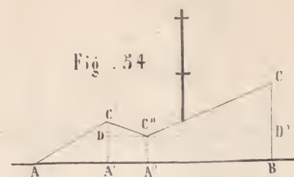
Fig. 50.

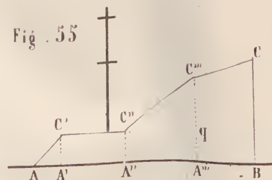
Fig. 49

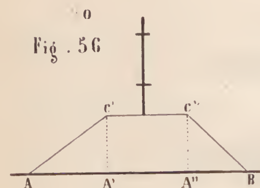
TAV. 7

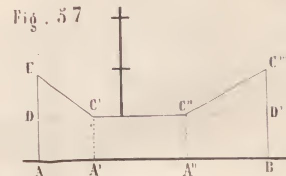

Fig. 52
c
C
a
b
A
B

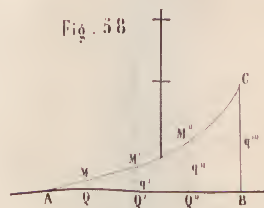

Fig. 53
N
p
p
C
M"
M'
q"
M
q'
L
H
A
Q
Q'
Q"
B
H'

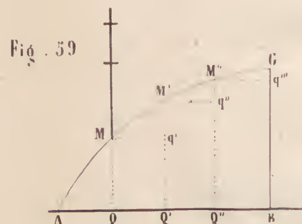

Fig. 54
C
C
C"
D
D'
A
A'
A'
B

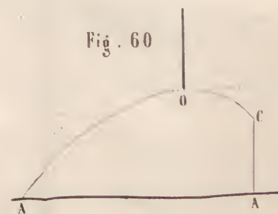

Fig. 55
C
C'''
C'
C"
q
A
A'
A"
A'''
B


O
Fig. 56
C'
C"
A
A'
A"
B

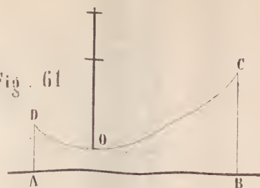

Fig. 57
C
C'''
C'
C"
D
D'
A
A'
A"
B

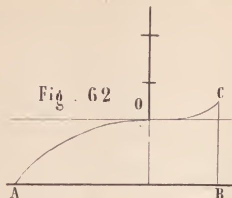

Fig. 58
C
M"
q'''
M'
M
q"
q'
A
Q
Q'
Q"
B

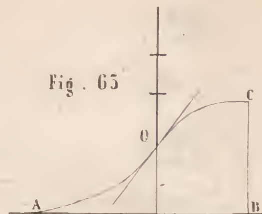

Fig. 59
G
M"
q'''
M'
q"
M
q'
A
Q
Q'
Q"
R

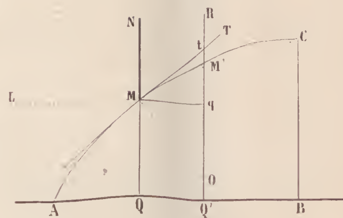

Fig. 60
O
C
A
A

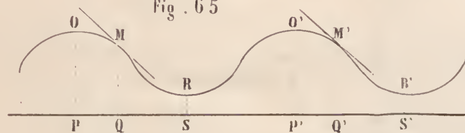
TAV. 8

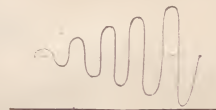

Fig. 61
D
O
C
A
B

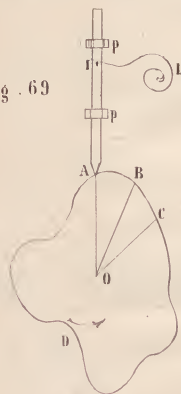

Fig. 62
O
C
A
B

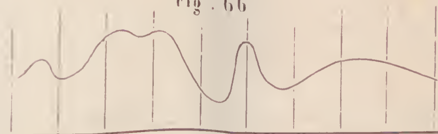

Fig. 63
C
O
A
B

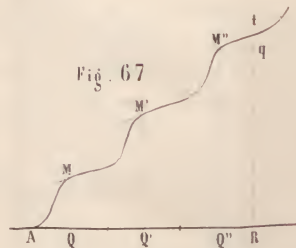

Fig. 64
N
R
T
C
t
M'
L
M
q
O
A
Q
Q'
B

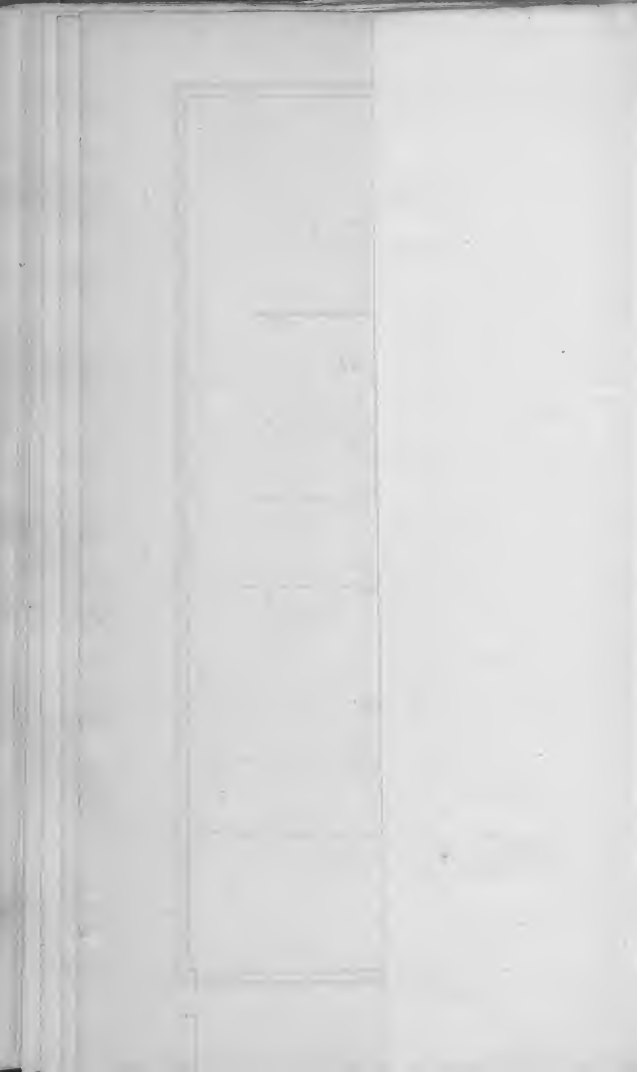

Fig. 65
O
M
O'
M'
R
R'
P
Q
S
P'
Q'
S'


Fig. 68


Fig. 69
p
L
p
A
B
C
O
D


Fig. 66


Fig. 67
t
M''
q
M'
M
A
Q
Q'
Q''
R



TAV. 9

Fig. 70



Fig. 71



Fig. 72



Fig. 73



Fig. 74

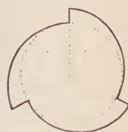


Fig. 79

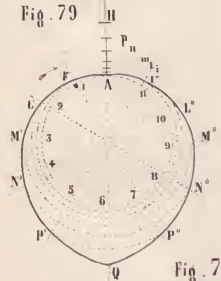


Fig. 78.

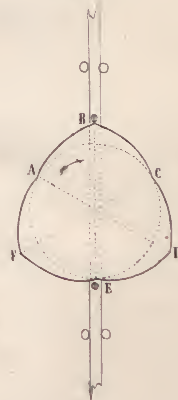


Fig. 76

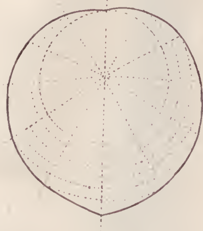
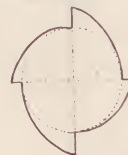


Fig. 77



Fig. 75



Lith. Junck Torino



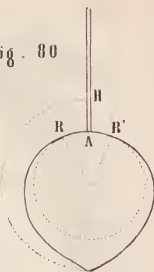


Fig. 80

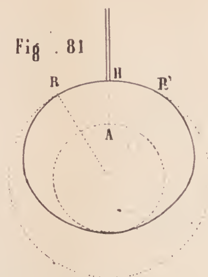


Fig. 81

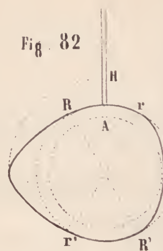


Fig. 82

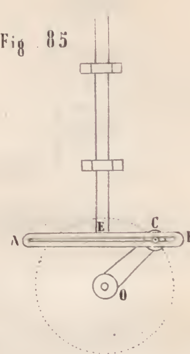


Fig. 85

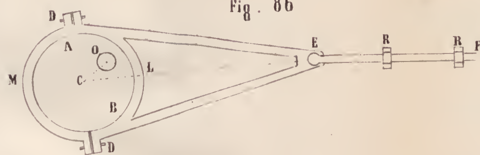


Fig. 86

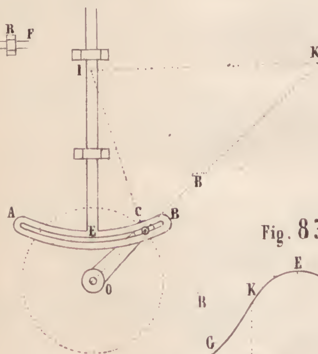


Fig. 84

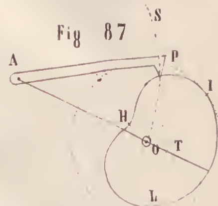


Fig. 87

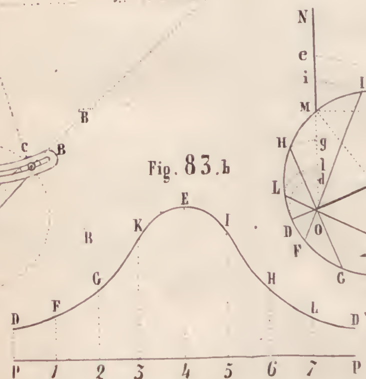


Fig. 83.b

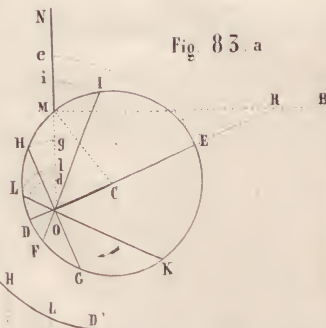
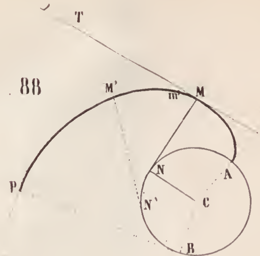
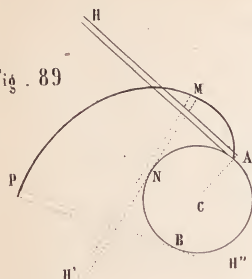
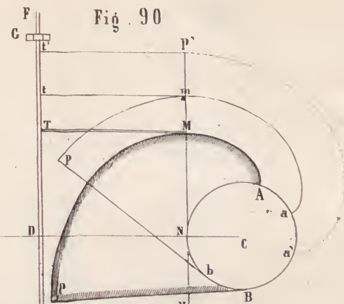


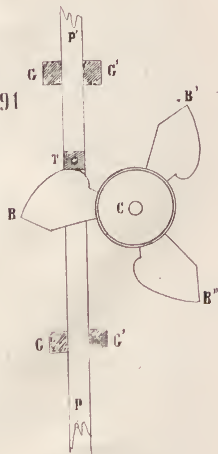
Fig. 83.a

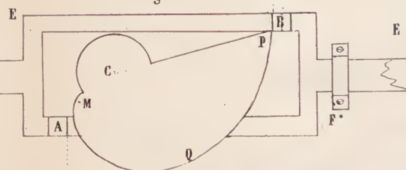
Lit. Junck Torino

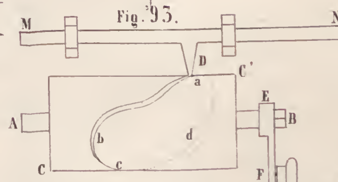


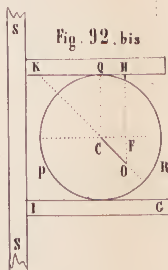


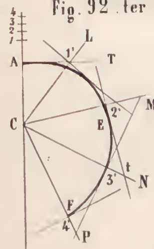


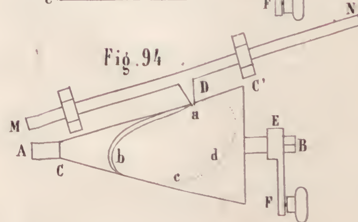




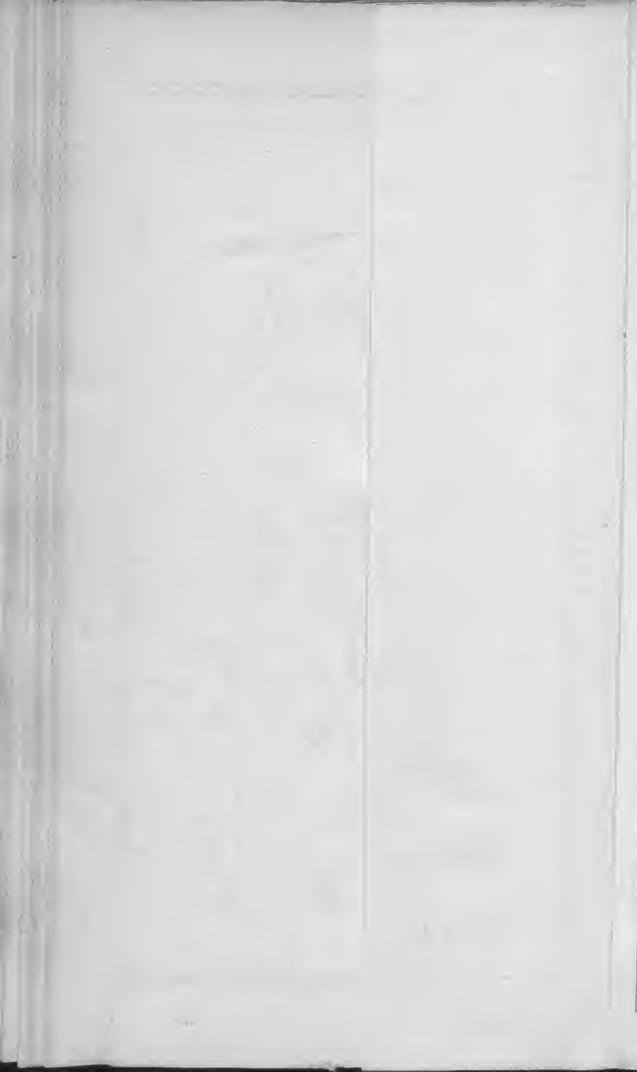




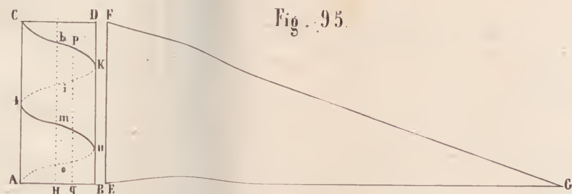


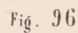


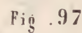
Lith. Junck Torino.

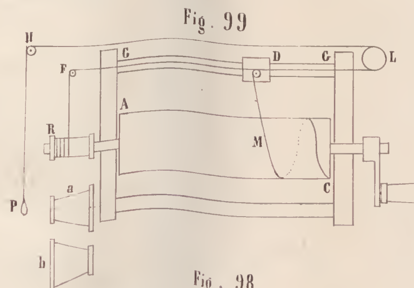


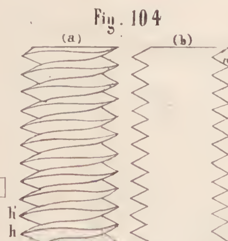
TAV. 12

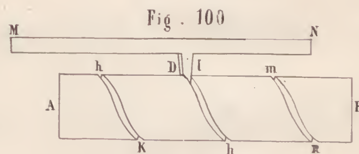

Fig. 95.

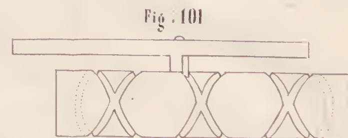

Fig. 96

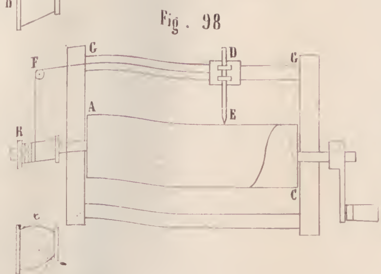

Fig. 97

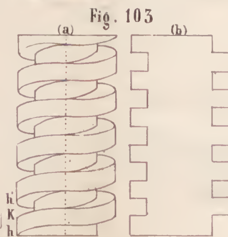

Fig. 99

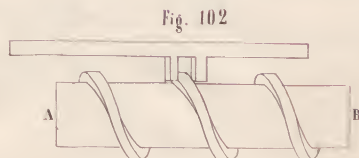

Fig. 104


Fig. 100

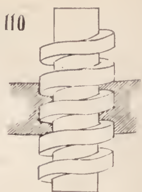

Fig. 101


Fig. 98


Fig. 103


Fig. 102

TAV. 13.


Fig. 110

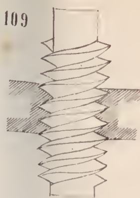
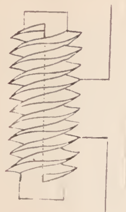

Fig. 109


Fig. 108.


Fig. 107.

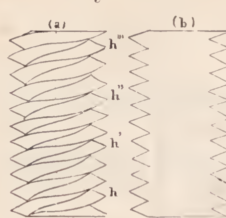


Fig. 106.

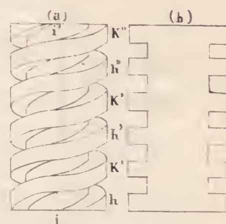


Fig. 105

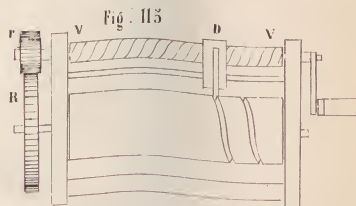


Fig. 115

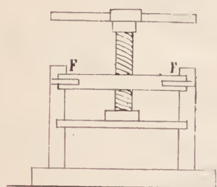


Fig. 113.

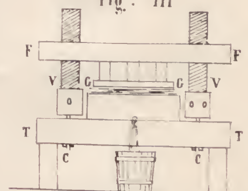


Fig. 111

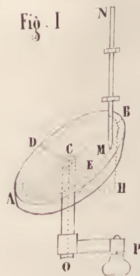


Fig. I

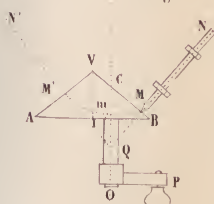


Fig. II

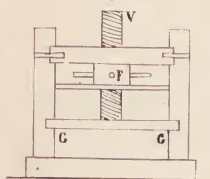


Fig. 112


Fig. 114

TAV. 14.

Fig. 116



Fig. 117



Fig. 122.

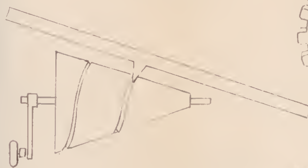


Fig. 118.

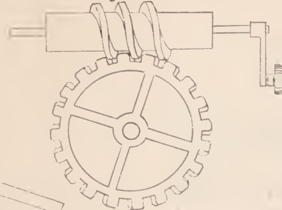


Fig. 120

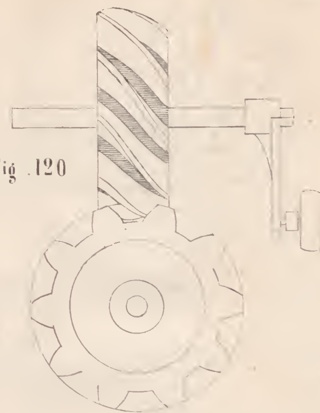


Fig. 123

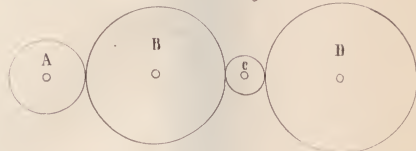


Fig. 119

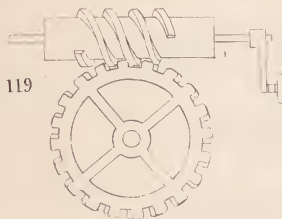


Fig. 124

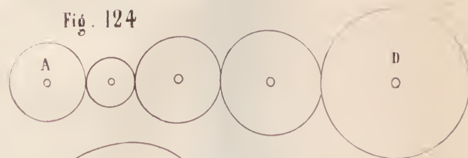


Fig. 125

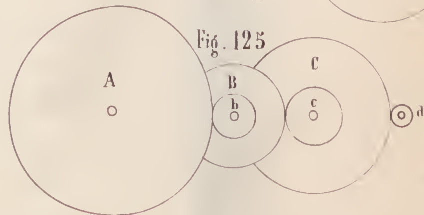


Fig. 126

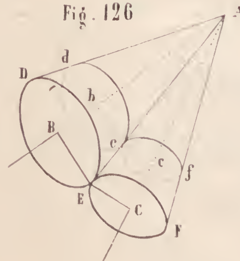
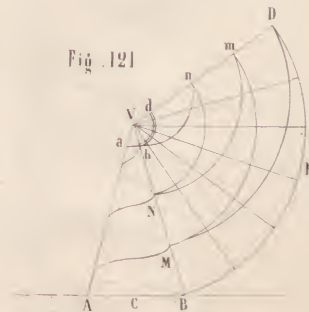


Fig. 121



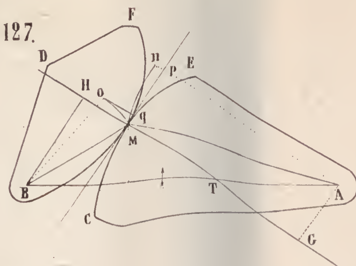


Fig. 127.

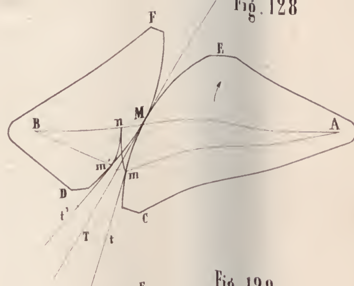


Fig. 128

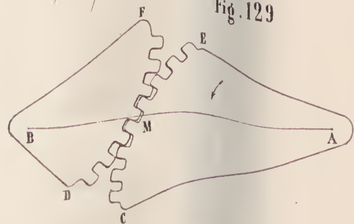


Fig. 129

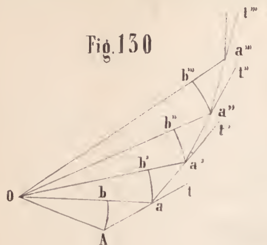


Fig. 130

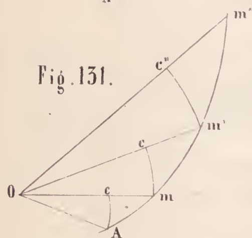


Fig. 131.

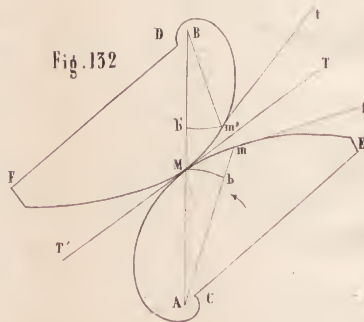


Fig. 132

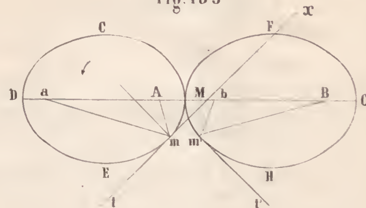


Fig. 133

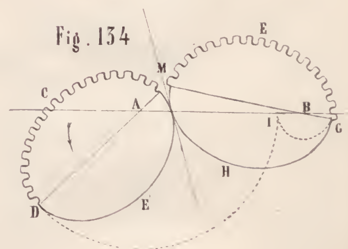


Fig. 134

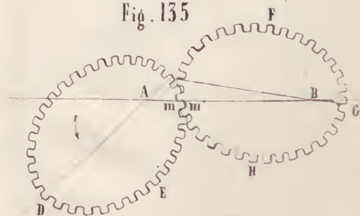
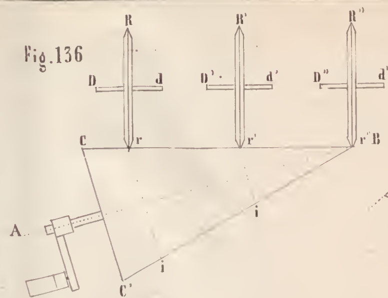
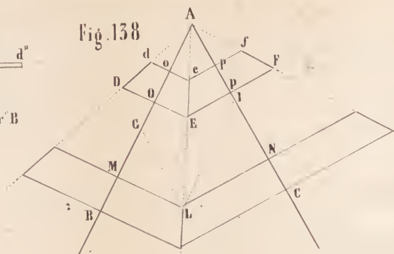


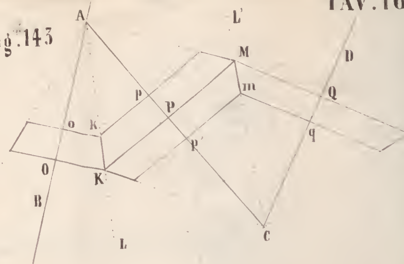
Fig. 135

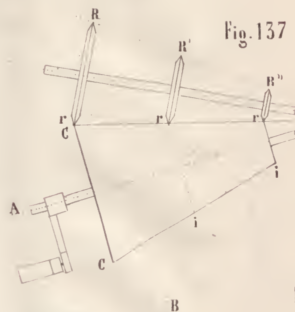
Lit Junck Torino

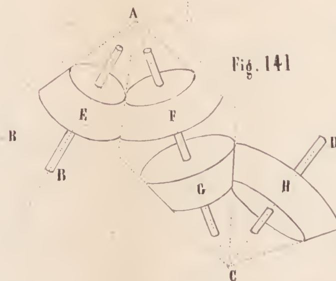


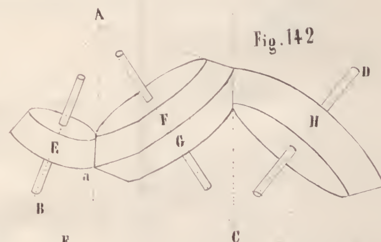


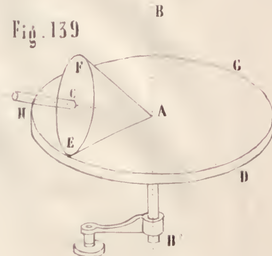


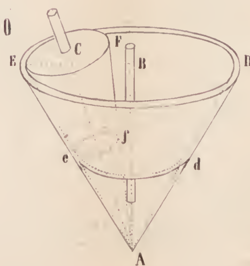


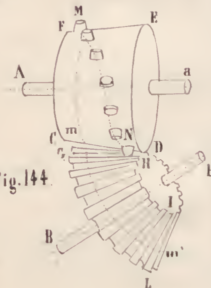


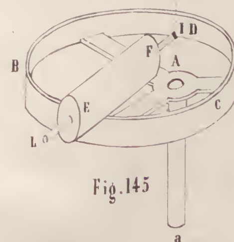












Lit Junck Torino

Fig 146.

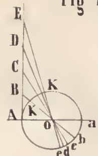


Fig 148.

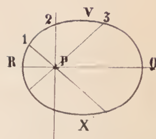


Fig. 149.

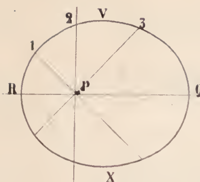


Fig. 150

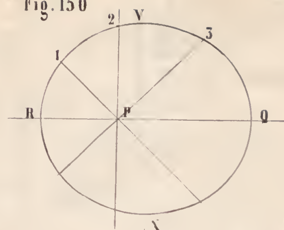


Fig. 147

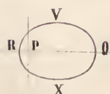


Fig. 148. bis

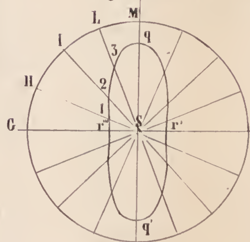


Fig. 149. bis

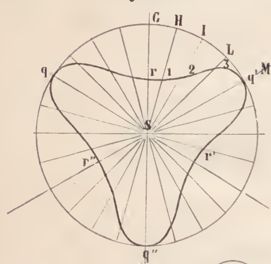


Fig. 150. bis

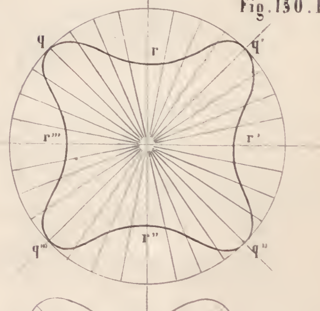


Fig. 151.

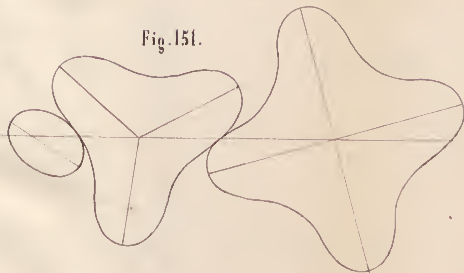
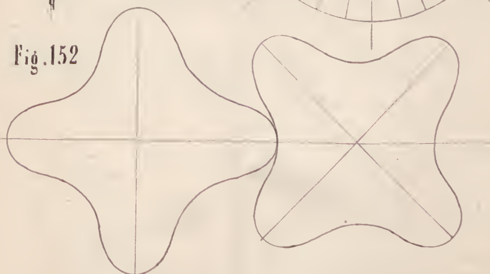


Fig. 152



Lit. Junck Torino

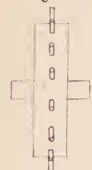
TAV. 18.

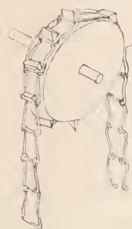

Fig. 153.

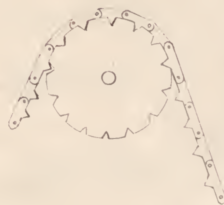

Fig. 154.

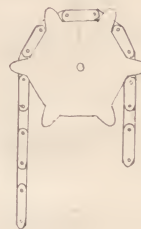

Fig. 155.


Fig. 156.


Fig. 157.


Fig. 158


Fig. 159


Fig. 160.

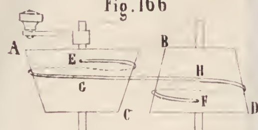


Fig. 166

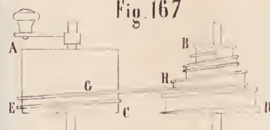


Fig. 167

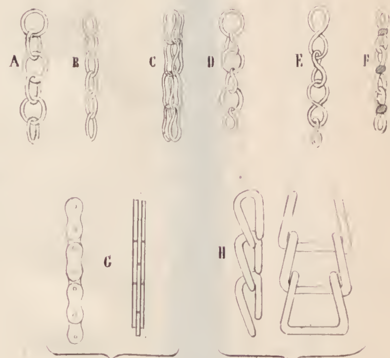


Fig. 161.

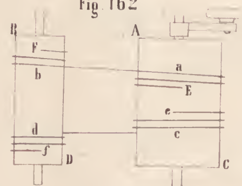


Fig. 162

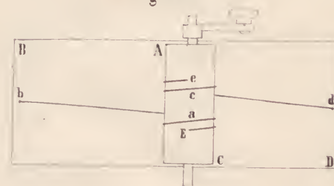


Fig. 163.

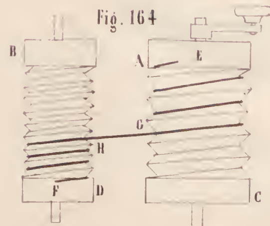


Fig. 164

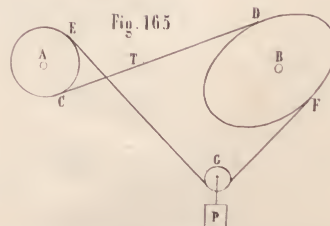


Fig. 165

Fig. 168

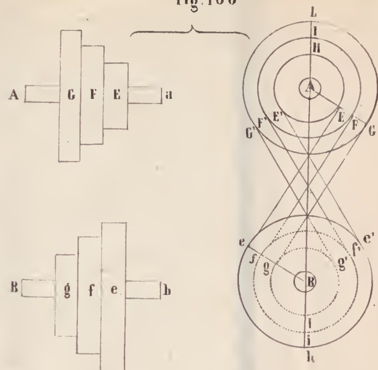


Fig. 175

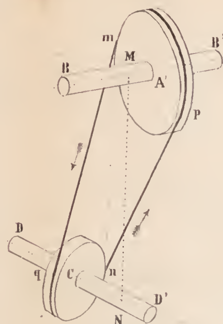


Fig. 170

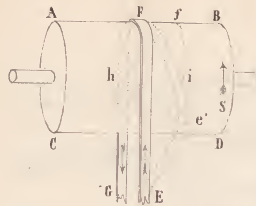


Fig. 174



Fig. 176

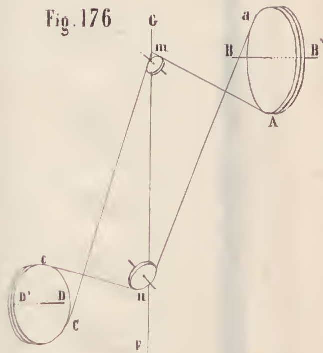


Fig. 172

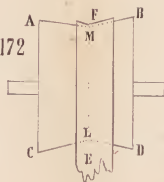


Fig. 173

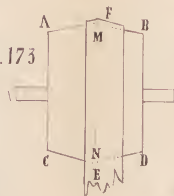


Fig. 171

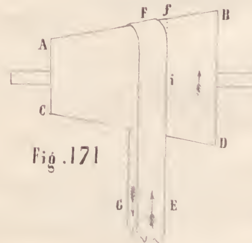
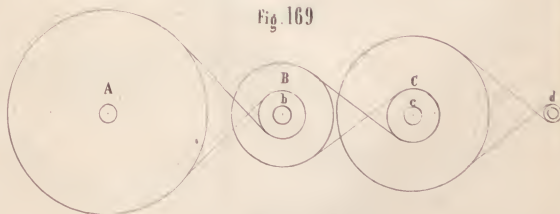


Fig. 169



TAV. 20.

Fig. 177.

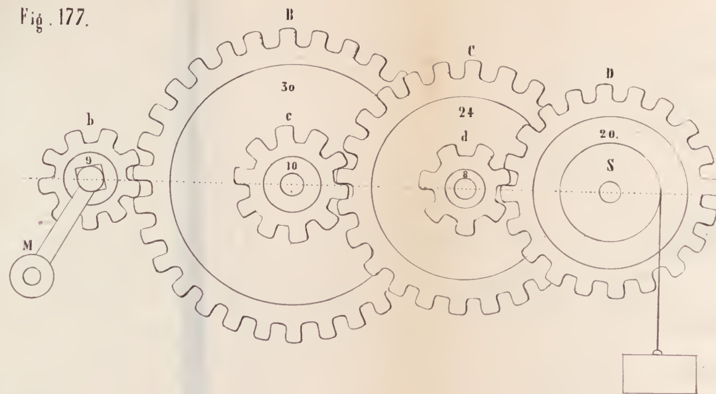


Fig. 178.

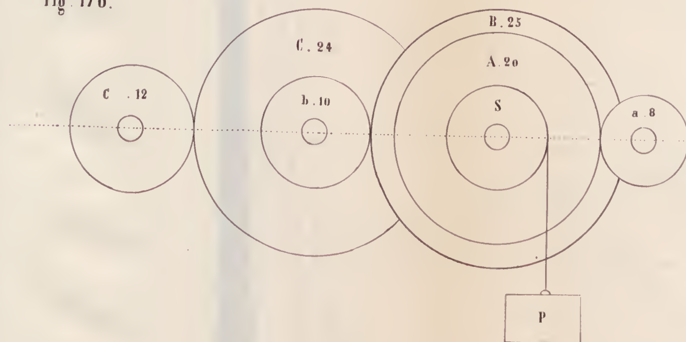
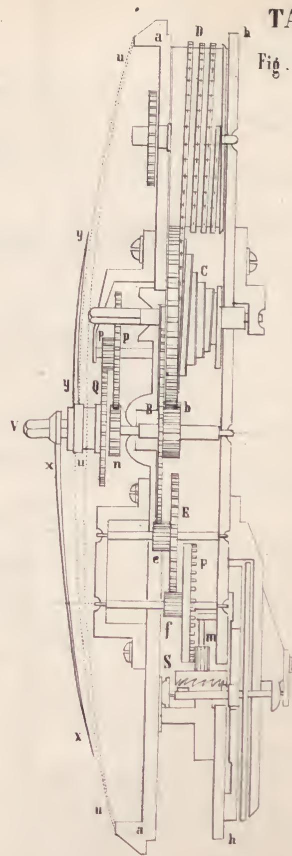


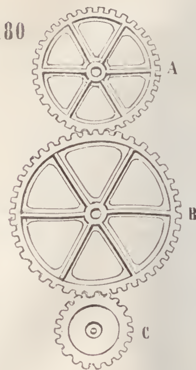
Fig. 179



Torino Lito. J. Junck

TAV. 21

Fig. 180



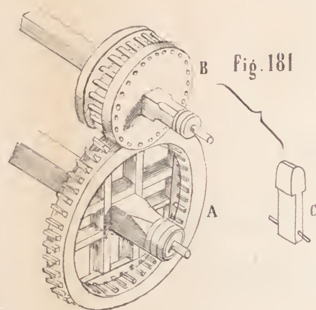


Fig. 181

Fig. 182

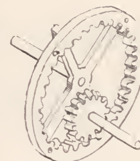


Fig. 183.

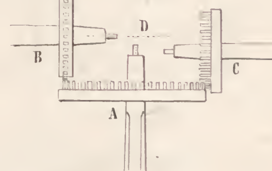
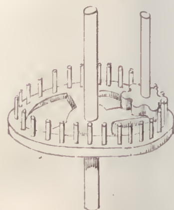


Fig. 185.

Fig. 186



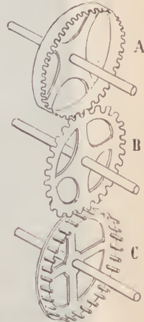


Fig. 187.



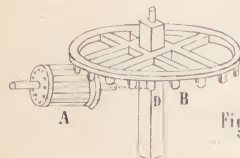


Fig. 184

Fig. 188

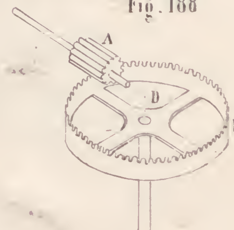


Fig. 189

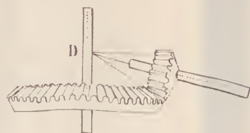


Fig. 194

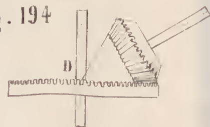


Fig. 194.

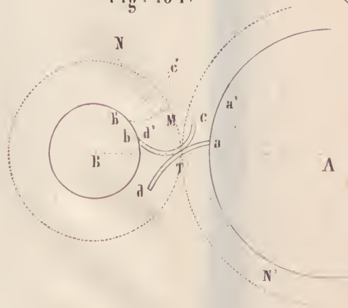


Fig. 192

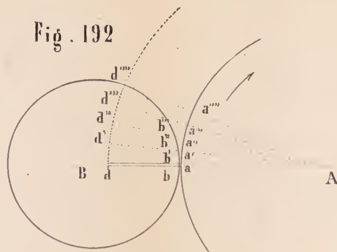


Fig. 193

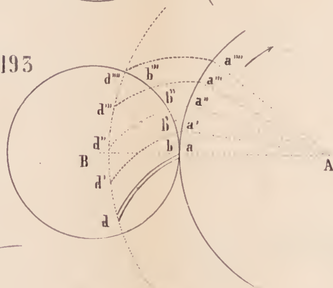


Fig. 191

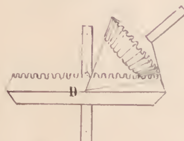


Fig. 195

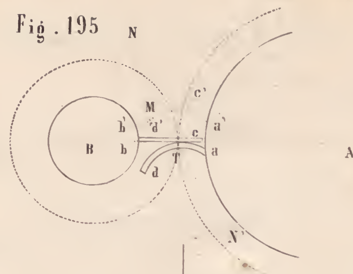
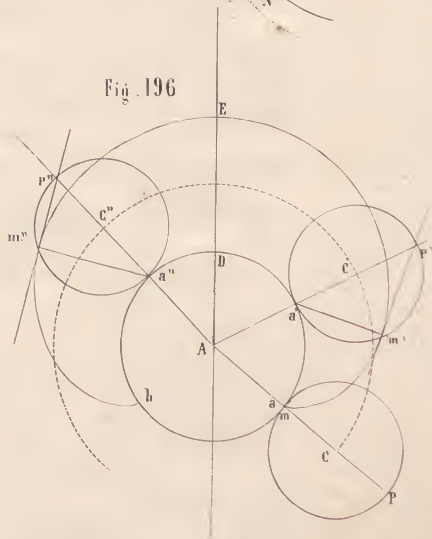


Fig. 196



TAV 23.

Fig. 197

Fig. 202.

Fig. 201

Fig. 200.

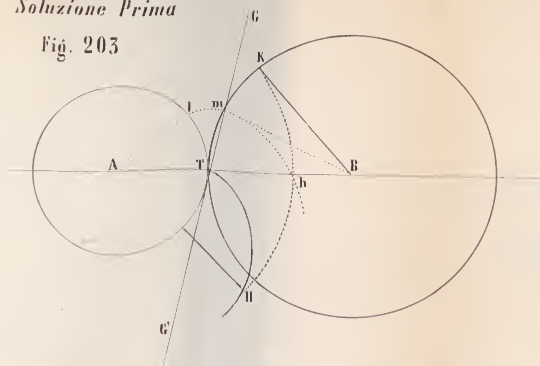
Fig. 198.

Fig. 199

Lit. J Junck Torino

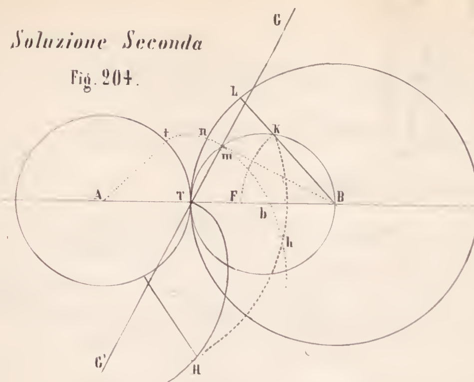
Soluzione Prima

Fig. 203



Soluzione Seconda

Fig. 204.



Soluzione Terza

Fig. 205.

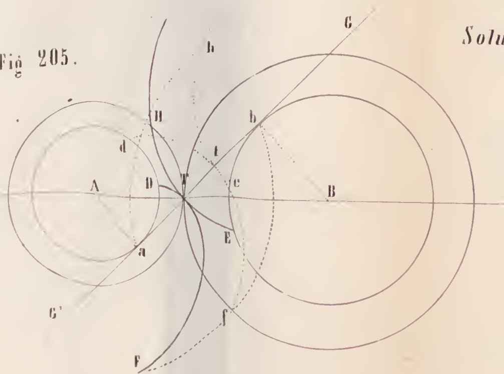
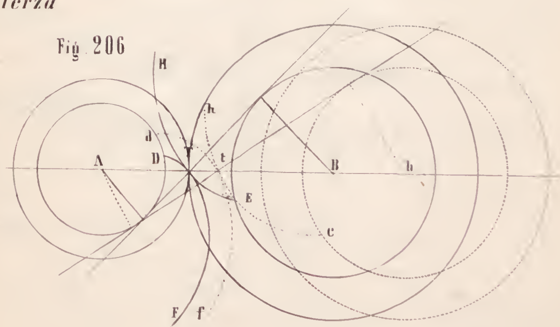


Fig. 206



Lit. J. Junck Torino

Soluzione Quarta

Fig. 207

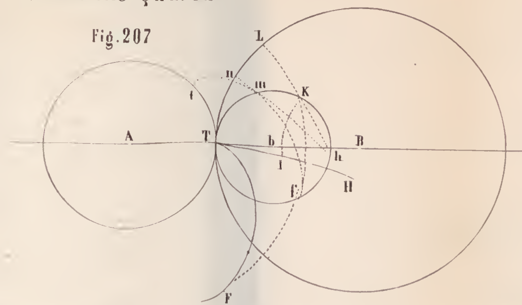
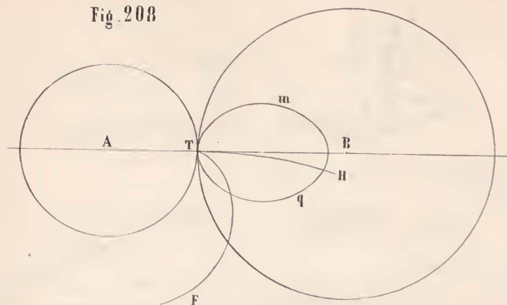


Fig. 208



Soluzione Quinta

Fig. 209

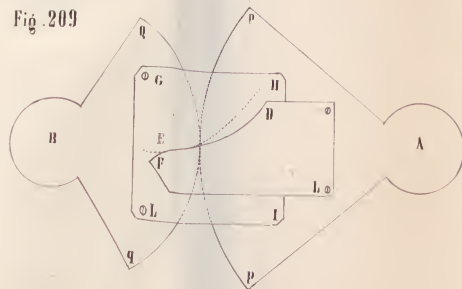
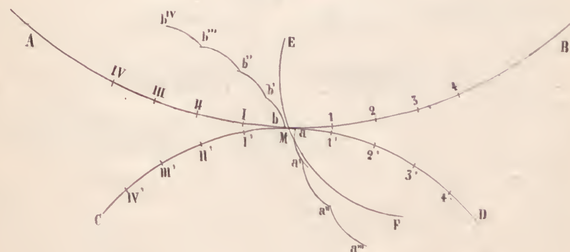
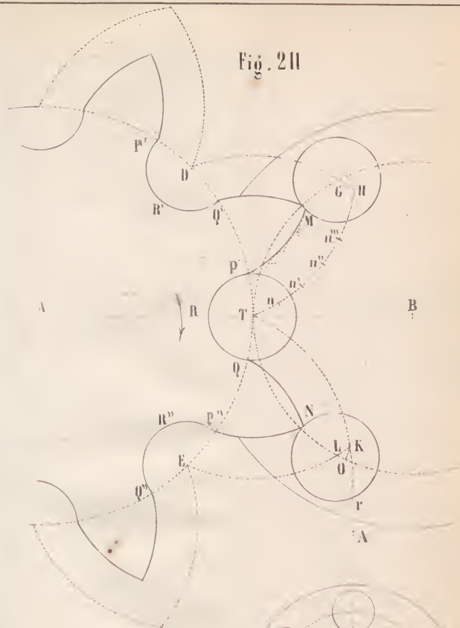
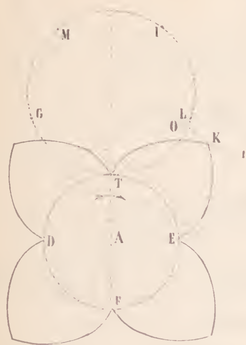


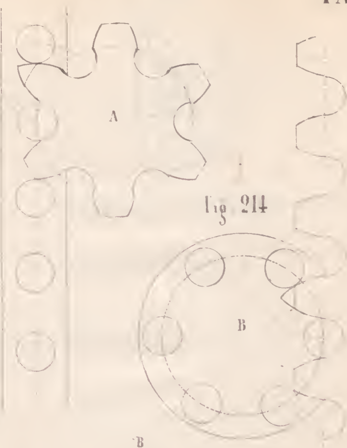
Fig. 210



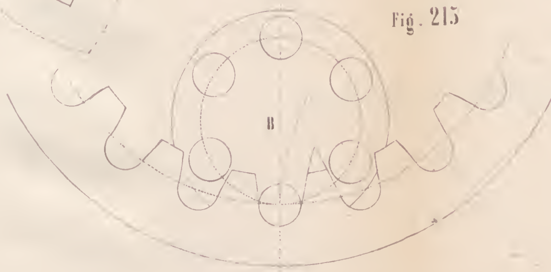
Lit. Junck Torino











Torino Lit. Junck

Fig. 217

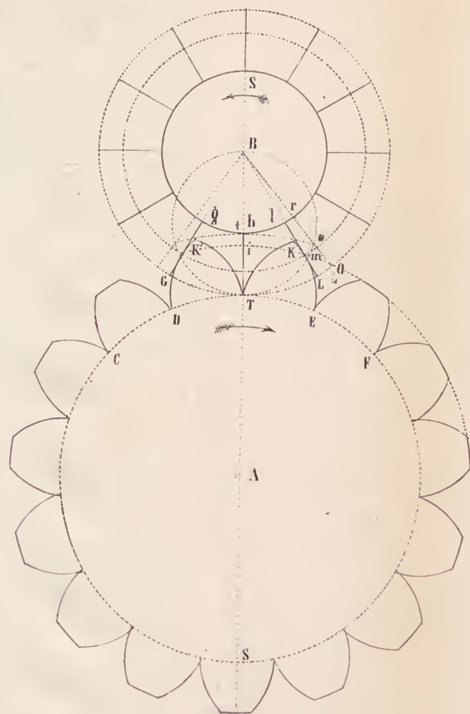
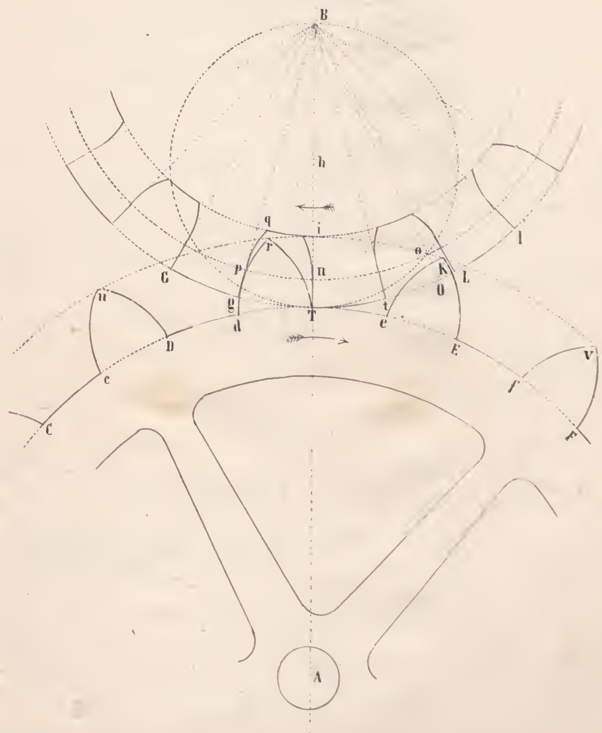


Fig. 218



TAV. 28

Fig. 219

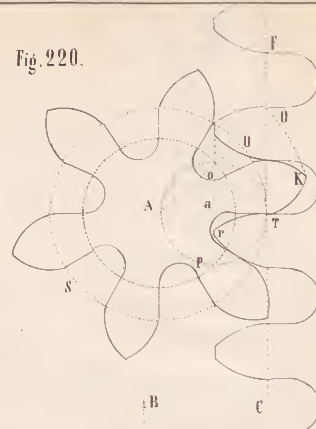


Fig. 220.

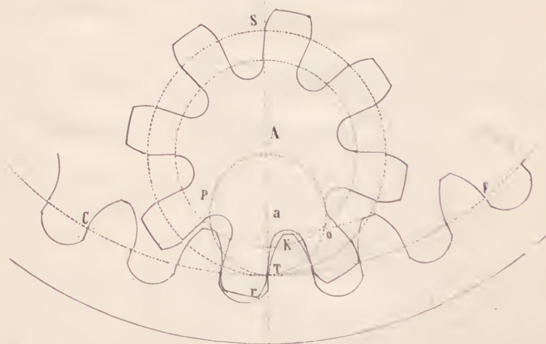
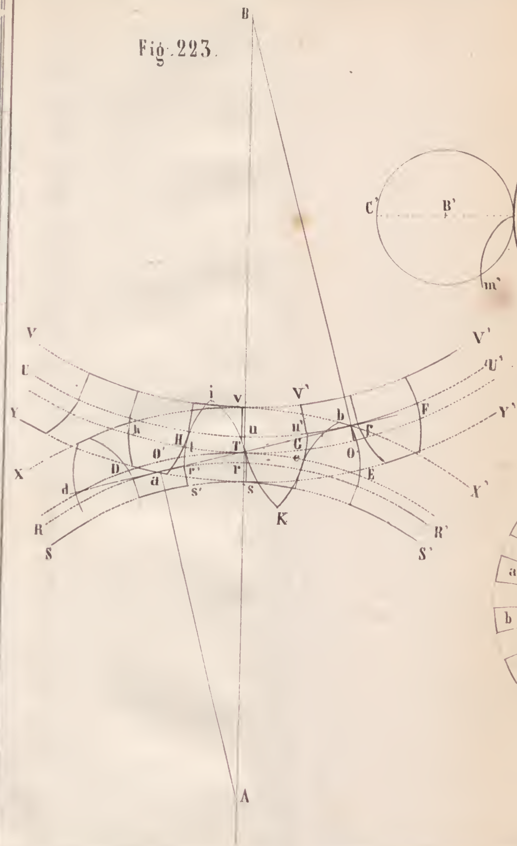
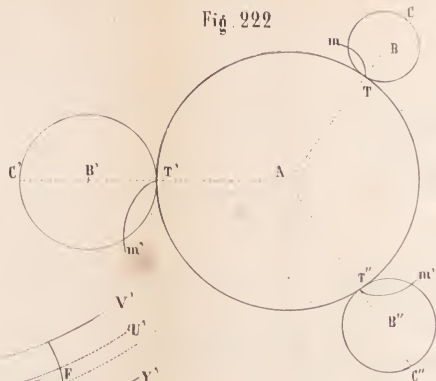


Fig. 221.

..ino Lit Junck

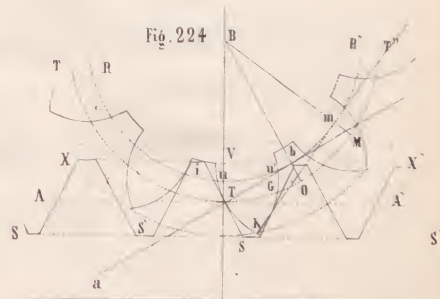
TAV. 29











TAV. 30.

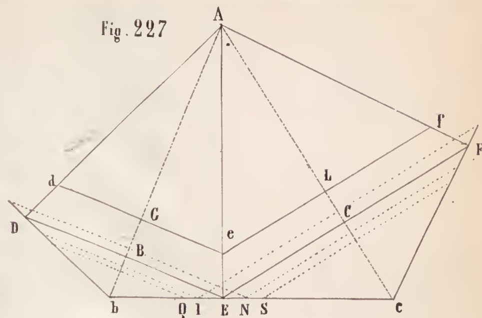


Fig. 227

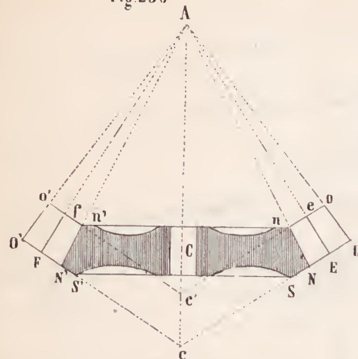


Fig. 230

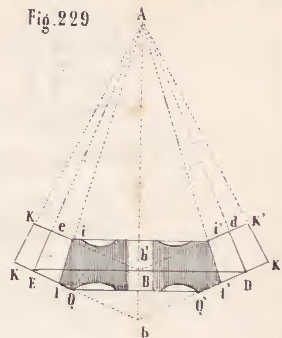


Fig. 229

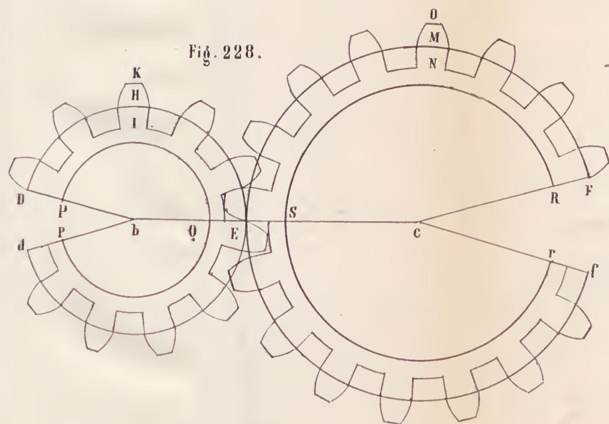


Fig. 228.

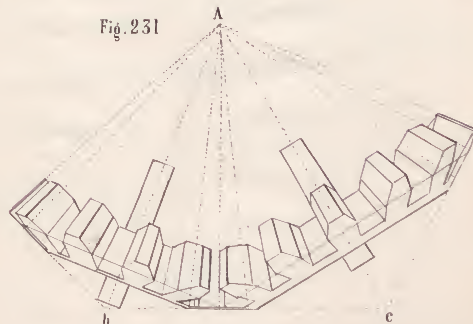
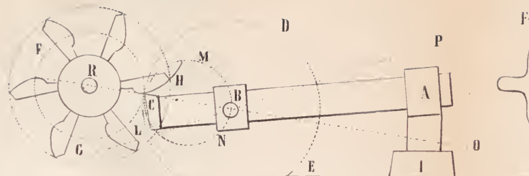
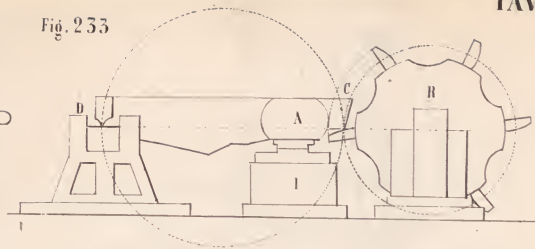


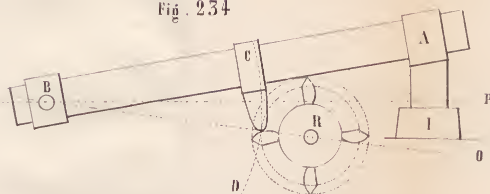
Fig. 231

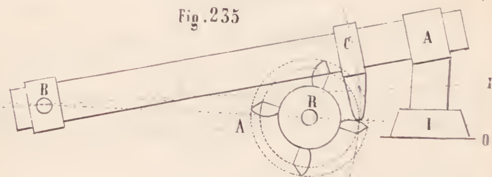
TAV. 31.

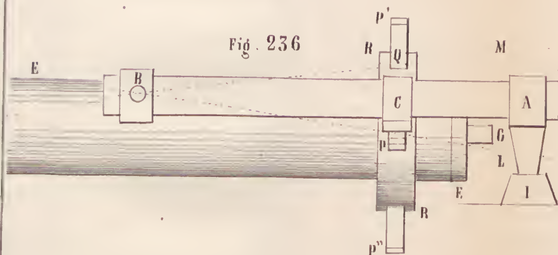


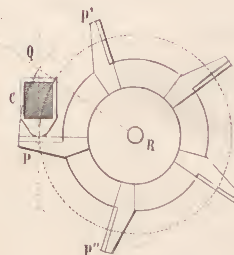












Torino Lit. Junck

Fig. 239



Fig. 240.

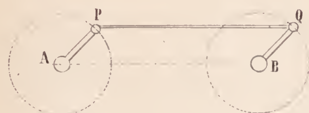


Fig. 241

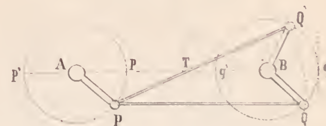


Fig. 242.

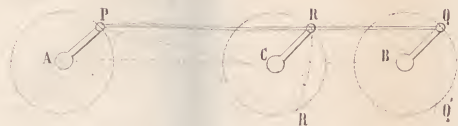


Fig. 243

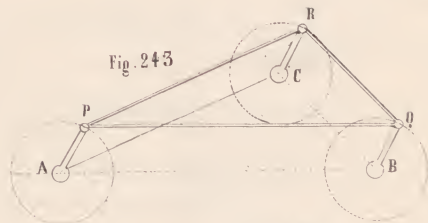


Fig. 246

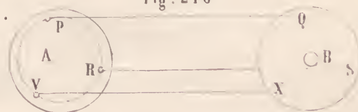


Fig. 244

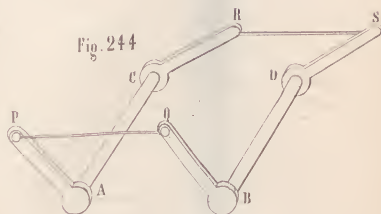


Fig. 245.

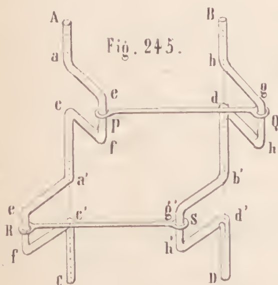
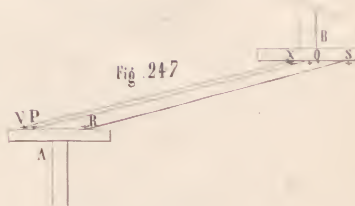
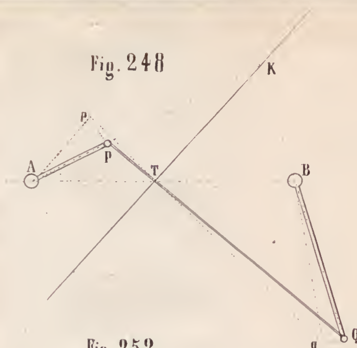
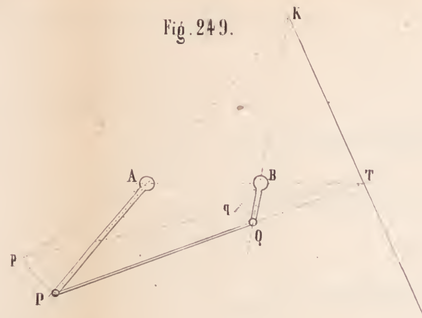
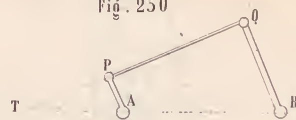


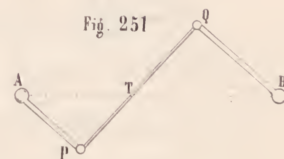
Fig. 247

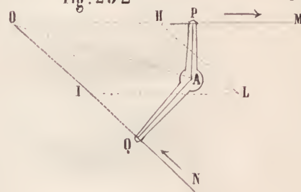


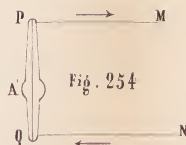


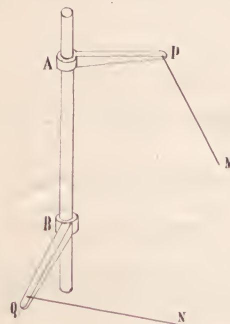


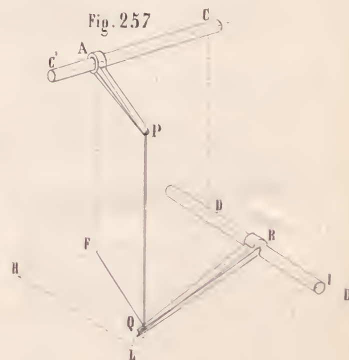


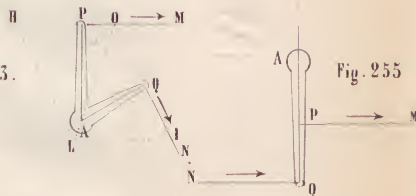


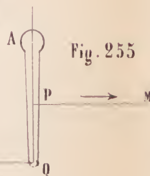












Lit. Junck Torino



TAV. 34

Fig. 258

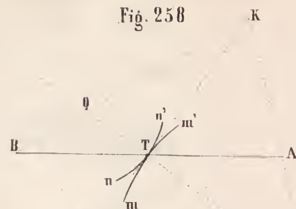


Fig. 261.

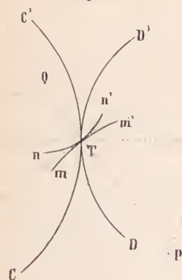


Fig. 262.

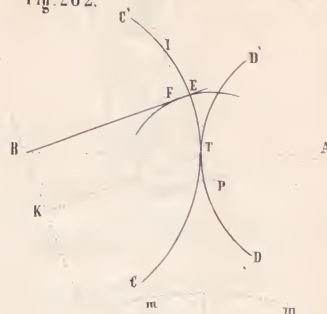


Fig. 259

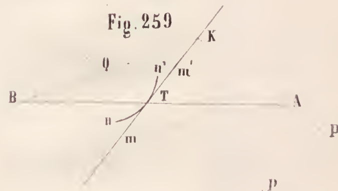


Fig. 263

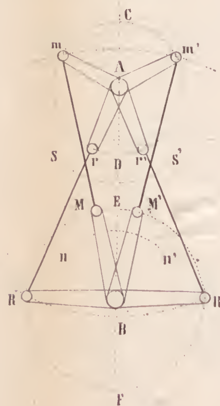


Fig: 264

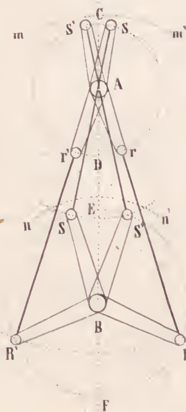


Fig. 265.

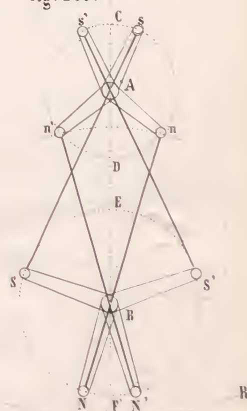


Fig. 260.



Fig. 266.

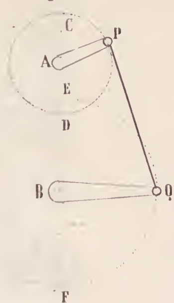


Fig. 267

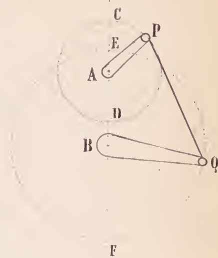


Fig. 268

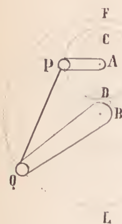


Fig. 269.

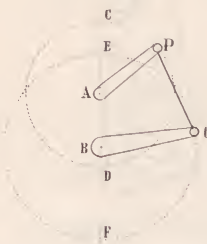


Fig. 270

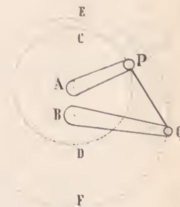


Fig. 271.

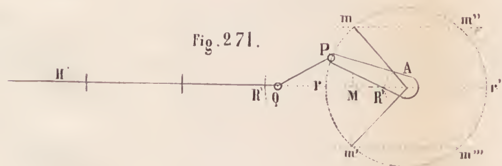


Fig. 272.

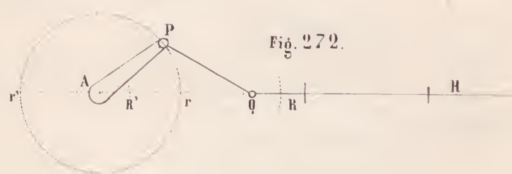


Fig. 273

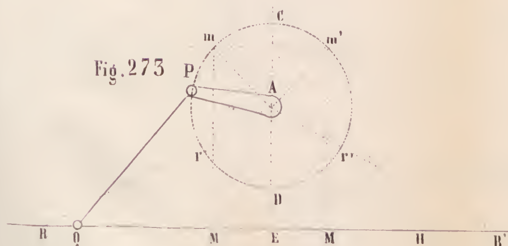


Fig. 274.

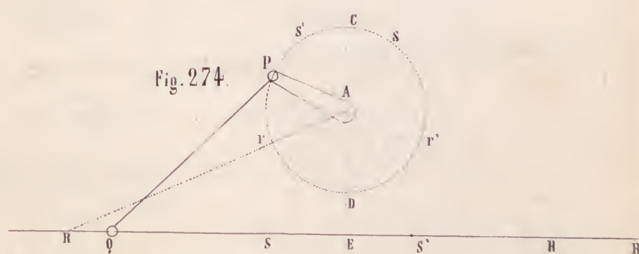


Fig. 275.

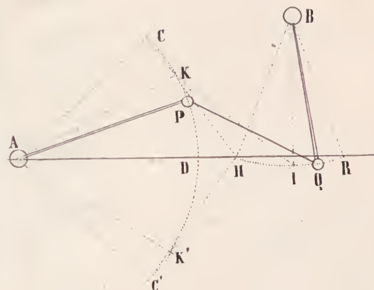


Fig. 276

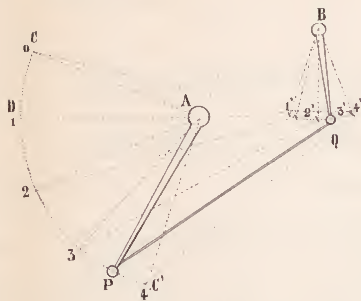


Fig. 277.

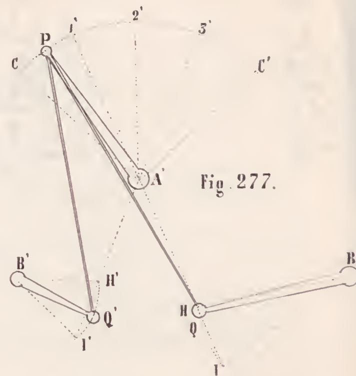
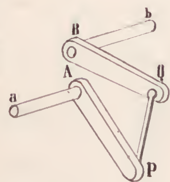


Fig. 281.

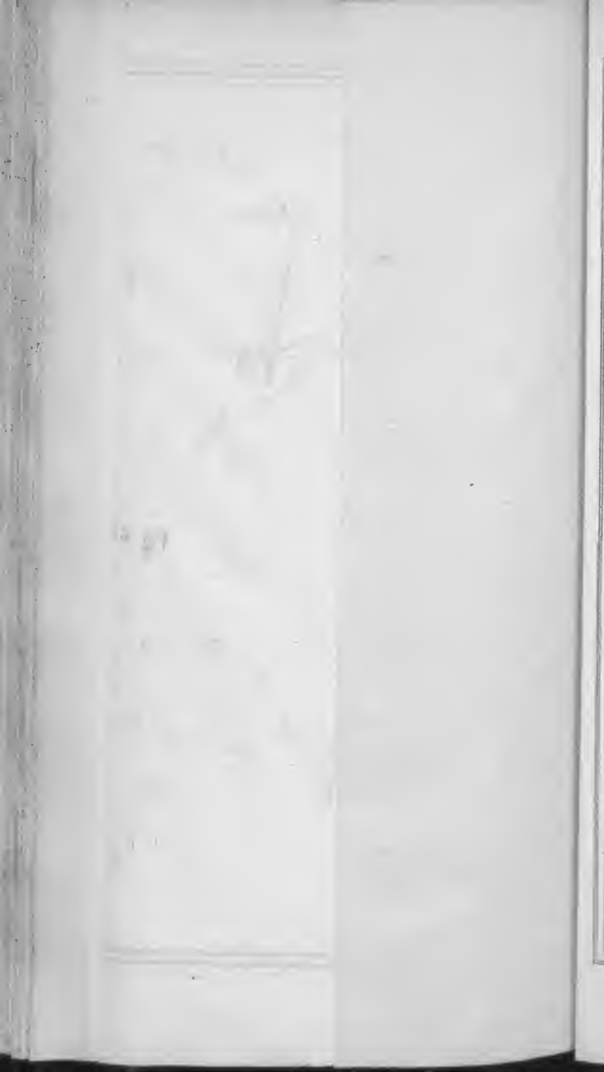


Fig. 280.

Fig. 278.







TAV. 37

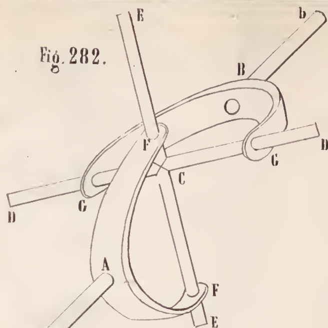


Fig. 282.

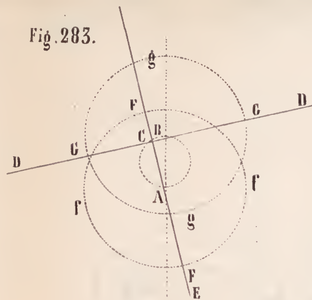


Fig. 283.

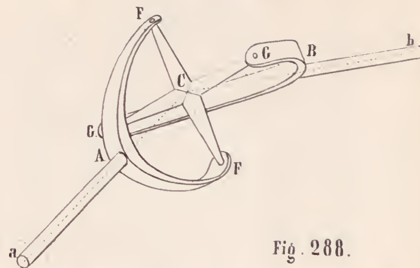


Fig. 284

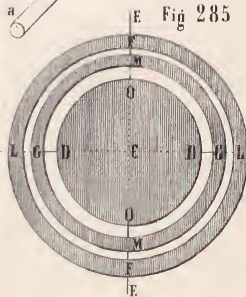


Fig 285

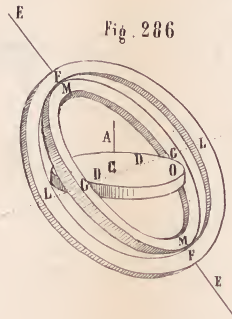


Fig. 286

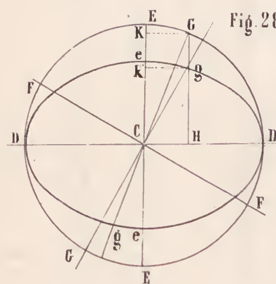


Fig. 287

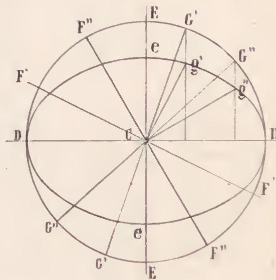


Fig. 288.

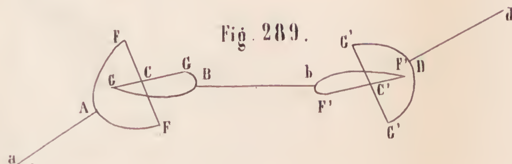


Fig. 289.

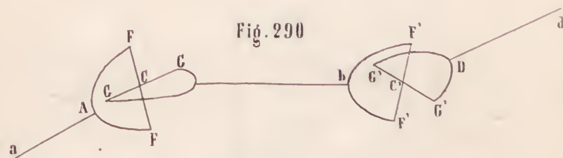


Fig. 290

Torino Lit Junck.

Ton

TAV. 38.

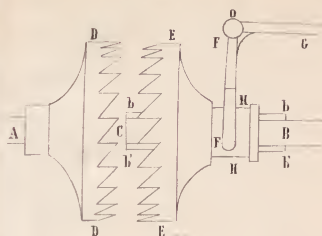


Fig. 291.

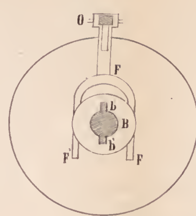


Fig. 292

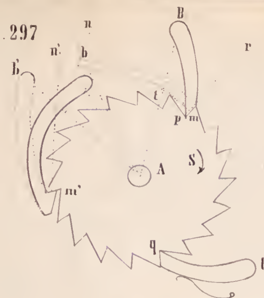


Fig. 297

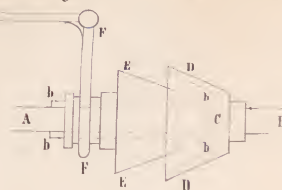


Fig. 293

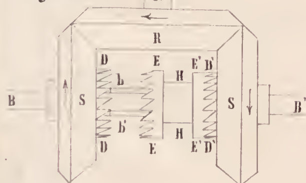


Fig. 295.

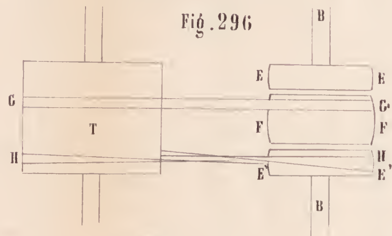


Fig. 296

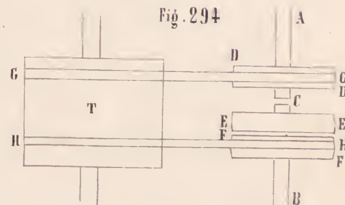


Fig. 294

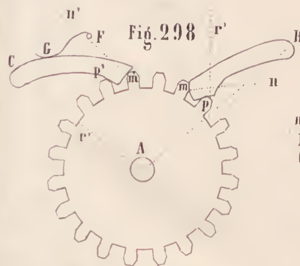


Fig. 298

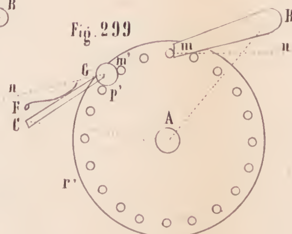


Fig. 299

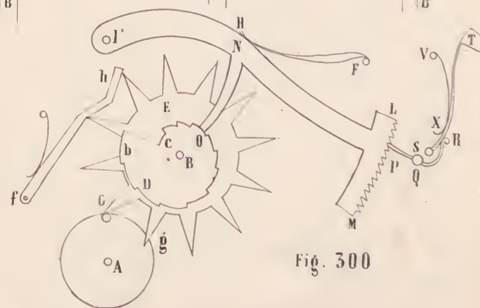
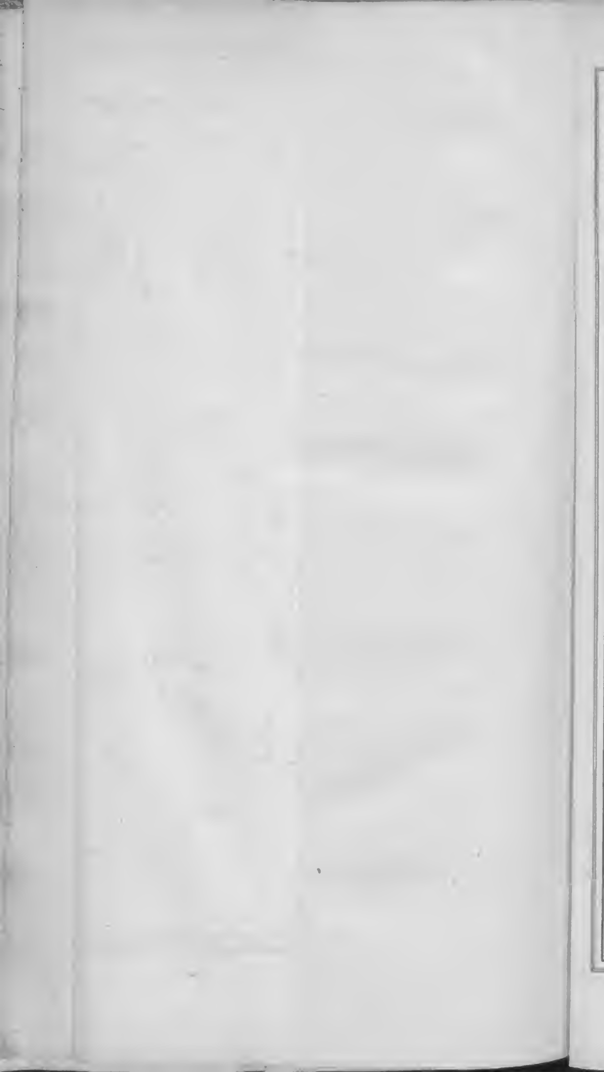
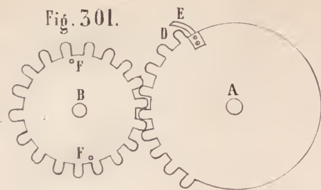


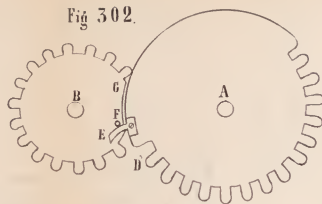
Fig. 300

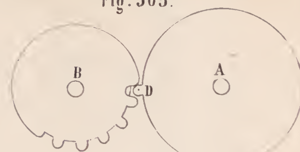
Torino Lit Junck

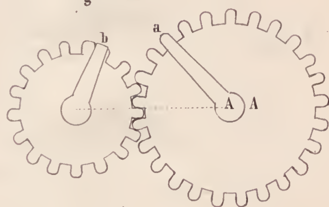


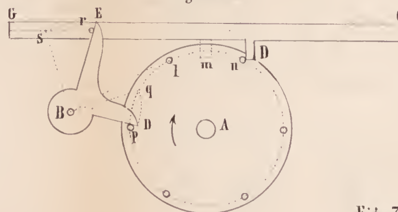
TAV. 39.


Fig. 301.
E
D
F
B
A
F


Fig. 302.
B
A
G
F
E
D'


Fig. 303.
B
A
D


Fig. 305
b
a
A
A


Fig. 306.
G
r
E
C
S
l
m
n
D
q
B
D
A
p

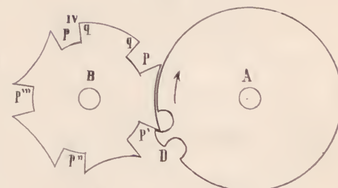
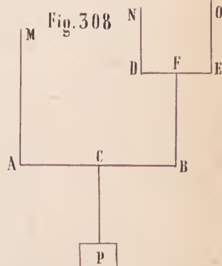
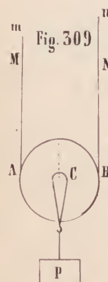
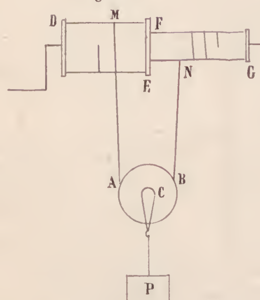
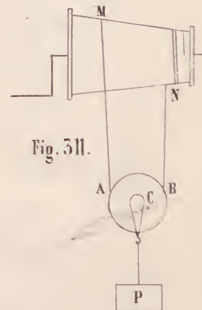

Fig. 304.
IV
p
q
q
p
B
A
p'''
p'
D
p''


Fig. 307
M
N
a
E
c
b
c'
A
B
C
P.


Fig. 308
N
O
M
D
F
E
A
C
B
P


Fig. 309
m
n
M
N
A
C
B
P


Fig. 310
D
M
F
E
N
G
A
C
B
P


M
N
Fig. 311.
A
C
B
P

TAV. 40.

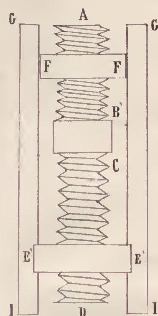


Fig. 312

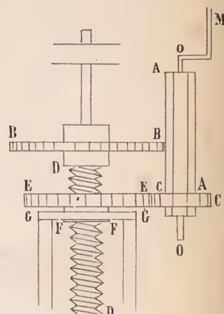


Fig. 313

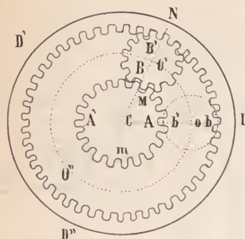


Fig. 314

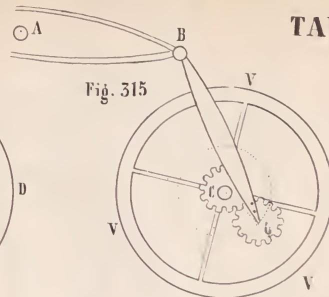


Fig. 315

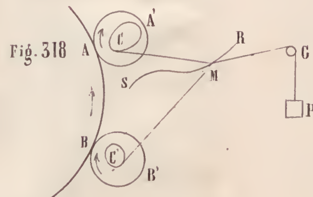


Fig. 318

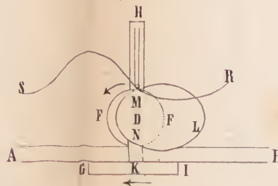


Fig. 317

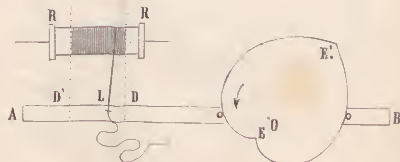


Fig. 320

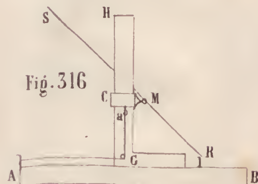


Fig. 316

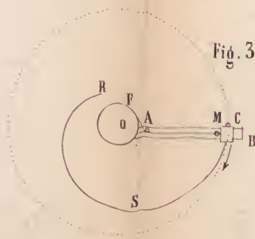


Fig. 319

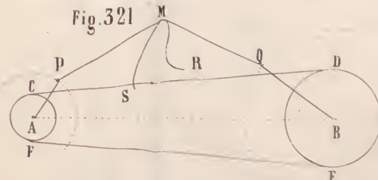
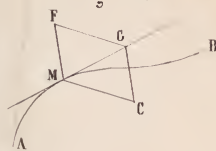
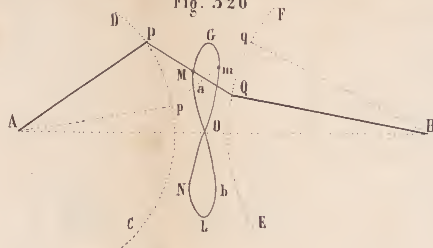
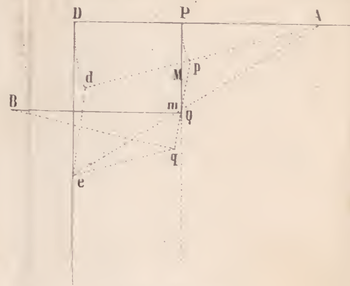


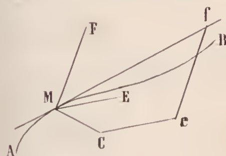
Fig. 321

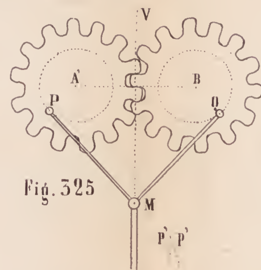
Torino Lit Junck





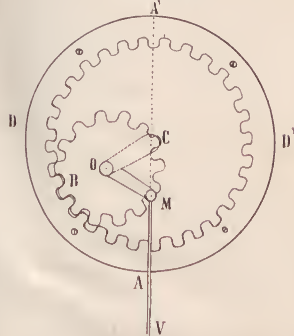


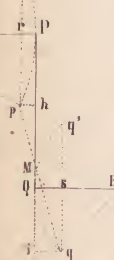


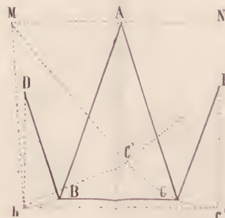












Torino. Lit. Junck

